

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ПОРИСТОМ КУБЕ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕРАВНОМЕРНОГО НАГРЕВА БОКОВОЙ СТЕНКИ*

М. С. Астанина, М. А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Поступила в редакцию 12.02.2023 г.

Аннотация. Проведено численное моделирование свободной конвекции в замкнутой пористой кубической полости с синусоидальным законом нагрева одной из вертикальных граней. Математическая модель строилась на основе ньютоновских реологических уравнений с учётом зависимости вязкости от температуры согласно соотношению Рейнольдса и решалась методом конечных разностей. Тепловое взаимодействие между твёрдым скелетом и рабочей жидкостью проводилось на основе тепловой локально-неравновесной модели. Показано влияние определяющих параметров на внутренние процессы тепловой системы.

Ключевые слова: свободная конвекция, пористый куб, тепловая локально-неравновесная модель, метод конечных разностей.

MATHEMATICAL MODELING OF NATURAL CONVECTION IN A POROUS CUBE UNDER THE INFLUENCE OF NONUNIFORM HEATING OF THE SIDE WALL

M. S. Astanina, M. A. Sheremet

Abstract. A numerical simulation of free convection in a closed porous cubic cavity with a sinusoidal heating law of one of the vertical faces has been performed. The mathematical model has been formulated on the basis of Newtonian rheological equations taking into account the dependence of viscosity on temperature according to the Reynolds relation and solved by the finite difference method. The thermal interaction between the solid matrix and the working fluid has been carried out on the basis of the local thermal non-equilibrium model. The influence of the governing parameters on the internal processes of the thermal system has been shown.

Keywords: free convection, porous cube, local thermal non-equilibrium model, finite difference methodology.

ВВЕДЕНИЕ

При современных темпах развития промышленности эффективность и надёжность тепловых систем является одним из основных направлений, требующих всестороннего изучения и описания. Одними из самых востребованных исследований являются задачи математического моделирования тепловых систем, основанных на процессах естественной конвекции. Эффективным способом оптимизации их работы является введение пористых сред в рабочие полости, а также использование сред с переменными теплофизическими свойствами [1–4].

* Исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-5799.2021.4).

© Астанина М. С., Шеремет М. А., 2023

Учет влияния свойств окружающей среды на структуры внутренних потоков и теплообмен является одним из важных аспектов численного моделирования тепловых систем. Чаще всего в качестве этой характеристики рассматривается непостоянство теплофизических свойств рабочей среды. В [5–7] экспериментально показано, что начальная температура воды влияет на коэффициент гидравлической проводимости (сила вязкого сопротивления в жидкости). Этот эффект авторы связывают с изменением вязкости жидкости с температурой окружающей среды. Также в доступе имеется ряд опубликованных теоретических исследований в области изучения конвективных процессов в средах переменной вязкости. Например, авторы [8] представили результаты моделирования естественной конвекции внутри замкнутой квадратной полости, заполненной жидкостью с переменной вязкостью и теплопроводностью для низких чисел Прандтля. Были найдены корреляционные зависимости числа Нуссельта и показано влияние переменных свойств рабочей жидкости при неравномерном нагреве системы. В [9] показано, что введение переменной плотности рабочей жидкости уменьшает эффект влияния переменной вязкости. В [10] численно исследован естественный конвективный теплообмен внутри открытой полости, заполненной жидкостью с переменными свойствами. Результаты показали, что для больших перепадов температуры необходимо учитывать переменные свойства рабочей среды. Авторы [11] проанализировали естественную конвекцию в кубе, заполненном жидкостью с переменной вязкостью, используя численные и экспериментальные методы. Полученные данные показали стабильное конвективное течение жидкости внутри полости, несмотря на высокие числа Рэлея за счёт учёта переменной вязкости. В [12] исследована естественная конвекция внутри замкнутой полости с изотермическими вертикальными стенками. Влияние переменных теплофизических свойств оказалось сильнее на первых этапах развития течения жидкости. Кроме того, градиент температуры усиливается при естественной конвекции жидкости с переменными свойствами. Авторы [13] провели численное моделирование теплообмена внутри пористой квадратной полости с изотермическими вертикальными стенками. Полученные данные показали, что переменная вязкость приводит к асимметричному течению жидкости и росту теплообмена внутри полости по сравнению со случаем постоянной вязкости. В [14] проведено моделирование естественной конвекции внутри закрытой пористой полости с переменной пористостью твердой структуры. Кроме того, вязкость рабочей жидкости изменяется с температурой по экспоненциальному закону. При увеличении абсолютного значения коэффициента плавления изменение параметра вязкости оказывает сильное влияние на распределение скорости внутри камеры, а также на число Шервуда и локальные числа Нуссельта на горячей изотермической поверхности. Авторы [15] обобщили законы зависимости вязкости при ламинарном теплообмене внутри прямоугольной полости. Авторы получили зависимости для средних чисел Нуссельта в зависимости от коэффициентов закона изменения вязкости. Кроме того, было показано влияние выбора закона зависимости вязкости на характеристики течения и теплопередачи. В [16] изучена естественная конвекция внутри замкнутой полости, заполненной жидкостью с температуро-зависимой вязкостью. Была представлена эволюция конвективных потоков в полости с течением времени, а также изучено влияние переменной вязкости и безразмерных параметров на характеристики теплообмена.

Из вышеприведённого обзора исследований задач ламинарной естественной конвекции жидкостей с переменными теплофизическими свойствами можно сделать вывод, что влияние изменения вязкости рабочей жидкости является довольно важным эффектом в рассматриваемом классе задач и требует подробного изучения. В настоящей работе проводится численное исследование естественной конвекции жидкости с переменной вязкостью [5, 17] в пористой кубической полости с использованием тепловой локально-неравновесной модели: температуры твёрдого скелета и рабочей жидкости рассчитываются отдельно друг от друга. Конвекция инициируется под воздействием разности температур между вертикальными

гранями, одна из которых нагревается по синусоидальному закону, а противоположная стенка поддерживается при постоянной низкой температуре. Полученные результаты численного анализа теплообмена в рассматриваемой системе могут быть использованы в качестве рекомендаций при проектировании и оптимизации пассивных систем охлаждения источников энергии в тепловых системах микроэлектроники и приборостроения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

Схематическая постановка рассматриваемой системы показана на рисунке 1. Вязкость рабочей теплопроводной ньютоновской среды изменяется по закону $\mu = \exp[-\zeta(T - T_c)/\Delta T]$ [5], где ζ – константа. Нагрев вертикальной грани $\bar{x} = 0$ осуществляется по закону $T_w(\bar{z}) = T_c + \Delta T \sin(\pi\bar{z}/L)$, противоположная грань $\bar{x} = L$ имеет температуру T_c . При этом другие границы куба теплоизолированы. Пористая среда считается однородной, изотропной и проницаемой для жидкости. Для описания пористого скелета используется модель Дарси-Бринкмана и тепловая локально-неравновесная модель. Кроме того, справедливо приближение Буссинеска.

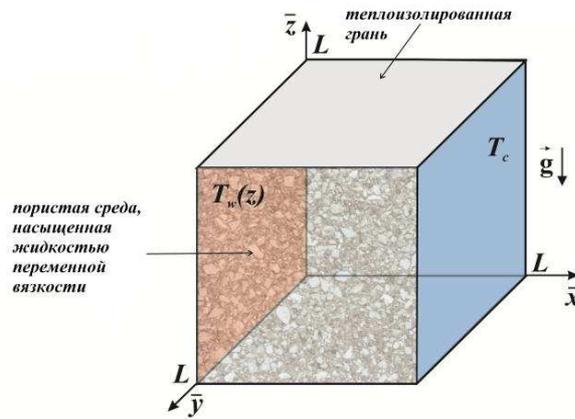


Рис. 1. Схематическая постановка решаемой задачи.

С учётом указанных предположений управляющая система уравнений в безразмерных переменных “векторный потенциал – вектор завихрённости – температура” [17–19] записывается в виде:

$$\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2} = -\omega_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} = -\omega_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial z^2} = -\omega_z \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} &\varepsilon \frac{\partial \omega_x}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial u}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial u}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial u}{\partial z} = \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2(\mu \omega_x)}{\partial x^2} + \right. \\ &+ \frac{\partial^2(\mu \omega_x)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\mu \omega_x)}{\partial z^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega_x}{\text{Da}} - \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\omega_x \frac{\partial \mu}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \mu}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) + \\ &+ 2\varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\varepsilon v}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\varepsilon w}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial y} \right] + \varepsilon^2 \frac{\partial \Theta_f}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial \omega_y}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_y}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_y}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial v}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial v}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial v}{\partial z} = \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2(\mu \omega_y)}{\partial x^2} + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2(\mu \omega_y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\mu \omega_y)}{\partial z^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega_y}{\text{Da}} \right) - \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\omega_x \frac{\partial \mu}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \mu}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) + \\ + 2\varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z} - \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon w}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial x} - \frac{\varepsilon u}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial z} \right] - \varepsilon^2 \frac{\partial \Theta_f}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial \omega_z}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_z}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_z}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial w}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial w}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2(\mu \omega_z)}{\partial x^2} + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2(\mu \omega_z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\mu \omega_z)}{\partial z^2} - \varepsilon \frac{\mu \omega_z}{\text{Da}} \right) - \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\omega_x \frac{\partial \mu}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \mu}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) + \\ + 2\varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left[\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon u}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial y} - \frac{\varepsilon v}{2\text{Da}} \frac{\partial \mu}{\partial x} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \Theta_f}{\partial \tau} + u \frac{\partial \Theta_f}{\partial x} + v \frac{\partial \Theta_f}{\partial y} + w \frac{\partial \Theta_f}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta_f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Theta_f}{\partial z^2} \right) + \frac{\xi}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} (\Theta_s - \Theta_f) \quad (7)$$

$$(1 - \varepsilon) \frac{\partial \Theta_s}{\partial \tau} = \frac{(1 - \varepsilon) \Lambda \gamma}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial z^2} \right) + \frac{\xi \gamma}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} (\Theta_f - \Theta_s) \quad (8)$$

В этой системе использованы безразмерные переменные

$$\begin{aligned} x = \bar{x}/L, \quad y = \bar{y}/L, \quad z = \bar{z}/L, \quad \tau = t \sqrt{g\beta\Delta T/L}, \quad \Theta_f = (T_f - T_c)/\Delta T, \quad \Theta_s = (T_s - T_c)/\Delta T, \\ \mu = \bar{\mu}/\mu_0, \quad u = \bar{u}/\sqrt{g\beta\Delta TL}, \quad v = \bar{v}/\sqrt{g\beta\Delta TL}, \quad w = \bar{w}/\sqrt{g\beta\Delta TL}, \\ \psi_x = \bar{\psi}_x/\sqrt{g\beta\Delta TL^3}, \quad \psi_y = \bar{\psi}_y/\sqrt{g\beta\Delta TL^3}, \quad \psi_z = \bar{\psi}_z/\sqrt{g\beta\Delta TL^3}, \\ \omega_x = \bar{\omega}_x\sqrt{L/g\beta\Delta T}, \quad \omega_y = \bar{\omega}_y\sqrt{L/g\beta\Delta T}, \quad \omega_z = \bar{\omega}_z\sqrt{L/g\beta\Delta T} \end{aligned}$$

и безразмерные числа такие, как $\text{Da} = K/L^2$ (число Дарси), $\text{Ra} = \rho g \beta \Delta T L^3 / \alpha \mu_0$ (число Рэлея), $\text{Pr} = \mu_0 / \rho \alpha$ (число Прандтля), $\xi = \tilde{h} L^2 / \lambda_f$ (число Нильда), $\mu = \exp(-\zeta \Theta_f)$ (безразмерный закон зависимости вязкости), $\Lambda = \lambda_s / \lambda_f$ (коэффициент теплопроводности между твёрдым скелетом и рабочей средой), $\gamma = (\rho c)_f / (\rho c)_s$ (коэффициент теплоёмкости между твёрдым скелетом и рабочей средой).

Начальные и граничные условия для сформулированной системы уравнений (1)–(8) записываются в виде:

$$\begin{aligned} \tau = 0 : \quad & \begin{cases} \psi_x = 0, \\ \psi_y = 0, \\ \psi_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = 0, \\ \omega_y = 0, \\ \omega_z = 0 \end{cases} \quad \Theta = 0 \text{ на } \begin{cases} 0 < x \leq 1, \\ 0 \leq y \leq 1, \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases} \quad \text{но } \Theta = \Theta_w = \sin(\pi z) \text{ на } x = 0 \\ \tau > 0 : \quad & \begin{cases} \partial \psi_x / \partial x = 0, \\ \psi_y = 0, \\ \psi_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = 0, \\ \omega_y = -\partial w / \partial x, \\ \omega_z = \partial v / \partial x \end{cases} \quad \Theta = \Theta_w = \sin(\pi z) \text{ на } x = 0, 0 \leq y \leq 1 \text{ и } 0 \leq z \leq 1 \\ & \begin{cases} \partial \psi_x / \partial x = 0, \\ \psi_y = 0, \\ \psi_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = 0, \\ \omega_y = -\partial w / \partial x, \\ \omega_z = \partial v / \partial x \end{cases} \quad \Theta = 0 \text{ на } x = 1, 0 \leq y \leq 1 \text{ и } 0 \leq z \leq 1 \\ & \begin{cases} \psi_x = 0, \\ \partial \psi_y / \partial y = 0, \\ \psi_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = \partial w / \partial y, \\ \omega_y = 0, \\ \omega_z = -\partial u / \partial y \end{cases} \quad \frac{\partial \Theta}{\partial y} = 0 \text{ на } y = 0 \text{ и } y = 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ и } 0 \leq z \leq 1 \\ & \begin{cases} \psi_x = 0, \\ \psi_y = 0, \\ \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = -\partial v / \partial z, \\ \omega_y = \partial u / \partial z, \\ \omega_z = 0 \end{cases} \quad \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \text{ на } z = 0 \text{ и } z = 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ и } 0 \leq y \leq 1 \end{aligned} \quad (9)$$

Решение системы уравнений (1)–(8) с начальными и граничными соотношениями (9) проводилось с помощью метода конечных разностей на равномерной вычислительной сетке [17–20]. Для реализации численного алгоритма был создан и протестирован вычислительный код на языке программирования C++. Используемый метод решения задач свободной конвекции был протестирован на сеточную сходимость и на соответствие с уже имеющимися данными из литературы [21, 22]. В таблице 1 приведено сравнение результатов моделирования модельных задач естественной конвекции с опубликованными результатами для фиксированного числа Рэлея и различных размерностей расчётной сетки.

Таблица 1. Результаты валидации разработанной методики.

	Полученные результаты		Данные [21] 86×65×65	Данные [22] 62×62×62
	50×50×50	100×100×100		
$Ra = 10^5$				
W_{max} для $Y = Z = 0.5$	0.2471 ($X = 0.94$)	0.2466 ($X = 0.94$)	0.2471 ($X = 0.935$)	0.2453 ($X = 0.936$)
Nu_{max} для $Y = 0.5$	8.474 ($Z = 0.08$)	8.072 ($Z = 0.08$)	7.795 ($Z = 0.083$)	7.9669 ($Z = 0.0836$)
Nu_{min} для $Y = 0.5$	0.7869 ($Z = 1.0$)	0.727 ($Z = 1.0$)	0.7867 ($Z = 1.0$)	0.675 ($Z = 1.0$)
Nu	4.494	4.378	4.361	4.339

Кроме того, был проведён анализ независимости решения от расчётной сетки на четырех размерностях: 30×30×30, 60×60×60, 90×90×90, 120×120×120 элементов. На рисунке 2 показаны временные зависимости средней температуры внутри полости и интенсивности течения жидкости при $Pr = 7$, $\varepsilon = 0.9$, $Ra = 10^5$, $Da = 10^{-4}$, $\xi = 10$, $\zeta = 1$. Для дальнейших численных расчетов была выбрана равномерная сетка из 60×60×60 элементов.

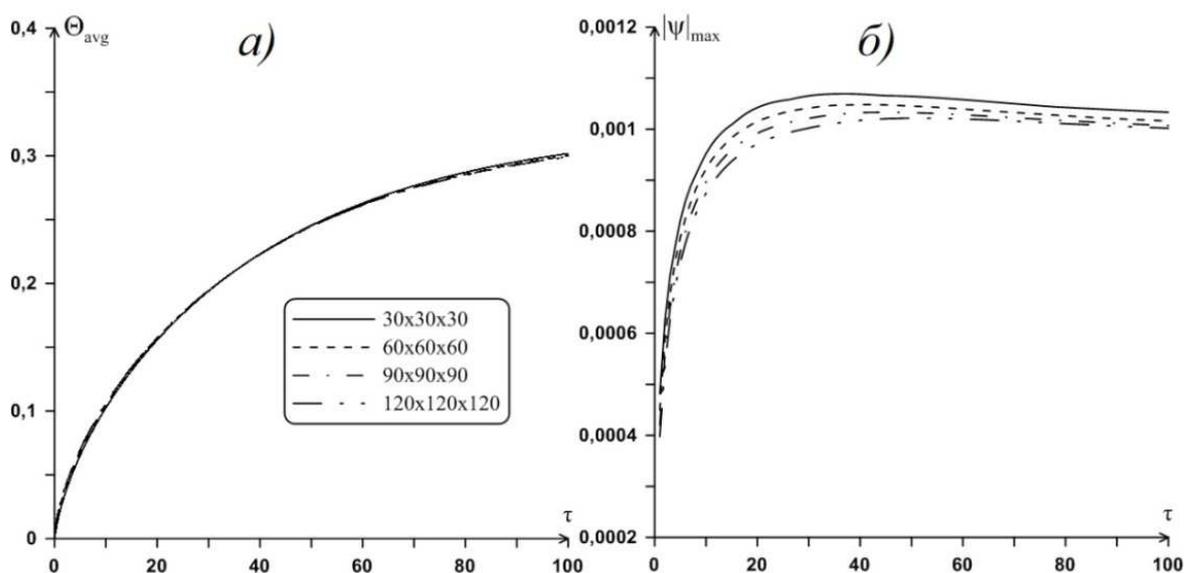


Рис. 2. Временные зависимости средней температуры в полости (а) и интенсивности течения жидкости (б) при $Da = 10^{-2}$, $\xi = 10$, $\zeta = 1$, $Ra = 10^5$ для различных сеточных параметров.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Численные эксперименты проводились в следующем диапазоне изменения определяющих параметров: пористость ($\varepsilon = 0.9$), число Прандтля ($Pr = 7$), число Нильда ($\xi = 10$), число Дарси ($10^{-4} \leq Da \leq 10^{-2}$), число Рэлея ($10^4 \leq Ra \leq 10^6$), параметр изменения вязкости ($\zeta = 0, 1$) и время ($0 \leq \tau \leq 100$). Особое внимание уделялось влиянию этих параметров на структуру конвективных потоков и теплообмен в полости, среднюю температуру внутри куба и интенсивность циркуляции жидкости в полости. Следует отметить, что рассматриваемые диапазоны управляющих параметров были выбраны на основе теплофизических свойств используемых материалов в тепловой системе: воды (рабочая жидкость) и алюминиевой пены (пористый слой) [23]. Рассматриваемый диапазон чисел Рэлея описывает ламинарные режимы естественной конвекции, что было показано ранее. Число Рэлея в диапазоне между 10^7 и 10^8 считается определяющим параметром переходных режимов естественной конвекции, но дальнейшее увеличение числа Рэлея приводит к появлению турбулентных потоков [24, 25]. При значении параметра изменения вязкости $\zeta = 0$ рассматривается жидкость с постоянной вязкостью, в случае $\zeta = 1$ вязкость рабочей жидкости зависит от температуры. Время расчета τ было выбрано на основе вычислительных экспериментов для достижения стабильного устойчивого конвективного течения.

На рисунке 3 показаны трехмерные поля температур Θ_f , Θ_s и вертикальной скорости W для $Da = 10^{-2}$, $\zeta = 1$, $\tau = 100$ и различных значений числа Рэлея. Температура рабочей жидкости и температура твердой структуры пористого материала не равны, и для каждой фазы было отдельно решено уравнение энергии в соответствии с тепловой локально-неравновесной моделью, которая была использована в исследовании. Теплоперенос в полости усиливается вместе с увеличением Ra . Скорость течения жидкости возрастает при увеличении Ra от 10^4 (рисунок 3а) до 10^6 (рисунок 3б). Такой скачок значений рассматриваемого параметра объясняется интенсивным взаимодействием двух режимов теплопереноса в полости: теплопроводности и конвекции. С течением времени течение стабилизируется. Почти все тепло от нагретой стенки перераспределяется в полости и передается в окружающую среду благодаря охлаждающему действию противоположной поверхности. В пористой структуре наблюдается преобладание режима теплопроводности, нагрев в ней происходит более равномерно и практически не зависит от Ra . Кроме того, значения компонент скорости возрастают, а охлаждение от вертикальной стенки становится сильнее. Число Рэлея оказывает наибольшее влияние на среднюю температуру и интенсивность движения жидкости (рисунок 4). На первых временных шагах интенсивность циркуляции жидкости значительно возрастает при увеличении Ra . Такой скачок значений рассматриваемого параметра объясняется интенсивным взаимодействием двух режимов теплопереноса в полости: теплопроводности и конвекции. С течением времени течение стабилизируется. Как упоминалось выше, увеличение Ra усиливает теплоперенос в кубе и снижает температуру.

На рисунке 5 показаны трехмерные поля температур Θ_f , Θ_s и вертикальной скорости W для $Ra = 10^5$, $\zeta = 1$, $\tau = 100$ и различных значений Da . В кубе наблюдается ламинарное течение жидкости из-за умеренного числа Рэлея ($Ra = 10^5$).

Пористая матрица (алюминий) обладает высокой теплопроводностью, и тепло отводится равномерно за счет развития конвективных потоков под воздействием бокового охлаждения. Для любых значений Da представленные поля показывают равномерный нагрев куба. Внутри полости образуются горячие и холодные области, демонстрирующие наличие нисходящих и восходящих потоков жидкости внутри куба. Рост Da приводит к увеличению конвективной скорости теплообмена и улучшению распределения тепла внутри куба (рисунок 5в). Более того, скорость увеличивается и улучшается охлаждение от холодной вертикальной стенки. В пористом скелете преобладающим механизмом является теплопроводность, поэтому в этой

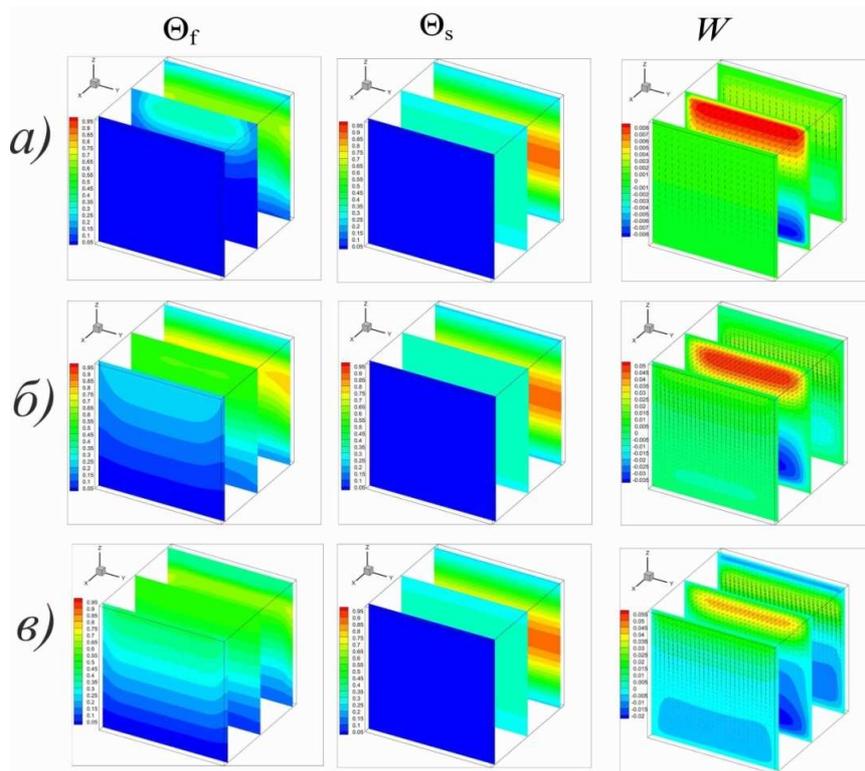


Рис. 3. Пространственные поля температур и вертикальной компоненты скорости при $Da = 10^{-2}$, $\zeta = 1$, $\tau = 100$: а) $Ra = 10^4$, б) $Ra = 10^5$, в) $Ra = 10^6$.

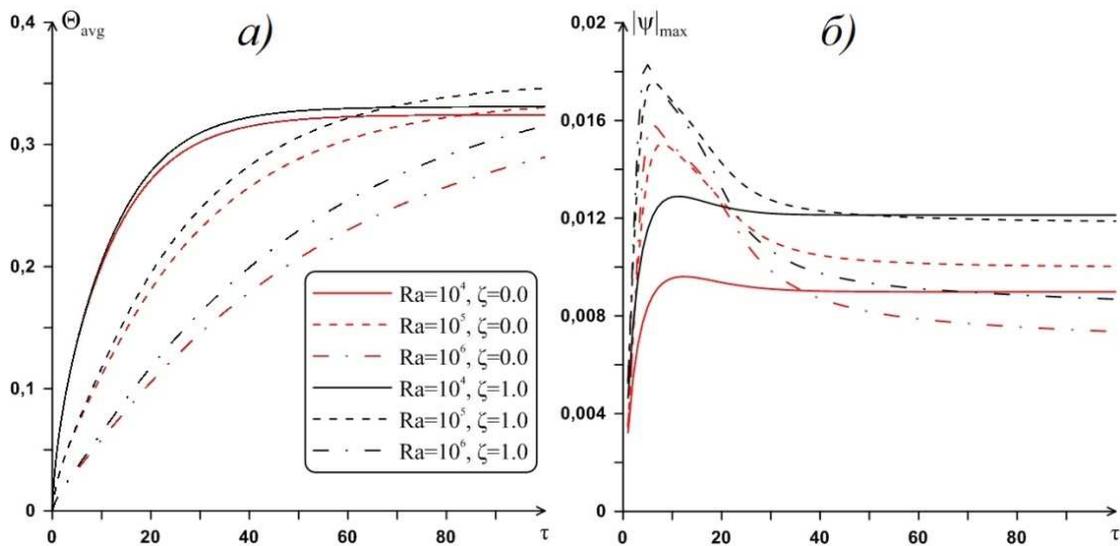


Рис. 4. Временные зависимости средней температуры в полости (а) и интенсивности течения жидкости (б) при $Da = 10^{-2}$, для различных Ra и ζ .

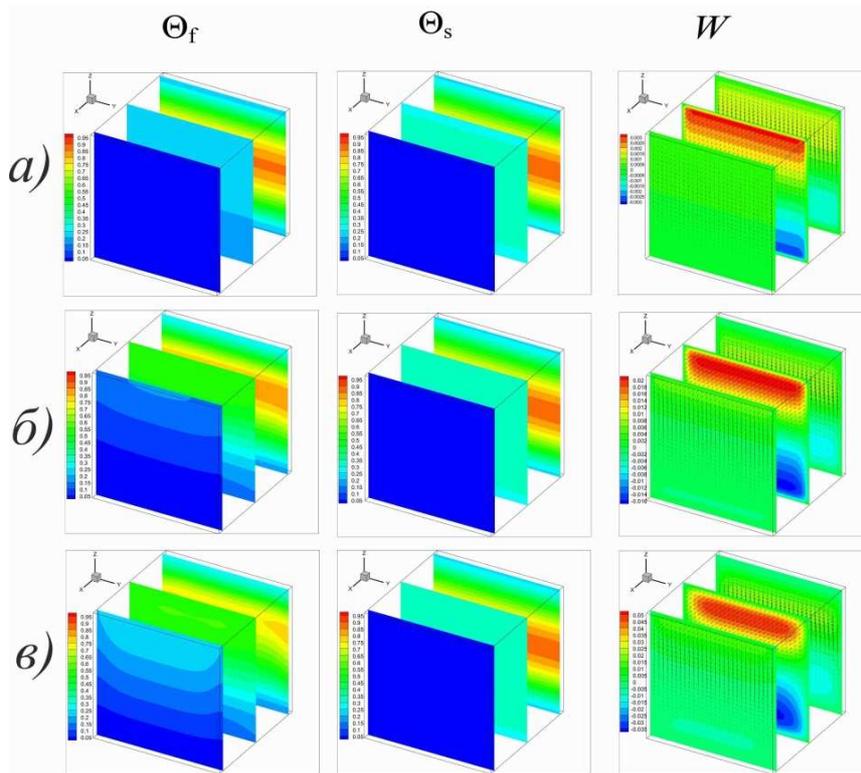


Рис. 5. Пространственные поля температур и вертикальной компоненты скорости при $Ra = 10^5$, $\zeta = 1$, $\tau = 100$: а) $Da = 10^{-4}$, б) $Da = 10^{-3}$, в) $Da = 10^{-2}$.

фазе наблюдается равномерный нагрев. На рисунке 6 представлено совместное влияние параметра изменения вязкости и числа Дарси на временные распределения средней температуры внутри куба и интенсивности течения жидкости в полости для $Ra = 10^5$, $\tau = 100$.

Увеличение Da , отражающее рост проницаемости твердого скелета, усиливает отвод жид-

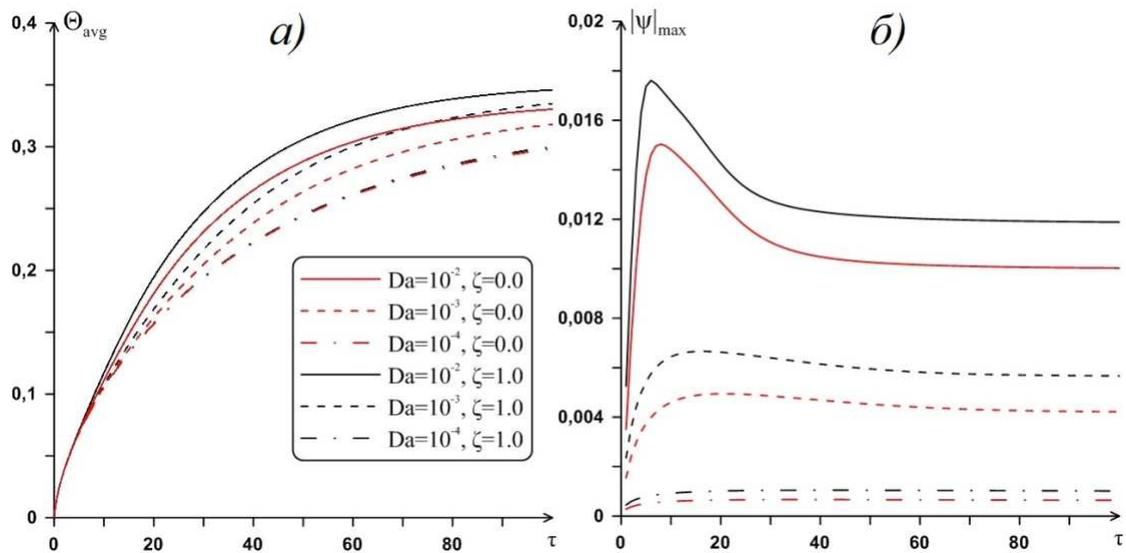


Рис. 6. Временные зависимости средней температуры в полости (а) и интенсивности течения жидкости (б) при $Ra = 10^5$ для различных Da и ζ .

кости от нагретой стенки и приводит к увеличению средней температуры полости. Переход от жидкости с постоянной вязкостью к жидкости с переменной вязкостью усиливает этот эффект из-за снижения вязкости с ростом температуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Было проведено численное исследование естественной конвекции жидкости ($Pr = 7$) в пористой кубической полости под влиянием неравномерного нагрева боковой грани. Полученные результаты показали, что рост числа Дарси (проницаемости пористой среды) увеличивает скорость конвективного движения жидкости. В этой ситуации средняя температура пористой зоны повышается. Использование рабочей жидкости с вязкостью, зависящей от температуры с параметром $\zeta = 1$ из закона зависимости вязкости $\mu = \exp(-\zeta\Theta_f)$, приводит к уменьшению вязкости жидкости и увеличению скорости течения жидкости в кубе. Таким образом, варьирование свойств рабочей жидкости и пористой среды в тепловых системах, в основе которых лежат процессы естественной конвекции, является эффективным методом регулирования теплопередачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mesoscopic pore-scale simulations of natural convection of porous media in closed square cavity by using LBM / H. Yun, M. A. Fangfang, X. Guo, B. Chen // 10th International Symposium on Heating, Ventilation and Air Conditioning, ISHVAC2017, 19–22 October 2017, Jinan, China, Procedia Engineering 205. — 2017. — P. 4009–4016.
2. Onset of transient convection in a porous medium with an embedded low-permeability layer / E. E. Luther, S. M. Shariatipour, R. Holtzman, M. C. Dallaston // International Journal of Greenhouse Gas Control. — 2021. — V. 112. — P. 103490.
3. Numerical investigations of convection heat transfer in a thermal source-embedded porous medium via a lattice Boltzmann method / C.-H. Wang, Z.-Y. Liu, Z.-Y. Jiang, X.-X. Zhang // Case Studies in Thermal Engineering. — 2022. — V. 30. — P. 101758.
4. Javed, S. Estimation of comprehensive thermal performance for conjugate natural convection inside a dome-shaped porous chamber holding a solid cylinder / S. Javed, S. Saha // Results in Engineering. — 2023. — V. 17. — P. 100896.
5. Reynolds, O. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil / O. Reynolds // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. — 1886. — V. 177. — P. 157–234.
6. Lage, J. L. The fundamental theory of flow through permeable media: from Darcy to turbulence / J. L. Lage // Transport Phenomena in Porous Media. — 1998. — P. 1–30.
7. Hazen, A. Some physical properties of sand and gravels with special reference to their use in filtration / A. Hazen // Massachusetts State Board of Health, 24th Annual Report, Massachusetts State Board of Health. — 1893. — P. 539–556.
8. Emery, A. F. The Effects of Property Variations on Natural Convection in a Square Enclosure / A. F. Emery, J. W. Lee // Journal of Heat Transfer. — 1999. — V. 121. — P. 57–62.
9. Graf, T. Effect of viscosity, capillarity and grid spacing on thermal variable-density flow / T. Graf, T. M. C. Boufadel // Journal of Hydrology. — 2011. — V. 400. — P. 41–57.
10. Numerical study of natural convection in an open cavity considering temperature-dependent fluid properties / J. O. Juárez, J. F. Hinojosa, J. P. Xamán, M. P. Tello // International Journal of Thermal Sciences. — 2011. — V. 50. — P. 21842197.
11. Cordoba, P. A. Natural convection in a cubical cavity filled with a fluid showing temperature-dependent viscosity / P. A. Cordoba, N. Silin, E. A. Dari // International Journal of Thermal Sciences. — 2015. — V. 98. — P. 255265.

12. Effects of variable air properties on transient natural convection for large temperature differences / J. M. Armengol, F. C. Bannwart, J. Xamán, R. G. Santos // *International Journal of Thermal Sciences*. — 2017. — V. 120. — P. 6379.
13. Guo, Z. Lattice Boltzmann simulation of natural convection with temperature-dependent viscosity in a porous cavity / Z. Guo, T. S. Zhao // *Progress in Computational Fluid Dynamics*. — 2005. — V. 5. — P. 110117.
14. Lattice Boltzmann simulation of double diffusive natural convection in heterogeneously porous media of a fluid with temperature-dependent viscosity / B. Hea et al. // *Chinese Journal of Physics*. — 2020. — V. 63. — P. 186–200.
15. The effect of variable viscosity on laminar flow and heat transfer in rectangular ducts / H. Nakamura et al. // *Journal of chemical engineering of Japan*. — 1979. — V. 12(1). — P. 14–18.
16. Hyun, J. M. Transient natural convection in a square cavity of a fluid with temperature-dependent viscosity / J. M. Hyun, J. W. Lee // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. — 1988. — V. 9(3). — P. 278–285.
17. Thermal convection in a cubical region saturated with a temperature-dependent viscosity fluid under the non-uniform temperature profile at vertical wall / M. S. Astanina, M. Ghalambaz, J. Chamkha, M. A. Sheremet // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. — 2021. — V. 126. — P. 105442.
18. Bondareva, N. S. Heat transfer performance in a concrete block containing a phase change material for thermal comfort in buildings / N. S. Bondareva, M. A. Sheremet // *Energy and Buildings*. — 2022. — V. 256. — P. 111715.
19. Gibanov, N. S. Effect of trapezoidal heater on natural convection heat transfer and fluid flow inside a cubical cavity / N. S. Gibanov, M. A. Sheremet // *International journal of numerical methods for heat & fluid flow*. — 2019. — V. 29(4). — P. 1232–1248.
20. Пасконов, В. М. Численное моделирование процессов тепло и массообмена / В. М. Пасконов, В. И. Полежаев, Л. А. Чудов. — М. : Наука, 1984. — 288 с.
21. Three- dimensional natural convection in a cubical enclosure: a benchmark numerical solution / O. A. Bessonov, V. A. Brailovskay, S. A. Nikitin, V. I. Polezhaev // *International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer Cesme, Begell House, Inc*. — 1997. — P. 157–165.
22. A numerical study of 3D natural convection in a differently heated cubical enclosure / T. Fusegi, J. M. Hyun, K. Kuwahara, B. Farouk // *International Journal of Heat Mass Transfer*. — 1991. — V. 34. — P. 1543–1557.
23. IAEA. Thermophysical Properties of Materials for Nuclear Engineering: A Tutorial and Collection of Data, Vienna. — 2008.
24. Elder, J. Turbulent free convection in a vertical slot / J. Elder // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1965. — V. 23. — P. 99–111.
25. Bohn, M. S. Experimental study of three-dimensional natural convection high-Rayleigh number / M. S. Bohn, A. T. Kirkpatrick, D. A. Olson // *Journal of Heat Transfer*. — 1984. — V. 106. — P. 339–345.

REFERENCES

1. Yun H., Fangfang MA., Guo X., Chen B. Mesoscopic pore-scale simulations of natural convection of porous media in closed square cavity by using LBM. 10th International Symposium on Heating, Ventilation and Air Conditioning, ISHVAC2017, 19-22 October 2017, Jinan, China, *Procedia Engineering* 205, 2017, pp. 4009–4016.
2. Luther E.E., Shariatipour M., Holtzman R., Dallaston M.C. Onset of transient convection in a porous medium with an embedded low-permeability layer. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 2021, vol. 112, pp. 103490.

3. Wang C.-H., Liu Z.-Y., Jiang Z.-Y., Zhang X.-X. Numerical investigations of convection heat transfer in a thermal source-embedded porous medium via a lattice Boltzmann method. *Case Studies in Thermal Engineering*, 2022, vol. 30, pp. 101758.
4. Javed S., Saha S. Estimation of comprehensive thermal performance for conjugate natural convection inside a dome-shaped porous chamber holding a solid cylinder. *Results in Engineering*, 2023, vol. 17, pp. 100896.
5. Reynolds O. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1886, vol. 177, pp. 157–234.
6. Lage J.L. The fundamental theory of flow through permeable media: from Darcy to turbulence. *Transport Phenomena in Porous Media* (eds. D.B. Ingham and I. Pop), 1998, Elsevier, Oxford, pp. 1–30.
7. Hazen A. Some physical properties of sand and gravels with special reference to their use in filtration. *Massachusetts State Board of Health, 24th Annual Report, Massachusetts State Board of Health*, 1893, pp. 539–556.
8. Emery A.F., Lee J.W. The Effects of Property Variations on Natural Convection in a Square Enclosure. *Journal of Heat Transfer*, 1999, vol. 121, pp. 57–62.
9. Graf T., Boufadel M.C. Effect of viscosity, capillarity and grid spacing on thermal variable-density flow. *Journal of Hydrology*, 2011, vol. 400, pp. 41–57.
10. Juárez J.O., Hinojosa J.F., Xamán J.P., Tello M.P. Numerical study of natural convection in an open cavity considering temperature-dependent fluid properties. *International Journal of Thermal Sciences*, 2011, vol. 50, pp. 21842197.
11. Cordoba P.A., Silin N., Dari E.A. Natural convection in a cubical cavity filled with a fluid showing temperature-dependent viscosity. *International Journal of Thermal Sciences*, 2015, vol. 98, pp. 255265.
12. Armengol J.M., Bannwart F.C., Xamán J., Santos R.G. Effects of variable air properties on transient natural convection for large temperature differences. *International Journal of Thermal Sciences*, 2017, vol. 120, pp. 6379.
13. Guo Z., Zhao T.S. Lattice Boltzmann simulation of natural convection with temperature-dependent viscosity in a porous cavity. *Progress in Computational Fluid Dynamics*, 2005, vol. 5, pp. 110117.
14. Hea B., Lu S., Gao D., Chen W., Lin F. Lattice Boltzmann simulation of double diffusive natural convection in heterogeneously porous media of a fluid with temperature-dependent viscosity. *Chinese Journal of Physics*, 2020, vol. 63, pp. 186–200.
15. Nakamura H., Matsuura A., Kiwaki J., Matsuda N., Hiraoka S., Yamada I. The effect of variable viscosity on laminar flow and heat transfer in rectangular ducts. *Journal of chemical engineering of Japan*, 1979, vol. 12(1), pp. 14–18.
16. Hyun J.M., Lee J.W. Transient natural convection in a square cavity of a fluid with temperature-dependent viscosity. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1988, vol. 9(3), pp. 278–285.
17. Astanina M.S., Ghalambaz M., Chamkha J., Sheremet M.A. Thermal convection in a cubical region saturated with a temperature-dependent viscosity fluid under the non-uniform temperature profile at vertical wall. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2021, vol. 126, pp. 105442.
18. Bondareva N.S., Sheremet M.A. Heat transfer performance in a concrete block containing a phase change material for thermal comfort in buildings. *Energy and Buildings*, 2022, vol. 256, pp. 111715.
19. Gibanov N.S., Sheremet M.A. Effect of trapezoidal heater on natural convection heat transfer and fluid flow inside a cubical cavity. *International journal of numerical methods for heat & fluid*

flow, 2019, vol. 29, no. 6, pp. 1232–1248.

20. Paskonov V.M., Polezhaev V.I., Chudov L.A. Numerical simulation of heat and mass transfer processes. [Paskonov V.M., Polezhaev V.I., Chudov L.A. Chislennoe modelirovanie processov teplo- i massoobmena]. Moscow: Nauka, 1984, 288 p.

21. Bessonov O.A., Brailovskay V.A., Nikitin S.A., Polezhaev V.I. Three- dimensional natural convection in a cubical enclosure: a benchmark numerical solution. in: G. de Vahl Davis, E. Leonardi (Eds.), International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer Cesme, Begell House, Inc, 1997, pp. 157–165.

22. Fusegi T., Hyin J.M., Kuwahara K., Farouk B. A numerical study of 3D natural convection in a differently heated cubical enclosure. International Journal of Heat Mass Transfer, 1991, vol. 34, pp. 1543–1557.

23. IAEA. Thermophysical Properties of Materials for Nuclear Engineering: A Tutorial and Collection of Data, Vienna, 2008.

24. Elder J. Turbulent free convection in a vertical slot. Journal of Fluid Mechanics, 1965, vol. 23, pp. 99–111.

25. Bohn M.S., Kirkpatrick A.T., Olson D.A. Experimental study of three-dimensional natural convection high-Rayleigh number. Journal of Heat Transfer, 1984, vol. 106, pp. 339–345.

Астанина Марина Сергеевна, млад- ший научный сотрудник, научно- исследовательская лаборатория моде- лирования процессов конвективного тепло- массопереноса, механико-математический факультет, Национальный исследователь- ский Томский государственный универси- тет, Томск, Российская Федерация
E-mail: astanina.marina@bk.ru

Astanina Marina Sergeevna, Junior Researcher of the Laboratory on Convective Heat and Mass Transfer, Department of Mechanics and Mathematics, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation
E-mail: astanina.marina@bk.ru

Шеремет Михаил Александрович, д. ф.-м. н., заведующий, научно-исследовательская лаборатория моделирования процессов кон- вективного тепло-массопереноса, механико- математический факультет, Националь- ный исследовательский Томский государ- ственный университет, Томск, Российская Федерация
E-mail: sheremet@math.tsu.ru

Sheremet Mikhail Aleksandrovich, DSc in Physics and Mathematics, Head of the Laboratory on Convective Heat and Mass Transfer, Department of Mechanics and Mathematics, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation
E-mail: sheremet@math.tsu.ru