

ЦИФРОВОЕ ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЕ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ШУМОПОДАВЛЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ С НАПРАВЛЕННЫМИ ИЗЛУЧАТЕЛЯМИ

Ю. Б. Нечаев¹, И. В. Пешков²

¹ – Воронежский государственный университет;

² – Елецкий государственный университет

Поступила в редакцию 07.12.2020 г.

Аннотация. В статье исследуется цифровое диаграммообразование в трехмерном пространстве, т. е. по азимуту и углу места на примере статистически оптимального алгоритма подавления шума в каналах решетки. В статье изложены результаты моделирования цилиндрической антенной решетки из направленных излучателей, которые нашли широчайший интерес в современных беспроводных телекоммуникационных сетях. Рассмотрены цилиндрические решетки в задачах, позволяющие расположение максимума диаграммы направленности как азимутальной, так и угломестной плоскостях для более точного усиления полезного сигнала. Получено матрично-векторное выражение для расчета вектора весовых коэффициентов в цифровой антенной решетке. Проведена оценка характеристик цифрового диаграммообразования, такие как пиковая мощность, уровень боковых лепестков, коэффициент усиления и др., в составе цилиндрической антенной решетки в зависимости от мощности шума и формы диаграммы направленности, коэффициента направленного действия антенных элементов.

Ключевые слова: моделирование, цифровые антенные решетки, диаграммообразование, цилиндрические антенные решетки, направленные излучатели, КНД, вероятность битовой ошибки.

DIGITAL BEAMFORMING FOR OPTIMAL NOISE CANCELLATION IN CYLINDRICAL ANTENNA ARRAYS WITH DIRECTIONAL RADIATORS

Yu. B. Nechaev, I. V. Peshkov

Abstract. This paper studies digital beamforming in three-dimensional space, i.e., in azimuth and angle of elevation on the example of a statistically optimal noise reduction algorithm in the channels of the array. A matrix-vector expression was obtained for calculating the vector of weight coefficients in a digital antenna array. The results of modeling a cylindrical antenna array of directive radiators are presented. The characteristics of a cylindrical digital antenna array are studied depending on the SNR (signal-to-noise ratio) for antenna elements with different directivity, and depending on the directive gain of antenna elements. The characteristics of digital beamforming, such as peak power, side lobe level, null depth, antenna gain, and others, were evaluated.

Keywords: modeling, digital antenna arrays, beamforming, cylindrical antenna arrays, directive radiator, directive gain, bit error probability.

ВВЕДЕНИЕ

Цифровое формирование диаграммы направленности (ДН) антенными решетками (АР) для усиления полезного радиосигнала и подавления шума и помех представляет серьезный исследовательский интерес в таких областях как радиолокация, гидролокация и беспроводные телекоммуникационные системы [1]. В настоящее время достаточно актуальным направлением является цифровое диаграммообразование не только по азимуту, но и углу места. Так в задачах сверхвысокочастотной связи такие подходы применяются для построения сетей связи пятого поколения для более точной пространственной фильтрации [2]. Однако распространенной причиной снижения характеристик адаптивных алгоритмов является недостаточная изученность влияния характеристик отдельных антенных элементов на формирование цифровой диаграммы направленности в азимутальной и угломестной плоскостях. Кроме того, для осуществления всех перечисленных преимуществ цифровых антенных решеток необходимо формирование диаграммы направленности заданной формы, что означает определение весовых коэффициентов. Статистически оптимальный алгоритм подавления шума [3] остается довольно популярным для этой цели, поскольку он обеспечивает очень надежное усиление полезного сигнала и подавление некоррелированного шума в каналах устройства.

Таким образом, в статье основное внимание уделяется определению влияния характеристик антенных элементов цилиндрических антенных решеток (ЦиАР), состоящих из нескольких кольцевых антенных решеток (КАР), расположенных на разной высоте, на характеристики цифрового диаграммообразования по азимуту и углу места, т. е. при трехмерном формировании диаграмм направленности. Подавляющее большинство публикаций по адаптивным антеннам, затрагивающих темы оценки угловых координат и диаграммообразования предполагают, что используются изотропные антенные элементы, где усиление антенны равно во всех направлениях (например, полуволновые диполи) [4–9]. Однако целесообразно рассмотрение антенных элементов с коэффициентом направленного действия (КНД), отличным от 1. В статье рассматривается влияние КНД отдельных элементов различной конфигурации на цифровое диаграммообразование, т. е. пиковая мощность, уровень боковых лепестков, коэффициент усиления, а также вероятность битовой ошибки.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Предположим, что M радиосигналов приходят на антенную решетку с различных направлений $\{\varphi_m, \theta_m\}_{m=0}^{M-1}$, где φ — угол места, θ — азимут. Для произвольной геометрической конфигурации комплексный вектор сигналов на выходе АР описывается выражением [10]:

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{s}}(t) + \tilde{\mathbf{n}}(t), \quad (1)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ — N -мерный вектор, описывающий сигналы на выходе каждого антенного элемента АР, $\tilde{\mathbf{s}}(t)$ — M -мерный вектор сигналов; $\tilde{\mathbf{n}}(t)$ — N -мерный вектор шума, \mathbf{A} — $N \times M$ матрица направляющих векторов.

Рассмотрим структуру кольцевой и цилиндрической антенных решеток, состоящих из направленных излучателей (рис. 1).

Такого рода антенные решетки, как показано на рис. 1, состоят из КАР одного радиуса r и располагающихся на металлическом цилиндре. В качестве антенных элементов могут выступать полуволновые диполи, однако в настоящее время всё чаще стали использоваться микрополосковые антенны, коэффициент направленного действия которых превышает 1. Для реализации методов и алгоритмов цифрового диаграммообразования необходимо точно знать направляющий вектор АР. Известно выражение n -й компоненты направляющего вектора

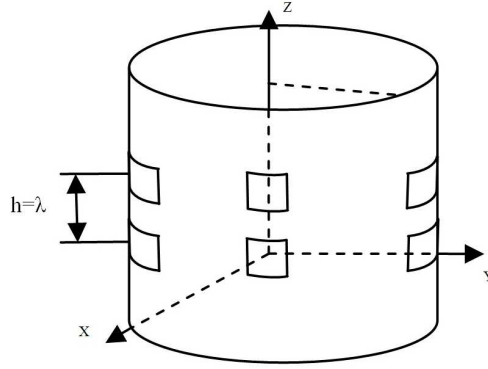


Рис. 1. Схематическое изображение кольцевой АР.

КАР на плоскости XU по азимуту θ и углу места φ [11]:

$$a_n(\varphi_m, \theta_m) = \exp\{j[-k_m r \cos(\theta_m - \frac{2\pi n}{N}) \sin(\varphi_m)]\}, \quad (2)$$

где r — радиус АР, $n = 1 \dots N$, $k_m = 2\pi/\lambda_m$, λ_m — длина волны m -го сигнала.

В общем виде выражение для вывода разности фаз $\tilde{\mathbf{a}}(\varphi, \theta)$ выглядит следующим образом [12]:

$$\mathbf{a}(\theta, \lambda) = \begin{bmatrix} g_1(\theta, \lambda) e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_1^T(x_1, y_1, z_1)^T} \\ g_2(\theta, \lambda) e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_2^T(x_2, y_2, z_2)^T} \\ \dots \\ g_N(\theta, \lambda) e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}_N^T(x_N, y_N, z_N)^T} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (k_x, k_y, k_z) = (\sin \varphi \cos \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi)$ — волновое число, описывающее скорость изменения фазы распространяющейся волны в направлениях x, y, z , $\mathbf{r}_n^T = (x_n, y_n, z_n)^T$ — радиус-вектор к n -му АЭ. Выражение (3) будем использовать для получения матрицы направляющих векторов ЦИАР.

Пусть теперь n -й элемент КАР располагается на высоте h относительно плоскости XU , примем радиус-вектор к антенному элементу $\mathbf{r}_n^T = (r \cdot \cos \theta_n, r \cdot \sin \theta_n, h)^T$. Фазовый сдвиг относительно начала координат можно выразить:

$$\mathbf{k}\mathbf{r}_n = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \varphi \cos \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi) \cdot (r \cdot \cos(\theta_n), r \cdot \sin(\theta_n), h)^T = \frac{2\pi}{\lambda} (r \sin \varphi \cos \theta \cos \theta_n + r \sin \varphi \sin \theta \sin \theta_n + h \cos \varphi). \quad (4)$$

Тогда направляющий вектор кольцевой АР, находящейся вне плоскости XU , представляется в виде

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} g_1(\theta, \varphi) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(r \sin \varphi \cos(\theta - \theta_1) + h \cos \varphi)} \\ g_2(\theta, \varphi) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(r \sin \varphi \cos(\theta - \theta_2) + h \cos \varphi)} \\ \dots \\ g_N(\theta, \varphi) e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(r \sin \varphi \cos(\theta - \theta_N) + h \cos \varphi)} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Для исследования эффекта влияния коэффициента направленного действия на характеристики цифрового диаграммообразования необходимо иметь модель диаграммы излучения гипотетической антенны. Предполагается, что ДН симметрична в трехмерной плоскости, тогда нормализованная диаграмма для излучателей, расположенных по кольцу, представляется как [13]:

$$U_n(\varphi, \theta) = \frac{1}{2^{2m}} (1 + \sin(\varphi))^m \left(1 + \cos\left(\theta - \frac{2\pi n}{N}\right)\right)^m, n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (6)$$

В телекоммуникационных системах выходной сигнал в момент времени k получается линейной комбинацией данных с N антенных элементов [3]:

$$y(k) = \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k), \quad (7)$$

где $\tilde{\mathbf{w}}$ — вектор весовых коэффициентов. Изменяя $\tilde{\mathbf{w}}$, можно расположить луч диаграммы направленности в любом направлении и адаптивно управлять ее формой, чтобы суммарная мощность помех и аддитивного шума были минимальны при минимальных искажениях полезного сигнала, т. е.:

$$\min_{\tilde{\mathbf{w}}} E\{\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}_{i+n}\}, \text{ при } \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{a}}_1 = 1 \quad (8)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_{i+n}$ — сигнал с элементов АР, содержащий только помехи и шум.

В присутствии шума весовой вектор $\tilde{\mathbf{w}}$, который максимизирует отношение сигнал-шум (ОСШ) получается из [14]:

$$\tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{R}_{nn}^{-1} \tilde{\mathbf{a}}(\theta_1) \quad (9)$$

где \mathbf{R}_{nn} — шумовая корреляционная матрица, $\tilde{\mathbf{a}}(\theta_1)$ — направляющий вектор полезного сигнала. На практике пространственная ковариационная матрица \mathbf{R}_{nn} получается из набора K временных отсчетов [14]:

$$\hat{\mathbf{R}}_{nn} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{\mathbf{x}}(k)^H \tilde{\mathbf{x}}(k) \quad (10)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ — выборка сигнала с элементов АР в k -й момент времени.

Получающийся таким образом весовой вектор дает на выходе АР максимальное значение ОСШ, когда шумовая корреляционная матрица известна. Когда шум белый, т. е. шумовая корреляционная матрица является единичной матрицей, весовой вектор, получающийся этим методом идентичен вектору, который получается классическим методом. Поскольку только направление полезного сигнала принимается в расчет при вычислении весового вектора, то максимизирующий ОСШ формирователь луча удовлетворительно работает в случае одного источника сигнала, т. е. в отсутствии помех.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В данном разделе будут рассматриваться цилиндрические цифровые антенные решетки. Антенные решетки такого рода подразумевают построение диаграммы направленности полностью в цифровой форме, т. е. в блоке процессорной обработки после аналого-цифрового преобразования. Таким образом, суммирование сигналов также осуществляется в блоке цифрового диаграммообразования. Известно множество работ, посвященных количественному анализу применения той или иной формы антенной системы для формирования аналоговой диаграммы направленности. Вместе с тем, весьма актуальным является анализ различных параметров при формировании диаграммы направленности в цифровой форме при расположении максимумов и нулей по азимуту и углу места. В данной работе количество антенных элементов будет равно от 4 до 8, межэлементное расстояние составляет $\lambda/2$ для оценки влияния количества антенных элементов на качество диаграммообразования. Будем оценивать диаграмму направленности в трехмерной плоскости, т. е. по азимуту и углу места. В частности будут подвергаться пристальному вниманию такие параметры, как усиление главного лепестка, его ширина по уровню -3дБ, уровень наибольшего бокового лепестка, коэффициент направленного действия соответствующей решетки. Будем рассматривать такие параметры для положения луча в угломестной плоскости на 0° - 90° , а также по азимуту. Все результаты будут сведены далее.

Коэффициент направленного действия цифровой антенной решётки с помощью направляющих векторов и ДН отдельных элементов может быть записан как [15]:

$$D(\theta, \varphi) = 4\pi \frac{|Af(\theta, \varphi) \mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2}{P_{\text{сум}}}, \quad (11)$$

где $P_{\text{сум}}$ — полная мощность излучения антенной решетки, A — амплитуда поля, $f(\theta, \varphi)$ — нормализованная диаграмма направленности одиночного элемента решётки. В дискретной реализации общая излучаемая мощность может быть вычислена путем суммирования значений интенсивности излучения по равномерной сетке углов, которая покрывает всю сферу, окружающую ЦАР:

$$P_{\text{сум}} = \frac{2\pi^2}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} |Af(\theta_m, \varphi_n) \mathbf{w}^H \mathbf{s}(\theta_m, \varphi_n)|^2 \cos(\theta_m), \quad (12)$$

где M — количество точек сетки по углу места, N — количество точек сетки по азимуту.

Далее будем рассматривать статистически оптимальный алгоритм подавления шума на выходе цифровой антенной решетки, описываемый формулой (9). При этом предполагается, что используется 100 отсчетов с выходов антенных элементов после прохождения приемников для получения пространственной шумовой матрицы \mathbf{R}_{nn} . Сигнал моделируется как комплексный с единичной мощностью с гауссовским распределением, отношение мощности сигнала к мощности шума (ОСШ) на входе цифровой антенной решетки составляет от 20 до -10 дБ. Кроме того, предполагается использовать антенные элементы, у которых коэффициент направленного действия установлен от 1 (всенаправленный излучатель) до 15, т. е. остронаправленный излучатель. Сделано это для оценки влияния характеристик направленности каждой конкретной антенны на общую ДН цифровой антенной решетки в целом в азимутальной и угломестной плоскости.

Характеристики цифрового диаграммообразования в зависимости от положения источника сигнала по азимуту.

Рассмотрим ситуацию, когда источник сигнала не статичен, а смещается по азимуту от 0° до 90° , координата которого по углу склонения фиксирована и равна 45° . ОСШ составляет 10 дБ, шаг смещения - 1° . При этом число антенных элементов фиксировано и равно 8, межэлементное расстояние составляет $0,5\lambda$.

Как видно из графиков на рис. 2, при смещении источников сигнала в азимутальной плоскости от 0° до 90° происходят колебания параметров. Такая неустойчивость параметров цифрового диаграммообразования становится очевидной при сравнительно небольшом числе антенных элементов, в нашем случае, начиная с восьми антенн. Изменчивость величин происходит не линейно, а волнообразно в зависимости от покрытия тем или иным элементом определенного сектора. Особенно при увеличении направленности антенного элемента. При КНД элемента, равного 15, ширина главного луча в направлении полезного сигнала диаграммы направленности колеблется от 12° , до 15° , при этом для 4-элементной решетки (рис. 3) происходит один период таких колебаний на 90° по азимуту, но от 0° до 15° . При уменьшении КНД отдельного элемента размах такого рода колебания снижается пропорционально. Далее приведены графики характеристик цифрового диаграммообразования в зависимости от азимутальной координаты для цилиндрической антенной решетки, состоящей из четырёх элементов.

Как видно из рис. 3, для 4-элементной цифровой антенной решетки изменения ширины главного луча составляет 60° , уровня боковых лепестков - 15 дБ, КНД всей решетки - до 20 дБ по смещению источника сигнала в азимутальной плоскости. При КНД отдельного элемента, равного 2, такие колебания практически не наблюдаются. Вероятность битовой ошибки в

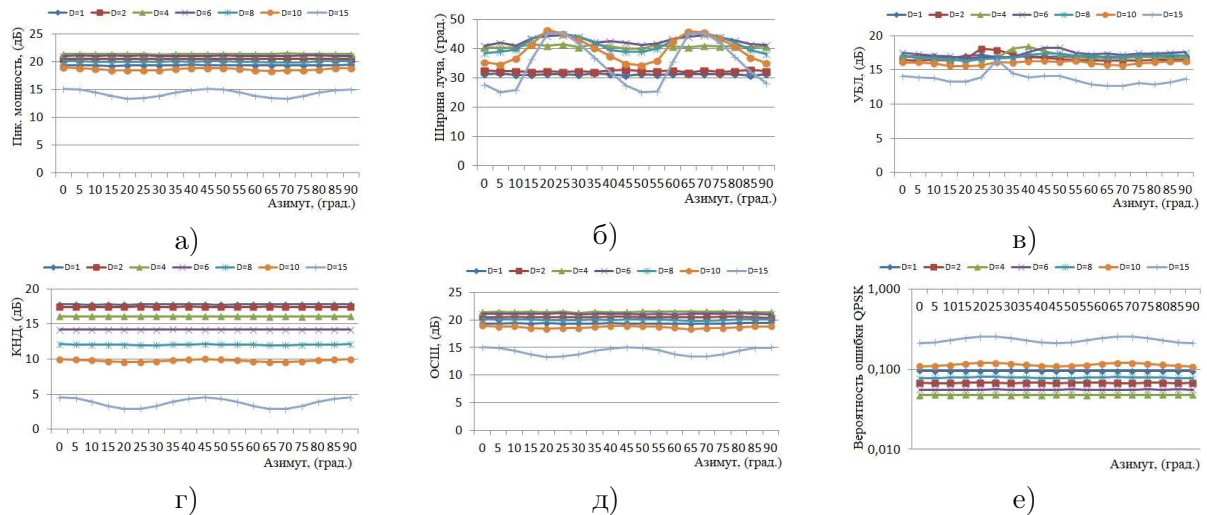


Рис. 2. Характеристики цилиндрической цифровой антенной решетки в зависимости от направления на источник по азимуту, число антенн равно 8, КНД отдельного элемента составляет 1...15, такие как а) пиковая мощность, б) ширина ДН, в) уровень боковых лепестков, г) направленность, д) ОСШ, е) битовая ошибка сигнала QPSK.

наихудшем случае (4 элемента решетки, КНД отдельного элемента = 5) может быть 0,5, в лучшем - 0,2; если снизить КНД до 4, то вероятность битовой ошибки будет 0,1...0,2.

Характеристики цифрового диаграммообразования в зависимости от положения источника сигнала по углу места.

Рассмотрим ситуацию, когда источник сигнала также не статичен, а смещается по углу места от 0° до 90°, координата которого по азимуту фиксирована и равна 0°. ОСШ составляет 10 дБ, шаг смещения - 1°. При этом число антенных элементов фиксировано и равно 8 и 4, межэлементное расстояние во всех ситуациях составляет 0,5λ.

При смещении источников сигналов в угломестной плоскости от 0° до 90° происходят

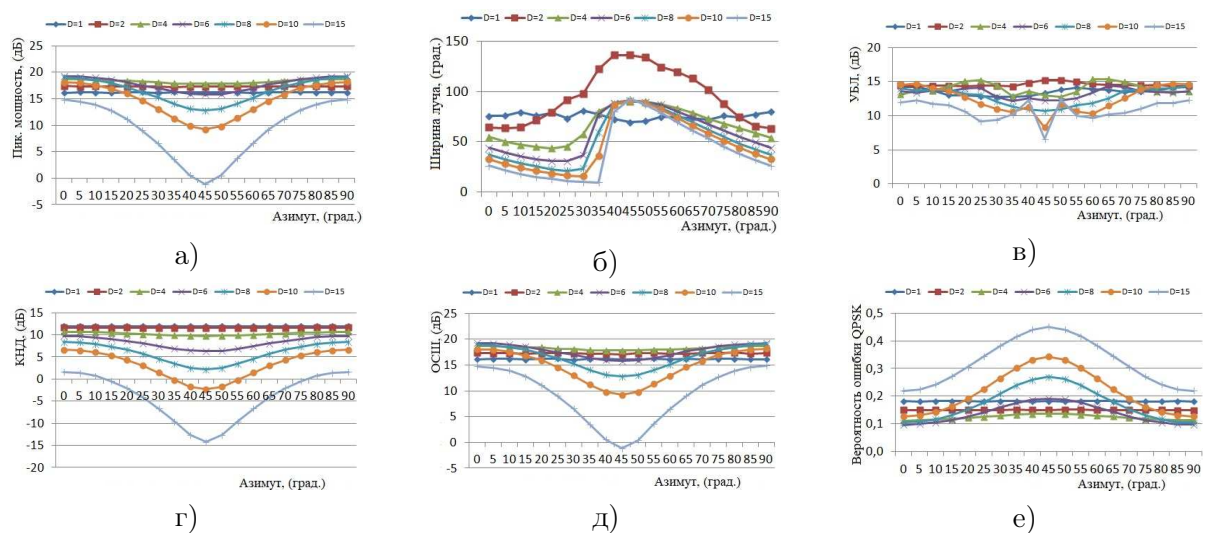


Рис. 3. Характеристики цилиндрической цифровой антенной решетки в зависимости от направления на источник по азимуту, число антенн равно 4, КНД отдельного элемента составляет 1...15, такие как а) пиковая мощность, б) ширина ДН, в) уровень боковых лепестков, г) направленность, д) ОСШ, е) битовая ошибка сигнала QPSK.

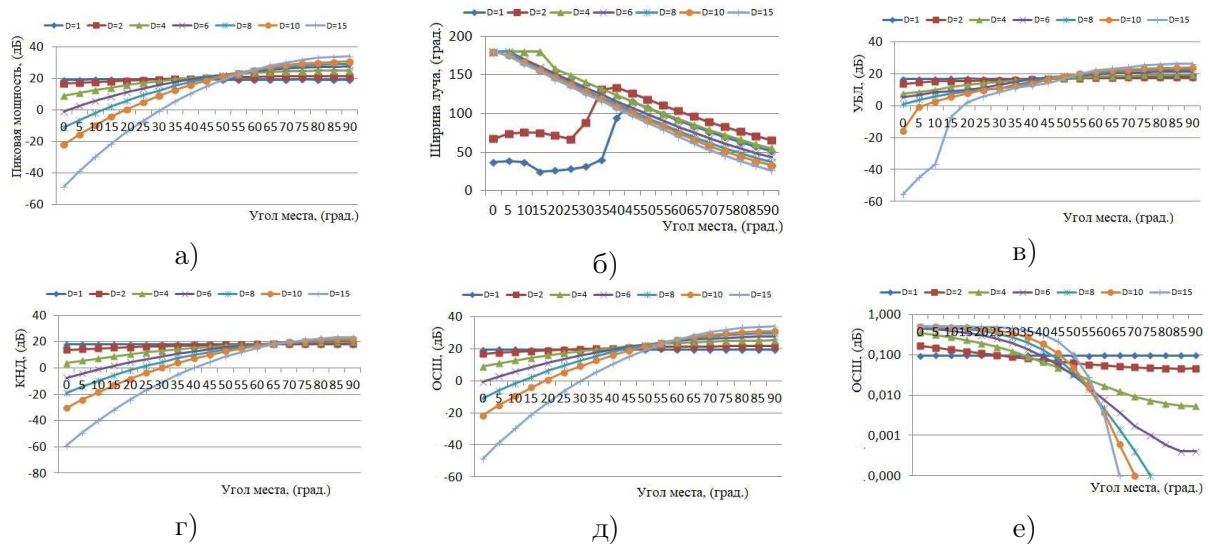


Рис. 4. Характеристики цилиндрической цифровой антенной решетки в зависимости от направления на источник по углу места, число антенн равно 8, КНД отдельного элемента составляет 1...15, такие как а) пиковая мощность, б) ширина ДН, в) уровень боковых лепестков, г) направленность ЦАР, д) ОСШ, е) битовая ошибка сигнала QPSK.

более значительные колебания параметров. Так, если источники полезного сигнала имеет координату по углу места, равную 0° (т. е. над цифровой антенной решеткой), то ширина главного луча диаграммы направленности может достигать 100° и выше, уровень боковых лепестков – 10 дБ, коэффициент направленного действия приобретает отрицательные значения, т. е. боковое излучение превышает излучение в направлении полезного сигнала. В этом случае говорить о качественной пространственной фильтрации и шумоподавлении нельзя. Затем при движении источников сигналов по углу места до 45° , параметры практически линейно снижаются и стабилизируются на этом уровне. К примеру, ширина главного излучения уменьшается практически в два раза, коэффициент направленного действия достигает 20 дБ. Следовательно, вероятность битовой ошибки также значительно изменяется от 0,45 до более приемлемых 10^{-6} . Такое поведение определяется не только положением источников сигналов, но также в равной степени и направленностью отдельного элемента. Так, с увеличением коэффициента направленности отдельного элемента цифровой антенной решетки перепады между наихудшим конкретным параметром диаграммообразования и наилучшим становится более выраженным. К примеру, разница между шириной главного луча при КНД элемента, равного 2 составляет 60° , при КНД элемента, равным 15, разница составляет более 120° .

Из графиков на рис. 2–4 можно сделать несколько выводов. Во-первых, с увеличением направленности отдельного элемента, как правило, происходит снижение таких характеристик как пиковая мощность, уровень боковых лепестков, коэффициент направленного действия, а также отношение сигнал-шум на выходе цифровой антенной решетки. Таким образом, выбор слишком широконаправленных или же слишком узконаправленных излучателей для построения цилиндрических антенных решеток для цифрового диаграммообразования представляется нецелесообразным и может приводить к дополнительным ошибкам при передаче сообщений. Данный эффект отчетливо можно наблюдать из графиков вероятности битовой ошибки для данных антенн. Из рис. 2 е), 3е) и 4 е) видно, что самая низкая величина ошибок наблюдается, если направленности отдельных элементов составляет 6. Если это значение выше или ниже, то число ошибочных бит увеличивается.

Характеристики цифрового диаграммообразования в зависимости от числа отсчётов усреднения шумовой корреляционной матрицы.

Рассмотрим зависимость от числа отсчётов усреднения шумовой корреляционной матрицы (10). В этом случае моделировался один источник сигнала, координата которого по азимуту 0° и углу места 45° , а также некоррелированный шум, отношение сигнал-шум составляет 10 дБ. Цилиндрическая антенная решётка состоит из восьми элементов, межэлементное расстояние - $0,5\lambda$. Для оценки параметров цифрового диаграммообразования использовалась матрица \mathbf{R}_{nn} , которая получена согласно выражению (10), число временных дискретных отсчётов последовательно изменялось от 10 до 10100 для различных КНД антенных элементов.

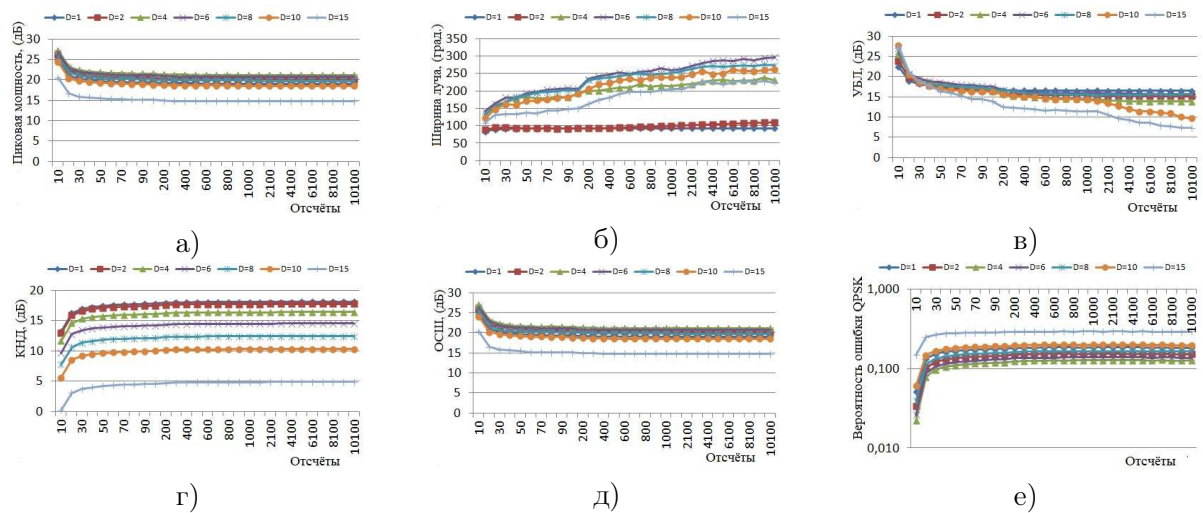


Рис. 5. Характеристики цилиндрической цифровой антенной решетки в зависимости от числа отсчётов, КНД отдельного элемента составляет 1...15, такие как а) пиковая мощность, б) ширина ДН, в) уровень боковых лепестков, г) направленность ЦАР, д) ОСШ, е) битовая ошибка сигнала QPSK.

На рис. 5. показаны зависимости характеристик цифрового диаграммообразования от числа отсчётов усреднения корреляционной матрицы для адаптации цифровой антенной решетки. Установлено, что величина времени усреднения не определяет значительным образом ширину главного лепестка диаграммы направленности. Основными параметрами, на которые он влияет - уровень боковых лепестков и ширина главного луча ДН. Следовательно, последний задаёт коэффициент направленного действия и коэффициент усиления цифровой антенной решетки. К примеру, уровень боковых лепестков снижается от 20 до 10 дБ при увеличении числе отсчётов от 10 до 10000 практически линейно. Следовательно, определяющим параметром в этом случае конкретном случае является КНД. Так, эта величина повышается от уровня 16 дБ до 21 дБ соответственно. При этом при числе отсчётов, равным, начиная с 100...200, происходит достижение практически установившихся значений на уровне 20 дБ для коэффициента направленного действия. Оставшиеся до максимума значения дополняются в течение оставшихся отсчётов, т. е. начиная с 200 и заканчивая 10000, что является незначительным на такой длительный процесс адаптации во времени. Кроме того, отношение сигнал/шум также стабилизируется в районе 100...200 отсчетов, т. е. достигает около 20 дБ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье исследовано влияние коэффициента направленного действия антенного элемента в составе кольцевой цифровой антенной решетки на характеристики цифрового диаграммообразования. Цифровое формирование диаграммы направленности производится с помощью

оптимального алгоритма подавления шума в каналах решетки. Такие характеристики диаграммообразования как пиковая мощность главного луча, уровень боковых лепестков, коэффициент усиления, а также вероятность битовой ошибки, сравнивается для идеальных изотропных элементов и для направленных элементов с полученной теоретически диаграммой направленности по мощности. С помощью компьютерной симуляции установлено, что значительное понижение ошибок передачи данных, а также высокий коэффициент усиления могут быть достигнуты, если использовать подходящее значение коэффициента направленного действия. Для оценки влияния КНД, изменяемого в пределах от 1 до 15, на характеристики цифрового диаграммообразования были использованы антенные решетки с числом антенн от 4 до 8 при отношениях сигнал-шум от 20 дБ до -10дБ. Установлено, что оптимальным выбором коэффициента направленного действия для высокой мощности полезного сигнала и подавления шума является значение в пределах 6-8. При дальнейшем увеличении этой величины вероятность ошибок передачи повышается, пиковая мощность и коэффициент усиления снижаются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bogale, E. mmWave Massive MIMO / E. Bogale, X. Wang, L. B. Le. — Academic Press, 2017. — P. 195–225.
2. Eckhardt, H. Vertical Antenna Tilt Optimization for LTE Base Stations / H. Eckhardt, S. Klein, M. Gruber // Proc. IEEE 73rd Veh. Technol. Conf. — Budapest, 2011.
3. Balanis, C. Introduction to smart antennas / C. Balanis, P. Ioannides. — San Francisco : Morgan and Claypool Publishers, 2007. — 174 p.
4. Nechaev, Y. Estimation and Minimization of the Cramer-Rao lower bound for radio direction-finding on the azimuth and elevation of planar antenna arrays / Y. Nechaev, I. Peshkov // Journal of Communications Software and Systems. — 2019. — V. 15, № 4. — P. 1–12.
5. Nechaev, Yu. Evaluation of the influence of directivity factor of directive elements of conformal antenna arrays on the performances of azimuth-elevation DOA estimation / Yu. Nechaev, I. Peshkov // Progress In Electromagnetics Research Symposium PIERS 2017, St Petersburg, Russia. 22–25 May 2017. — New York, USA, 2017. — P. 490–495.
6. Trees Van, H. L. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Optimum Array Processing / H. L. Trees Van. — John Wiley & Sons, 2002. — 1470 p.
7. Liu, J. Investigation of different types of array structures for smart antennas / J. Liu, L. Li, W. Huazhi // Int. Conf. on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT). — 2008. — P. 1160–1163.
8. Albagory, Y. A. An approach for low sidelobe beamforming in uniform concentric circular arrays / Y. A. Albagory, M. Dessouky, H. Sharshar, // Wireless Pers Commun. — 2007. — V. 43. — P. 1363–1368.
9. Optimizing an array of antennas for cellular coverage from a high altitude platform / J. Thornton, D. Grace, M. H. Capstick, T. C. Tozer // IEEE Transactions on Wireless Communications. — 2003. — V. 2 (3). — P. 484–492.
10. Friedlander, B. Classical and modern direction-of-arrival estimation / B. Friedlander, T. Tuncer. — Burlington : Academic Press. — 2009.
11. Nechaev, Yu. B. Challenges in using Cylindrical Antenna Array in Modern MIMO Applications / Yu. B. Nechaev, I. W. Peshkov, N. A. Fortunova // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). — 2018.
12. Viberg, M. Signal Processing : Volume 3 Array and Statistical Signal Processing / M. Viberg // Academic Press Library in Signal Processing. — 2014. — V. 3. — P. 463–502.
13. Kraus, J. D. Antennas / J. D. Kraus. — McGraw-Hill, 1988. — 553 p.
14. Reed, I. S. Rapid convergence rate in adaptive arrays / I. S. Reed, I. D. Mallett,

L. E. Brennan // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1974. — V. 10. — P. 853–863.

15. Matlab Help Center 2018, Element and Array Radiation and Response Patterns. — URL : <https://de.mathworks.com/help//phased/ug/element-and-array-radiation-patterns-and-responses.html>

*Нечаев Ю. Б., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры информационных систем, Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия
E-mail: nechaev_ub@mail.ru*

*Nechaev Yu. B., Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Information Systems, Voronezh State University, Voronezh, Russia
E-mail: nechaev_ub@mail.ru*

*Пешков И. В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры физики, радиотехники и электроники, Елецкий государственный университет, Елец, Липецкая область, Россия
E-mail: ilvpeshkov@gmail.com*

*Peshkov I. V., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics, Radio Engineering and Electronics, Bunin Yelets State University, Yelets, Lipetsk region, Russia
E-mail: ilvpeshkov@gmail.com*