

# ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЭПИТАКСИАЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ $n-n^+$ И $p-p^+$

В. В. Филиппов<sup>1,2</sup>, С. Е. Лузянин<sup>1</sup>, М. Ю. Смирнов<sup>2</sup>, Е. В. Зияутдинова<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> – Липецкий государственный педагогический университет  
имени П. П. Семенова-Тян-Шанского;

<sup>2</sup> – Московский государственный университет технологий и управления  
имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), Липецкий филиал

<sup>3</sup> – Липецкий государственный технический университет

Поступила в редакцию 12.11.2022 г.

**Аннотация.** В современной полупроводниковой электронике все большее применение находят слоистые эпитаксиальные структуры. Широкий класс полупроводниковых структур использует однотипные переходы  $n-n^+$  и  $p-p^+$ . Характерной особенностью последних слоистых материалов является малая контактная разность потенциалов и резкий скачок удельного сопротивления. Несмотря на наличие апробированных зондовых методик исследований данных материалов, сохраняется необходимость в их корректировке и уточнении.

В настоящей работе рассмотрена задача о распределении электрических полей в полупроводниковых эпитаксиальных структурах  $n-n^+$  и  $p-p^+$  при зондовых измерениях. Получены выражения для распределений полей малых токовых зондов с учетом плоских границ. Выполнено компьютерное моделирование и необходимый физико-математический анализ полученного решения. Предложена и экспериментально апробирована методика определения удельной проводимости эпитаксиального слоя на низкоомной подложке в случае, когда проводимости пленки и подложки близки по значению.

**Ключевые слова:** неоднородный полупроводник, слоистая структура, зондовые измерения, электрический потенциал, электропроводность.

## FEATURES OF ELECTRIC FIELDS DISTRIBUTIONS IN SEMICONDUCTOR EPITAXIAL STRUCTURES $n-n^+$ AND $p-p^+$

V. V. Filippov, S. E. Luzyanin, M. Yu. Smirnov, E. V. Ziyautdinova

**Abstract.** Layered epitaxial structures are increasingly being used in modern semiconductor electronics. A wide class of semiconductor structures uses the same type of  $n-n^+$  and  $p-p^+$  junctions. A characteristic feature of the latest layered materials is a small contact potential difference and a sharp jump in resistivity. Despite the availability of proven probe techniques for the study of these materials, there is still a need for their correction and refinement.

In this paper, the problem of the distribution of electric fields in semiconductor epitaxial structures  $n-n^+$  and  $p-p^+$  with probe measurements is considered. Expressions are obtained for the field distributions of small current probes taking into account flat boundaries. Computer modeling and the necessary physical and mathematical analysis of the resulting solution were performed. A method for determining the specific conductivity of an epitaxial layer on a low-resistance substrate is proposed and experimentally tested in the case when the conductivity of the film and the substrate are close in value.

**Keywords:** inhomogeneous semiconductor, layered structure, probe measurements, electric potential, electrical conductivity.

## ВВЕДЕНИЕ

В современной электронике и наноэлектронике все большее применение находят полупроводниковые слоистые структуры [1, 2]. Многослойные полупроводниковые структуры могут быть использованы для создания квантовых оптических генераторов, источников фото-ЭДС, фотодетекторов, быстродействующих приборов и других функциональных устройств. В частности, в современной технологии полупроводниковых электронных изделий практически значимы виды неоднородностей, реализуемые при производстве структур  $n-n^+$  и  $p-p^+$  [3-9]. Варианты изменений удельного сопротивления по глубине в таких материалах представлены на рисунке 1 [10]. Соответственно, использование таких электронных материалов требует разработки простых и одновременно надежных методов исследования их электрофизических свойств.

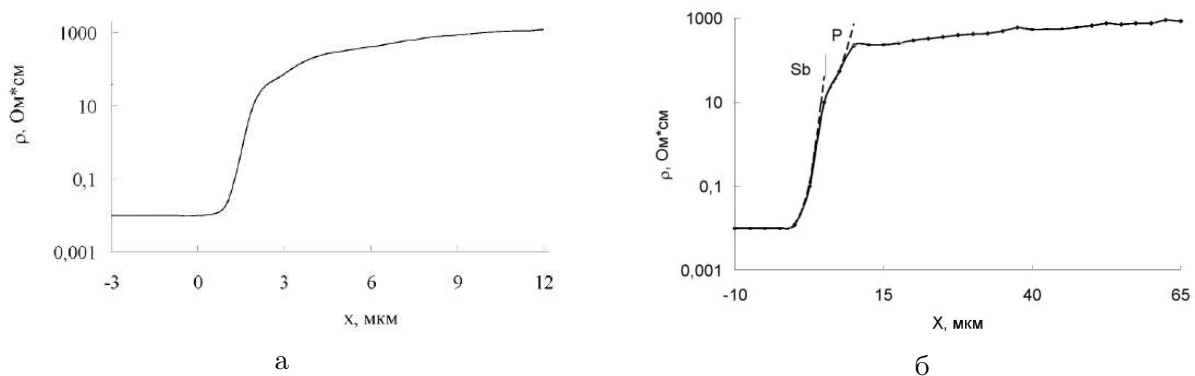


Рис. 1. Профили удельного сопротивления в  $n-n^+$  кремниевой композиции: а) — эпитаксиальная композиция, б) – диффузионная структура [10].

Целью данной статьи является теоретическое исследование особенностей распределений электрических потенциалов при зондовых методах исследования полупроводниковых структур  $n-n^+$  и  $p-p^+$ .

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ТОКОВЫХ ЗОНДОВ В ДВУХСЛОЙНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ

В первом приближении полупроводник, у которого профиль удельного сопротивления с глубиной изменяется по одному из графиков, представленных на рисунке 1, можно представить как двухслойную структуру с удельными электропроводимостями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  (рисунок 2). Толщина верхнего слоя равна  $d_1$ , нижнего слоя –  $d_2$ .

Для такой структуры определим распределение электрического потенциала при стандартном расположении двух токовых контактов на верхней грани образца, находящегося на диэлектрической подставке (рисунок 2,а). Токовые контакты также могут располагаться согласно рис. 2,б (полупроводник на проводящей подложке), при применении методики измерений сопротивления растекания, например с помощью атомно-силового микроскопа [11, 12].

На практике форму контактной поверхности зонда трудно контролировать, поэтому основным параметром здесь является активная площадь контакта. В нашей модели для получения расчетной формулы мы приняли, что токовые контакты представляют собой квадратные площадки малых размеров со стороной  $2\varepsilon$ . Центр первого токового контакта, через который ток втекает в образец, имеет координаты  $(x_1, y_1)$ , второго токового контакта, через который ток

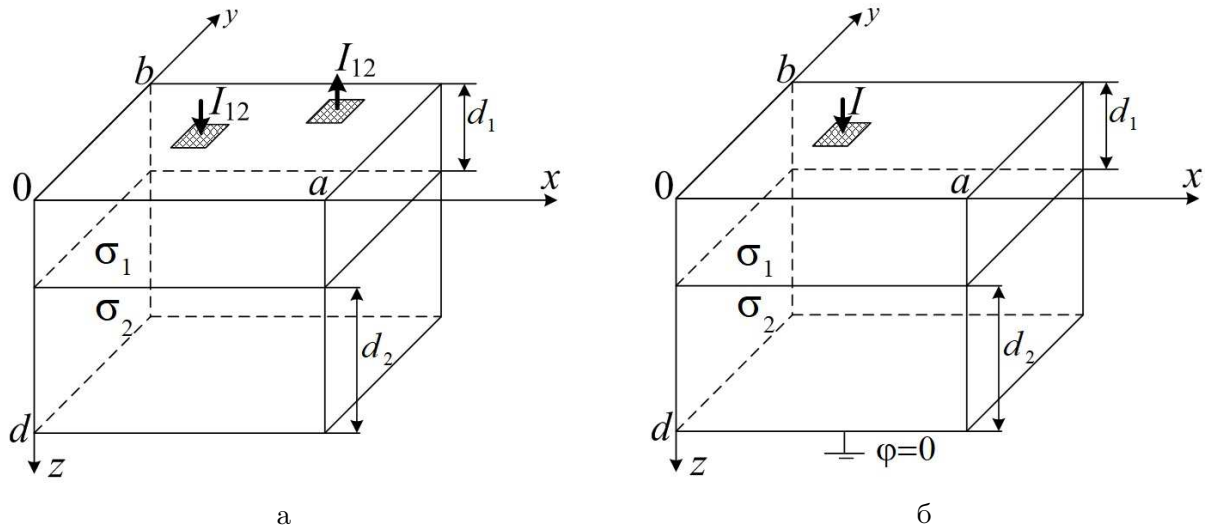


Рис. 2. Схема расположения контактов к неоднородной двухслойной структуре:  
 а) два токовых контакта примыкают к одной плоской грани,  
 б) токовый контакт примыкает к верхней грани, нижняя граница заземлена.

вытекает из образца –  $(x_2, y_2)$ .

В рассматриваемом случае распределение потенциала в образце описывается уравнением:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \Rightarrow \sigma_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} + \sigma_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y^2} + \sigma_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где  $i$  — индекс, указывающий номер слоя, для которого вычисляется потенциал.

Условия на границе полупроводникового образца вытекают из правила, что нормальная составляющая плотности тока равна нулю во всех точках на поверхности образца, кроме области под токовыми площадками [13, 14].

Краевые условия для электрического потенциала запишем в следующем виде:

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = 0, \quad (2)$$

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \Big|_{y=0,b} = 0, \quad (3)$$

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \begin{cases} -\frac{I_{12}}{4\varepsilon^2}, x \in [x_1 - \varepsilon; x_1 + \varepsilon] \cap y \in [y_1 - \varepsilon; y_1 + \varepsilon]; \\ \frac{I_{12}}{4\varepsilon^2}, x \in [x_2 - \varepsilon; x_2 + \varepsilon] \cap y \in [y_2 - \varepsilon; y_2 + \varepsilon]; \\ 0, \text{ в остальной области;} \end{cases} \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \Big|_{z=d} = 0, \quad (4)$$

$$\left( \varphi_1 = \varphi_2, \sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=d_1}. \quad (5)$$

Уравнения (5) следуют из требования “сшивания” потенциала в плоскости скачка удельного сопротивления ( $z = d_1$ ). Уравнение (1) с граничными условиями (2)–(5) решается методом Фурье [13, 15]. Окончательные выражения для распределений потенциалов электрических полей в различных частях структуры запишем в следующем виде:

$$\varphi_1(x, y, z) = \frac{I_{12}}{ab} \sum_{n,k=0,1,2,\dots}^{\infty} \Theta_{nk} [A_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} z) + B_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y), \quad (6)$$

$$\varphi_2(x, y, z) = \frac{I_{12}}{ab} \sum_{n, k=0, 1, 2, \dots}^{\infty} \Theta_{nk} [C_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} z) + D_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y). \quad (7)$$

В выражениях (6) и (7) введены следующие обозначения:

$$A_{nk} = f_{nk} (\sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_2) + \sigma_2 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_2)), \quad (8)$$

$$B_{nk} = -f_{nk} (\sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_2) + \sigma_2 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_2)), \quad (9)$$

$$C_{nk} = f_{nk} \sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d), \quad (10)$$

$$D_{nk} = -f_{nk} \sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d), \quad (11)$$

$$f_{nk} = \frac{1}{\sigma_1 \eta_{nk}} \frac{\cos(\alpha_n x_1) \cos(\beta_k y_1) - \cos(\alpha_n x_2) \cos(\beta_k y_2)}{\sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_2) + \sigma_2 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_2)} \frac{\sin(\alpha_n \varepsilon)}{\alpha_n \varepsilon} \frac{\sin(\beta_k \varepsilon)}{\beta_k \varepsilon}, \quad (12)$$

$$\Theta_{nk} = \begin{cases} 0, & n = k = 0; \\ 2, & n = 0 \text{ или } k = 0; \\ 4, & n \neq 0, k \neq 0; \end{cases} \quad \alpha_n = \frac{\pi n}{a}, \quad \beta_k = \frac{\pi k}{b}, \quad \eta_{nk} = \sqrt{\alpha_n^2 + \beta_k^2}. \quad (13)$$

**Поле токового зонда к образцу на проводящей подложке.** Рассмотрим ниже случай, когда один токовый контакт находится на верхней поверхности полупроводниковой пленки, при этом с противоположной стороны образец заземлен (рисунок 2,б). Полученное для такого случая выражение подходит для оптимальной интерпретации данных метода сопротивления растекания зондовой микроскопии. Пусть токовый зонд имеет область контакта квадратной формы со стороной  $2\varepsilon$ .

В таком случае уравнение для потенциала описывается выражением (1), а граничные условия принимают вид:

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=0, a} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=0, a} = 0, \quad (14)$$

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=0, b} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \Big|_{y=0, b} = 0, \quad (15)$$

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \Big|_{z=0} = \begin{cases} -\frac{I}{4\varepsilon^2}, & x \in [x_1 - \varepsilon; x_1 + \varepsilon] \cap y \in [y_1 - \varepsilon; y_1 + \varepsilon]; \\ 0, & \text{в остальной области;} \end{cases} \quad \varphi_2|_{z=d} = 0, \quad (16)$$

$$\left( \varphi_1 = \varphi_2, \sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=d_1}. \quad (17)$$

При решении задачи (1) с граничными условиями (14)-(17) нами была получена функция распределения потенциала электрического поля в первом слое с электропроводностью  $\sigma_1$ :

$$\begin{aligned} \varphi_1(x, y, z) &= \\ &= \frac{I}{ab} \left[ \left( \frac{d_1 - z}{\sigma_1} + \frac{d_2}{\sigma_2} \right) + \sum_{n, k=0}^{\infty} \Theta_{nk} [A_{nk}^* \operatorname{ch}(\eta_{nk} z) + B_{nk}^* \operatorname{sh}(\eta_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

и функция распределения потенциала электрического поля во втором слое с электропроводностью  $\sigma_2$ :

$$\varphi_2(x, y, z) = \frac{I}{ab} \left[ \left( \frac{d - z}{\sigma_2} \right) + \sum_{n, k=0}^{\infty} \Theta_{nk} [C_{nk}^* \operatorname{ch}(\eta_{nk} z) + D_{nk}^* \operatorname{sh}(\eta_{nk} z)] \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y) \right]. \quad (19)$$

В формулах (18) и (19) были введены следующие обозначения:

$$A_{nk}^* = f_{nk} (\sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_2) + \sigma_2 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_2)), \quad (20)$$

$$B_{nk}^* = -f_{nk} (\sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_2) + \sigma_2 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_2)), \quad (21)$$

$$C_{nk}^* = f_{nk}^* \sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d), \quad (22)$$

$$D_{nk}^* = -f_{nk}^* \sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d), \quad (23)$$

$$f_{nk}^* = \frac{1}{\sigma_1 \eta_{nk}} \frac{\cos(\alpha_n x_1) \cos(\beta_k y_1)}{\sigma_1 \eta_{nk} \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{sh}(\eta_{nk} d_2) + \sigma_2 \eta_{nk} \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{ch}(\eta_{nk} d_2)} \frac{\sin(\alpha_n \varepsilon)}{\alpha_n \varepsilon} \frac{\sin(\beta_k \varepsilon)}{\beta_k \varepsilon}. \quad (24)$$

Выражение (18) для потенциала точечного контакта ( $\varepsilon \in (a, b)$ ) на поверхности образца в плоскости  $z = 0$  принимает вид:

$$\varphi_1(x, y) = \frac{I}{ab} \left[ \left( \frac{d_1}{\sigma_1} + \frac{d_2}{\sigma_2} \right) + \sum_{n,k=0}^{\infty} \left\{ \Theta_{nk} \frac{\left( \operatorname{th}(\eta_{nk} d_2) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \operatorname{th}(\eta_{nk} d_1) \right) \cos(\alpha_n x_1) \cos(\beta_k y_1) \cos(\alpha_n x) \cos(\beta_k y)}{\sigma_1 \eta_{nk} \left( \operatorname{th}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{th}(\eta_{nk} d_2) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)} \right\} \right]. \quad (25)$$

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На основании расчетной формулы для потенциала (25) нами было выполнено моделирование распределения электрического поля на поверхности двухслойной полупроводниковой структуры прямоугольной формы, находящейся на проводящей подложке. Схема положения токового зонда на исследуемой структуре представлена на рисунке 2б, координата центра токового контакта  $(a/2, b/2, 0)$ . Относительные размеры образца и токового зонда:  $b/a = 1$ ,  $\varepsilon = 0.1d$ . При проведении расчетов для достижения погрешности вычислений не более 2 % потребовалось суммировать ряды Фурье до 200 слагаемых по каждому из индексов. Моделирование было произведено при различных соотношениях толщин верхнего и нижнего слоя и отношениях электропроводимостей слоев  $\sigma_1/\sigma_2$ . Результаты моделирования представлены на рисунке 3 в виде графиков изменения относительного потенциала на поверхности верхнего слоя от координаты  $x$  (при фиксированных  $z = 0, y = y_1 = b/2$ , на рис. 2б). При моделировании потенциал в подконтактной области принимали за единицу, потенциал на проводящей подложке равен нулю.

Из представленных графиков можно сделать следующие выводы.

При равной толщине слоев пленки и подложки, подложка вносит значительный вклад в распределение потенциала на поверхности в случае  $\sigma_1 > \sigma_2$ , т. е. когда зонд расположен на поверхности низкоомного полупроводника ( $n^+, p^+$ ). Когда зонд располагается на высокоомном слое ( $\sigma_2 > \sigma_1$ ), проводимость подложки практически не оказывает влияние на распределение потенциала на поверхности полупроводника.

При уменьшении толщины пластины по отношению в его ширине, потенциал концентрируется более плотно вблизи токового контакта, что соответствует известным литературным данным [16]. Влияние отношения  $\sigma_1/\sigma_2$  становится менее значимо, чем для более толстых образцов.

В случае  $d_1 \ll d_2$  (в нашей модели  $d_1 = a/100, d_2 = a/10$ ) и  $\sigma_1 > \sigma_2$  проведенное моделирование показывает большую значимость отношения  $\sigma_1/\sigma_2$  на распределение потенциала вблизи зонда, чем в случае  $d_1 \approx d_2$ .

Для условия  $\sigma_1 < \sigma_2$ , когда зонд расположен на тонком высокоомном слое, влияние проводимости подложки на распределение потенциала также более значимо, чем в случае  $d_1 \approx d_2$ .

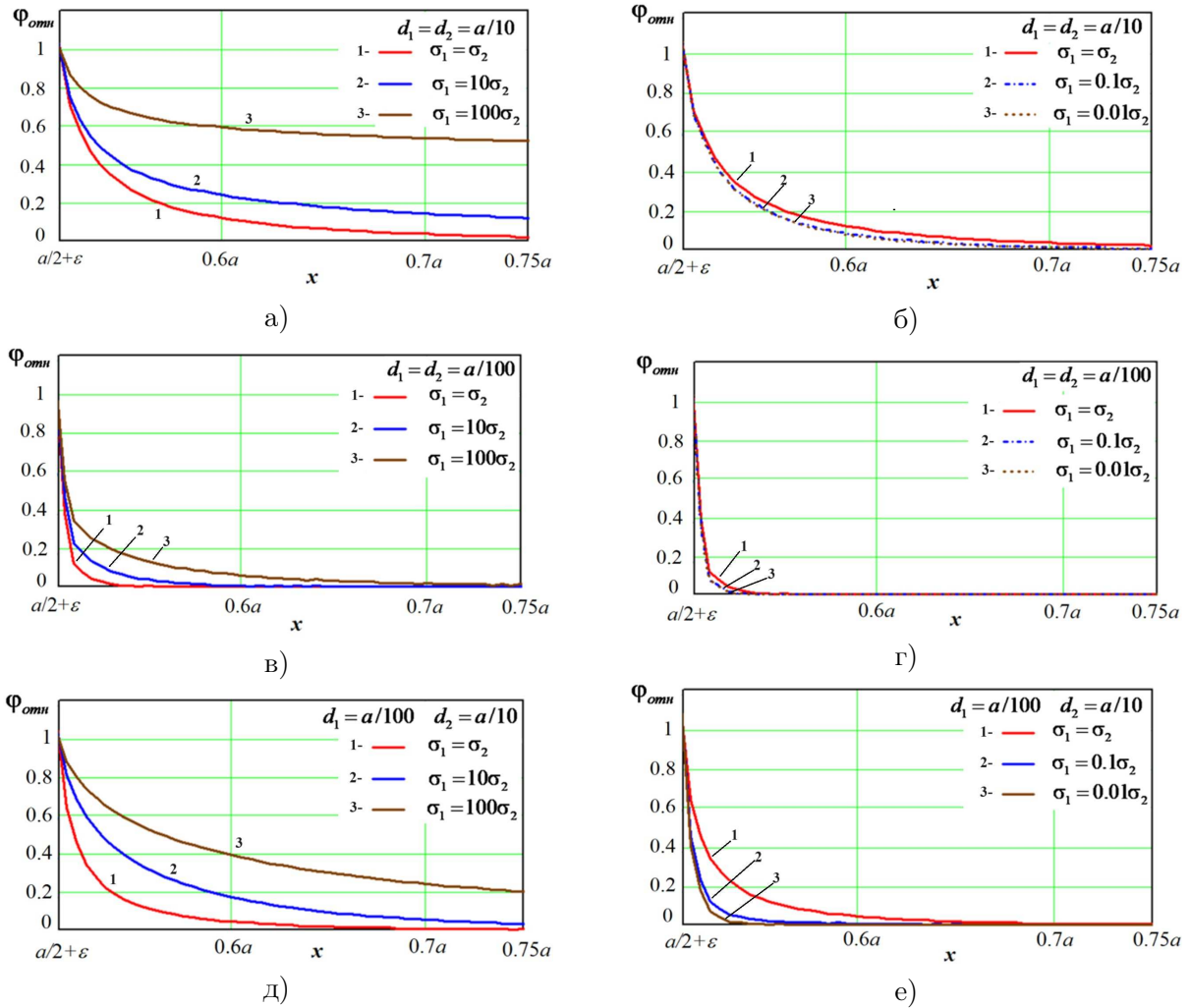


Рис. 3. Графики зависимости относительного потенциала на поверхности верхнего слоя двухслойной полупроводниковой структуры прямоугольной формы от координаты  $x$  при различных соотношениях электропроводимостей и толщин слоев ( $z = 0, y = y_1$ ).

При  $\sigma_2 > 10\sigma_1$  распределение потенциала по сканируемой верхней поверхности практически не изменяется.

### 3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ РАСЧЕТОВ. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УДЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ СТРУКТУР n-n<sup>+</sup> И p-p<sup>+</sup>

Пусть на поверхности двухслойной структуры располагаются два токовых контакта в соответствии с рисунком 4 (частный случай рис. 2а). Упростим выражение (6) для распределения потенциала в случае приближения точечных токовых зондов ( $\varepsilon \ll a, b$ ) в плоскости  $z = 0$ :

$$\varphi_1(x, y) = \frac{I_{12}}{ab} \times \sum_{n,k=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ \Theta_{nk} \left( \frac{1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \operatorname{th}(\eta_{nk}d_1) \operatorname{th}(\eta_{nk}d_2)}{\operatorname{th}(\eta_{nk}d_1) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \operatorname{th}(\eta_{nk}d_2)} \right) \frac{\cos(\alpha_n x_1) \cos(\beta_k y_1) - \cos(\alpha_n x_2) \cos(\beta_k y_2)}{\sigma_1 \eta_{nk} \sec(\alpha_n x) \sec(\beta_k y)} \right\}. \quad (26)$$

В случае расположения эквидистантного четырехзондового пробника вдоль центральной

линии верхней грани получаем следующее выражение для отношения разности потенциалов между контактами 3 и 4 к величине тока:

$$\frac{U_{34}}{I_{12}} = \frac{4}{\sigma_1 ab} \sum_{\substack{k=0,2,4,\dots \\ n=1,3,5,\dots}}^{\infty} \left[ \frac{\Theta_{nk}}{\eta_{nk}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\alpha_n 3s}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_n s}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \operatorname{th}(\eta_{nk} d_1) \operatorname{th}(\eta_{nk} d_2)\right)}{\operatorname{th}(\eta_{nk} d_1) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \operatorname{th}(\eta_{nk} d_2)} \right] = f_t(\sigma_1, \sigma_2, a, b, s, d_1, d_2). \quad (27)$$

При известных геометрических параметрах образца (напряжении, силе тока и проводимости одного из слоев) можно вычислить проводимость второго слоя, и выполнить сопоставление теоретического и экспериментального значения  $U_{34}/I_{12}$ . Данные вычисления удобно произвести, используя многочисленные математические пакеты. В частности, в MathCAD имеется встроенный оператор «*root*», успешно решающий нелинейные уравнения [17, 18]. Для случая неизвестной проводимости верхнего слоя необходимо ввести численное значение среднего экспериментального отношения  $U_{34}/I_{12}$ , зависимость  $f_t(\sigma_1)$  с геометрическими размерами (разность экспериментального и теоретического значений), а также задать интервал поиска неизвестной величины:

$$\operatorname{root} \left( \left( \frac{U_{34}}{I_{12}} \right)_{\text{эксп.}} - f_t(\sigma_1), \sigma_1, \sigma_{\min}, \sigma_{\max} \right). \quad (28)$$

Таким образом, мы найдем  $\sigma_1$  как корень нелинейного уравнения  $(U_{34}/I_{12})_{\text{эксп.}} - f_t(\sigma_1) = 0$  в заданном диапазоне (который можно варьировать в широких пределах). Аналогично можно определить  $\sigma_2$  при известном  $\sigma_1$  (в пределах погрешности измерений).

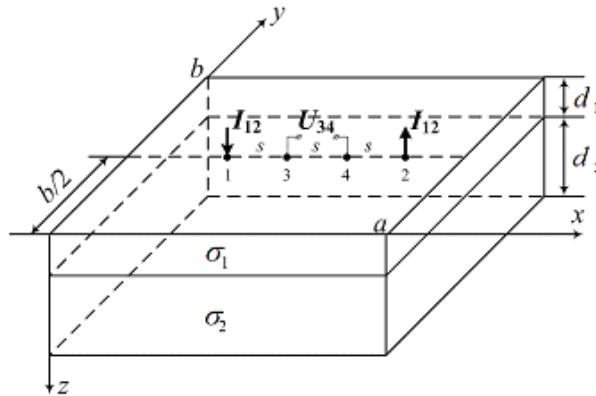


Рис. 4. Расположение эквидистантного зондового пробника при определении электропроводности верхнего слоя.

Согласно известным литературным данным [16, 19], при стандартных зондовых измерениях линейным пробником при значении отношения  $d/s < 0,07$  образец можно считать тонким. В этом случае использовались упрощающие соотношения  $\operatorname{ch}(\eta_{kn} d) \approx 1$ ;  $\operatorname{sh}(\eta_{kn} d) \approx \eta_{kn} d$ . В итоге для тонких исследуемых образцов формула (29) примет более простой вид:

$$\frac{U_{34}^*}{I_{12}} = \frac{1}{ab (\sigma_1 d_1 + \sigma_2 d_2)} \sum_{\substack{k=0,2,4,\dots \\ n=1,3,5,\dots}}^{\infty} \left[ \Theta_k \cdot \frac{4 \sin\left(\frac{\alpha_n 3s}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_n s}{2}\right)}{\eta_{nk}^2} \right]. \quad (29)$$

Также представляет практическую значимость определение величины (29) для неограниченного полупроводникового образца (в плоскости  $Oxy$  при  $a/s \rightarrow \infty$ ,  $b/s \rightarrow \infty$ ). Опущенные вычисления соответствующих пределов, в случае бесконечной пластины выражение (29)

представимо в виде:

$$\frac{U_{34}^{**}}{I_{12}} = \frac{0,2206}{\sigma_1 d_1 + \sigma_2 d_2}. \quad (30)$$

Данное выражение полностью согласуется с литературными данными [16, 19]. Соответственно, для однородных полупроводниковых образцов ( $\sigma_2 = \sigma_1 = \sigma = 1/\rho$ ,  $d_1 + d_2 = d$ ) получаем известную формулу определения удельного сопротивления с помощью линейного четырехзондового пробника:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 4,532 \frac{U_{34}^{***}}{I_{12}} d. \quad (31)$$

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АПРОБАЦИЯ МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ УДЕЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТИ

Данные параметров образцов и результатов измерений приведены в таблице 1. Для образца №1 подложка электронного типа проводимости с более высоким содержанием фосфора являлась нижним слоем в рассмотренной выше теоретической схеме. Для образца №2 подложкой служил кристалл GaAs (легированный теллуrom). На поверхности кристалла нанесены эпитаксиально две пленки с различным содержанием теллура.

Таблица 1. Эпитаксиальные структуры (резкая неоднородность). Опытные данные.

№ образца	Толщина нижнего $n^+$ слоя $d_2$ , мкм	Толщина верхнего $n$ слоя $d_1$ , мкм	$\sigma_2$ ( $n^+$ слоя), Ом·см	$\left(\frac{U_{34}}{I_{12}}\right)_{\text{эксп}}$ , Ом	$\sigma_1$ ( $n$ слоя), Ом·см		Отклонение эксп. значения
					Экспер. значения	Паспорт. данные образца	
1 Si	400	15 ( $n, P$ )	1,43	$6,74 \cdot 10^4$	0,103	0,095	8,4 %
2 GaAs	20	15 ( $n, P$ )	0,54	$2,98 \cdot 10^6$	0,054	0,050	8,0 %

Паспортные данные были известны заранее и определялись стандартным четырехзондовым пробником с линейным расположением зондов для пленки, наносимой при тех же начальных условиях на изолирующую подложку. Экспериментальные значения определялись на основе соответствия напряжений между средними зондами линейного пробника расчетным значениям в предположении, что значение проводимости нижнего слоя  $\sigma_2$  определено. Значение напряжения определялось при 5 значениях тока таким образом, чтобы контролировалось линейное отношение  $U_{34}/I_{12}$ . В таблице ниже указано среднее значение  $U_{34}/I_{12}$ . Измерения токов и напряжений проводились в средней части образцов, согласно описанной выше четырехзондовой методике, межзондовое расстояние составляло  $s = 2,5$  мм. Экспериментальные образцы имели форму тонкого квадрата со сторонами 30 мм (Si) и 21 мм (GaAs).

Полученное нами экспериментальное значение находится в пределах погрешности менее 10 % относительно паспортного значения. Отклонение порядка 8 % от паспортного значения можно объяснить незначительными диффузионными токами в приконтактных областях [20, 21].



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные нами теоретические расчеты и компьютерные модели показывают, что неоднородность проводимости слоев существенно влияет на распределение электрического потенциала и токовых линий при зондовых методах исследования эпитаксиальных полупроводниковых структур.

Теоретические формулы (6)–(7), (18)–(19) позволяют выполнять расчет распределений электрического поля внутри образца, определять разность потенциалов между различными точками в структурах и приборах на основе  $n-n^+$  и  $p-p^+$  эпитаксиальных полупроводников.

Представленные распределения потенциалов могут найти полезное применение при обработке данных АСМ с использованием методов сопротивления растекания тока и зондовых методов изменения электропроводимости.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воротынцев, В. М. Базовые технологии микро- и нанoeлектроники / В. М. Воротынцев, В. Д. Скупов. — М. : Проспект, 2019. — 520 с.
2. Sze, S. M. Physics of Semiconductor Devices / S. M. Sze, Y. Li, K. K. Ng. — New Jersey : Wiley, 2021. — 944 p.
3. Metal-induced  $n^+/n$  homojunction for ultrahigh electron mobility transistors / JM. Park et al. // NPG Asia Mater. — 2020. — V. 12. — P. 81.
4. On the Role of the  $n-n^+$  Junction Doping Profile of a PIN Diode on Its Turn-Off Transient Behavior / B. Allard et al. // IEEE Transactions on Power Electronics. — 2008. — V. 23, №. 1. — P. 491–494.
5. Ballistic Injection Terahertz Plasma Instability in Graphene  $n^+-i-n-n^+$  Field-Effect Transistors and Lateral Diodes / V. Ryzhii et al. // Phys. Status Solidi A. — 2022. — V. 219, iss. 1. — P. 2100694.
6. Effect of the Conductive Channel Cut-Off on Operation of  $n^+-n-n^+$  GaN NW-Based Gunn Diode / A. M. Mozharov et al. // Semiconductors. — 2018. — V. 52, iss. 14. — P. 1809–1812.
7. Letha, A. J. Analysis of poly-Si thin film  $p^+-n-n^+$  homojunction solar cell and heterojunction solar cell with and without a thin  $\mu c$ -Si layer at the interface of a-Si and poly-Si layers / A. J. Letha, H. L. Hwang // Eur. Phys. J. Appl. Phys. — 2009. — V. 46, № 2. — P. 20302.
8. Co-Diffusion Processing of  $p^+/n/n^+$  Structure for n-Type Silicon Solar Cells Using Boron Doped Paper Sheets / A. El Amrani et al. // Silicon. — 2022. — V. 14, iss. 1. — P. 223–228.
9. Марченко, И. Г. Технологические особенности электронного облучения Si  $p^+-n-n^+$ -диодов при повышенных температурах / И. Г. Марченко, Н. Е. Жданович // Физика и техника полупроводников. — 2011. — Т. 45, вып. 11. — С. 1549–1552.
10. Бахрушин, В. Е. Получение и физические свойства слабелегированных слоев многослойных композиций / В. Е. Бахрушин. — Запорожье : ЗИГМУ, 2001. — 248 с.
11. Chen, C. J. Introduction to Scanning Tunneling Microscopy / C. J. Chen. — New York : Oxford University Press, 2015. — 488 p.
12. Voigtlander, B. Scanning Probe Microscopy. Atomic Force Microscopy and Scanning Tunneling Microscopy / B. Voigtlander. — Springer, Berlin, Heidelberg, 2015. — 382 p.
13. Мирюлюбов, Н. Н. Методы расчета электростатических полей / Н. Н. Мирюлюбов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн. — М. : Высшая школа, 1963. — 415 с.
14. Аскеров, Б. М. Электронные явления переноса в полупроводниках / Б. М. Аскеров. — М. : Наука, 1985. — 320 с.
15. Filippov, V. Mathematical Modelling of Hall Effect in Rectangular Samples with Nonpoint Current Contacts / V. Filippov, N. Biryukova // Proceedings — 2020 2nd International Conference

on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2020: Virtual, Lipetsk, 2020. — P. 881–885.

16. Батавин, В. В. Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур / В. В. Батавин, Ю. А. Концевой, Ю. В. Федорович. — М. : Радио и связь, 1985. — 264 с.

17. Maxfield, V. Essential Mathcad for Engineering, Science and Math. 2nd edition / V. Maxfield. — Elsevier Science : Academic Press, 2009. — 501 p.

18. Черняк, А. А. Математические расчеты в среде Mathcad / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. — М. : Издательство Юрайт, 2023. — 163 с.

19. Павлов, Л. П. Методы измерения параметров полупроводниковых материалов / Л. П. Павлов. — М. : Высшая школа, 1987. — 240 с.

20. Михайлов, А. И. Оптимизация алгоритма математической модели установления распределения заряда и электрического поля в многослойной полупроводниковой структуре с металлическими контактами / А. И. Михайлов, А. В. Митин, И. О. Кожевников // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. — 2013. — № 4. — С. 133–146.

21. Божков, В. Г. Контакты металл-полупроводник: физика и модели / В. Г. Божков. — Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. — 528 с.

## REFERENCES

1. Vorotyntsev V.M., Skupov V.D. Basic technologies of micro- and nanoelectronics. [Vorotyntsev V.M., Skupov V.D. Bazovye tekhnologii mikro- i nanoelektroniki]. Moscow: Prospect, 2019, 520 p.

2. Sze S.M., Li Y., Ng K.K. Physics of Semiconductor Devices. New Jersey: Wiley, 2021, 944 p.

3. Park J.M., Kim H.D., Joh H., Jang S.C., Park K., Park Y.C., Nahm H.H., Kim Y.H., Jeon S., Kim H.S. Metal-induced n<sup>+</sup>/n homojunction for ultrahigh electron mobility transistors. NPG Asia Mater, 2020, vol. 12, p. 81.

4. Allard B., Garrab H., Salah b. ben T., Morel H., Ammous K., Besbes K. On the Role of the n-n<sup>+</sup> Junction Doping Profile of a PIN Diode on Its Turn-Off Transient Behavior. IEEE Transactions on Power Electronics, 2008 vol. 23, no. 1, pp. 491–494.

5. Ryzhii V., Ryzhii M., Satou A., Mitin V., Shur M.S., Otsuji T. Ballistic Injection Terahertz Plasma Instability in Graphene n<sup>+</sup>-i-n-n<sup>+</sup> Field-Effect Transistors and Lateral Diodes. Phys. Status Solidi A, 2022, vol. 219, iss. 1, p. 2100694.

6. Mozharov A.M., Vasiliev A.A., Komissarenko F.E., Bolshakov A.D., Sapunov G.A., Fedorov V.V., Cirilin G.E., Mukhin I.S. Effect of the Conductive Channel Cut-Off on Operation of n<sup>+</sup>-n-n<sup>+</sup> GaN NW-Based Gunn Diode. Semiconductors, 2018, vol. 52, iss. 14, pp. 1809–1812.

7. Letha A.J., Hwang H.L. Analysis of poly-Si thin film p<sup>+</sup>-n-n<sup>+</sup> homojunction solar cell and heterojunction solar cell with and without a thin  $\mu$ c-Si layer at the interface of a-Si and poly-Si layers. Eur. Phys. J. Appl. Phys., 2009, vol. 46, no. 2, p. 20302.

8. Amrani A.El, Boucheham A., Guendouzi A., Nasraoui C., Si-Kaddour R. Co-Diffusion Processing of p<sup>+</sup>/n/n<sup>+</sup> Structure for n-Type Silicon Solar Cells Using Boron Doped Paper Sheets. Silicon, 2022, vol. 14, iss. 1, pp. 223–228.

9. Marchenko I.G., Zhdanovich N.E. Technological features of electron irradiation of Si p<sup>+</sup>-n-n<sup>+</sup> diodes at elevated temperatures. [Marchenko I.G., Zhdanovich N.E. Tekhnologicheskie osobennosti elektronnoy oblučeniya Si p<sup>+</sup>-n-n<sup>+</sup>-diodov pri povyshennyh temperaturah]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov — Physics and technology of semiconductors*, 2011, vol. 45, iss. 11, pp. 1549–1552.

10. Bakhrushin V.E. Obtaining and physical properties of weakly alloyed layers of multilayer compositions. [Bakhrushin V.E. Poluchenie i fizicheskie svoystva slabolegirovannykh sloev mnogoslojnykh kompozitsij]. Zaporozhye: ZIGMU, 2001, 248 p.

11. Chen C.J. Introduction to Scanning Tunneling Microscopy. New York: Oxford University Press, 2015, 488 p.
12. Voigtlander B. Scanning Probe Microscopy. Atomic Force Microscopy and Scanning Tunneling Microscopy. Springer, Berlin, Heidelberg, 2015, 382 p.
13. Mirolyubov N.N., Kostenko M.V., Levinstein M.L. Methods of calculation of electrostatic fields. [Mirolyubov N.N., Kostenko M.V., Levinshitejn M.L. Metody rascheta elektrostatičeskikh polej]. Moscow: Higher School, 1963, 415 p.
14. Askerov B.M. Electronic transfer phenomena in semiconductors. [Askerov B.M. Elektronnyye yavleniya perenosa v poluprovodnikah]. Moscow: Nauka, 1985, 320 p.
15. Filippov V., Biryukova N. Mathematical Modeling of Hall Effect in Rectangular Samples with Nonpoint Current Contacts. Proceedings — 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2020: Virtual, Lipetsk, 2020, pp. 881–885.
16. Batavin V.V., Kontsevoy Yu.A., Fedorovich Yu.V. Measurement of parameters of semiconductor materials and structures. [Batavin V.V., Koncevoj YU.A., Fedorovich YU.V. Izmerenie parametrov poluprovodnikovyyh materialov i struktur]. Moscow: Radio and Communications, 1985, 264 p.
17. Maxfield B. Essential Mathcad for Engineering, Science and Math. Elsevier Science: Academic Press, 2009, 501 p.
18. Chernyak A.A., Chernyak J.A. Mathematical calculations in the Mathcad environment. [CHernyak A.A., CHernyak ZH.A. Matematicheskie raschety v srede Mathcad]. Moscow: Yurayt Publishing House, 2023, 163 p.
19. Pavlov L.P. Methods of measuring parameters of semiconductor materials. [Pavlov L.P. Metody izmereniya parametrov poluprovodnikovyyh materialov]. Moscow: Higher School, 1987, 240 p.
20. Mikhailov A.I., Mitin A.V., Kozhevnikov I.O. Optimization of the algorithm of the mathematical model of charge and electric field distribution in a multilayer semiconductor structure with metal contacts. [Mihajlov A.I., Mitin A.V., Kozhevnikov I.O. Optimizaciya algoritma matematicheskoj modeli ustanovleniya raspredeleniya zaryada i elektricheskogo polya v mnogoslujnoj poluprovodnikovoj strukture s metallicheskimi kontaktami]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Povolzhskij region. Fiziko-matematicheskie nauki — Izvestia of higher educational institutions. Volga region. Physical and mathematical sciences*, 2013, no. 4, pp. 133–146.
21. Bozhkov V.G. Metal-semiconductor contacts: physics and models. [Bozhkov V.G. Kontakty metall-poluprovodnik: fizika i modeli]. Tomsk: Publishing House of Tomsk State University, 2016, 528 p.

Филиппов Владимир Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и физики, Липецкий государственный педагогический университет имени П. П. Семенова-Тян-Шанского; профессор кафедры естественных и технических наук Липецкого казачьего института технологий и управления (филиал) Московского государственного университета технологий и управления имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), Липецк, Россия  
E-mail: wvfilippov@mail.ru

Filippov Vladimir Vladimirovich, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Professor of the Department Mathematics and Physics, Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky; professor Department of Natural and Technical Sciences Lipetsk Cossack Institute of Technology and Management (Branch) Moscow State University of Technologies and Management named after K. G. Razumovsky, Lipetsk, Russia  
E-mail: wvfilippov@mail.ru

Лузянин Сергей Евгеньевич, старший преподаватель кафедры информатики, информационных технологий и защиты информации, Липецкий государственный педагогический университет имени П. П. Семенова-Тян-Шанского, Липецк, Россия  
E-mail: luzyanin\_se@mail.ru

Luzyanin Sergey Evgenievich, Senior Lecturer, Department of Informatics, Information Technologies and Information Security, Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky, Lipetsk, Russia  
E-mail: luzyanin\_se@mail.ru

Смирнов Михаил Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры естественных и технических наук Липецкого казачьего института технологий и управления (филиал) Московского государственного университета технологий и управления имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), Липецк, Россия  
E-mail: m\_u\_smirnov@mail.ru

Smirnov Mikhail Yurievich, assistant professor Department of Natural and Technical Sciences Lipetsk Cossack Institute of Technology and Management (Branch) Moscow State University of Technologies and Management named after K. G. Razumovsky, Lipetsk, Russia  
E-mail: m\_u\_smirnov@mail.ru

Зияутдинова Елена Владимировна, студент Metallurgical Institute Липецкого государственного технического университета; студент Липецкого казачьего института технологий и управления (филиал) Московского государственного университета технологий и управления имени К. Г. Разумовского (Первый казачий университет), Липецк, Россия  
E-mail: zlenok\_1911@mail.ru

Ziyautdinova Elena Vladimirovna, student of the Metallurgical Institute Lipetsk State Technical University, Lipetsk Cossack Institute of Technology and Management (Branch) Moscow State University of Technologies and Management named after K. G. Razumovsky, Lipetsk, Russia  
E-mail: zlenok\_1911@mail.ru