

ОЦЕНКА НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАДИОИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ*

Ю. Э. Корчагин¹, С. В. Корольков¹, А. А. Макаров², Ю. Г. Петров¹

¹ – Воронежский государственный университет;

² – Национальный исследовательский университет "МЭИ"

Поступила в редакцию 07.11.2020 г.

Аннотация. Синтезированы квазиправдоподобный и максимально правдоподобный алгоритмы оценки начальной фазы радиосигнала с прямоугольной огибающей и неизвестными амплитудой и моментами появления и исчезновения. Предложены блок-схемы измерителей начальной фазы. Найдены характеристики синтезированных алгоритмов и выполнено сравнение точности оценок начальной фазы. Показано, что структура квазиправдоподобной оценки начальной фазы не зависит от амплитуды радиосигнала, однако несовпадение ожидаемых значений моментов появления и исчезновения сигнала с их истинными значениями может привести к заметному увеличению рассеяния квазиправдоподобной оценки начальной фазы. Исследован проигрыш в точности оценки начальной фазы вследствие априорного незнания моментов появления и исчезновения сигнала. Показано, что аналитические выражения для статистических характеристик максимально правдоподобной оценки начальной фазы при больших отношениях сигнал-шум асимптотически совпадают с характеристиками максимально правдоподобной оценки начальной фазы радиосигнала с априори известными амплитудой и моментами появления и исчезновения, а, следовательно, априорное незнание этих моментов асимптотически с ростом отношения сигнал-шум не влияет на точность максимально правдоподобной оценки начальной фазы.

Ключевые слова: оценка максимального правдоподобия, квазиправдоподобная оценка, начальная фаза, моменты появления и исчезновения, амплитуда, смещение, рассеяние.

ESTIMATING THE INITIAL PHASE OF A RECTANGULAR RADIO PULSE WITH UNKNOWN MOMENTS OF APPEARANCE AND DISAPPEARANCE

Yu. E. Korchagin, S. V. Korolkov, A. A. Makarov, Yu. G. Petrov

Abstract. The quasi-likelihood and maximum likelihood algorithms have been synthesized for estimating the initial phase of a radio signal with a rectangular envelope and unknown amplitude and moments of appearance and disappearance. The block diagrams of the initial phase meters are presented. The characteristics of the synthesized algorithms are found and the accuracies of the estimates of the initial phase are compared. It is shown that the structure of the quasi-likelihood estimate of the initial phase does not depend on the amplitude of the radio signal. However, the discrepancy between the expected values of the moments of signal appearance and disappearance and their true values may lead to a significant increase in the variance of the quasi-likelihood estimate of the initial phase. The loss of accuracy in the estimation of the initial phase due to a priori ignorance of the moments of signal appearance

* Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект FSWF-2020-0022)

© Корчагин Ю. Э., Корольков С. В., Макаров А. А., Петров Ю. Г., 2020

and disappearance is studied. It is established that the analytical expressions for the statistical characteristics of the maximum likelihood estimate of the initial phase coincide asymptotically with the characteristics of the maximum likelihood estimate of the initial phase of a radio signal with a priori known amplitude and moments of appearance and disappearance under the signal-to-noise ratio going to infinity. Thus, under increasing the signal-to-noise ratio, a priori ignorance of these moments does not have an asymptotic influence upon the accuracy of the maximum likelihood estimate of the initial phase.

Keywords: maximum likelihood estimation, quasilielihood estimation, radio signal, initial phase, moments of appearance and disappearance, bias, dispersion, the accuracy of the estimation.

1. ВВЕДЕНИЕ

Задачи оценки начальной фазы радиосигнала, наблюдаемого на фоне шума, а также измерения разности фаз сигналов, актуальны для многих практических приложений статистической теории связи, локации, навигации. Использование фазы позволяет получить высокую точность определения пространственного положения объекта, углов при измерении траекторий летательных и космических объектов, высокую достоверность и помехоустойчивость при передаче сообщений. Поскольку становление теории фазовых радиотехнических систем происходило параллельно со статистической радиотехникой ещё на заре развития радиоэлектроники, задача оценки начальной фазы неоднократно рассматривалась в литературе в различных постановках [1–12]. В работах [1], [2] рассмотрена максимально правдоподобная (МП) оценка начальной фазы узкополосного радиосигнала при условии, что все остальные параметры сигнала и помехи априори известны. В результате максимизации решающей статистики найдены выражения для оценки максимального правдоподобия (МП) начальной фазы, а также предложена блок-схема для её аппаратной реализации. Получены условная плотность вероятности оценки, её смещение и дисперсия, а также рассмотрены частные случаи отсутствия сигнала, малых и больших отношений сигнал/шум (ОСШ). Полученные в [1], [2] результаты показывают, что оценка начальной фазы инвариантна к величине и изменениям амплитуды сигнала, а её точность зависит лишь от ОСШ.

Вместе с тем, идеальный случай полного отсутствия неизвестных сопутствующих параметров встречается крайне редко [2]. В работе [4] исследованы способы построения когерентных демодуляторов ФМ сигналов на основе фазовой автоподстройки частоты несущего генератора опорного сигнала и на основе сдвига по фазе демодулируемого сигнала. Оценка начальной фазы при наличии быстрых замираний изучена в [6]. Зачастую в практических приложениях статистической теории связи оказывается необходимо оценивать начальную фазу радиосигнала с неизвестными амплитудой и временными параметрами. В работе [12] выполнен синтез и анализ оценки начальной фазы радиосигнала с неизвестной длительностью. Ниже рассмотрены алгоритмы оценки начальной фазы узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и моментами появления и исчезновения.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть на интервале времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация

$$\xi(t) = s(t, a_0, \varphi_0, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t), \quad (1)$$

представляющая собой сумму полезного сигнала

$$s(t, a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} a \cos(\omega t - \varphi), & \theta_1 \leq t \leq \theta_2, \\ 0, & t < \theta_1, \quad t > \theta_2 \end{cases} \quad (2)$$

и гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Здесь $a_0, \varphi_0, \theta_{01}, \theta_{02}$ — неизвестные на приёмной стороне амплитуда, начальная фаза и моменты появления и исчезновения соответственно. Будем считать, что начальная фаза является информативным параметром и подлежит оценке, а остальные параметры оценивать не требуется. Положим, что начальная фаза и моменты появления и исчезновения могут принимать значения из априорных интервалов

$$\varphi_0 \in [-\pi, \pi], \quad \theta_{01} \in [\Theta_{11}, \Theta_{12}], \quad \theta_{02} \in [\Theta_{21}, \Theta_{22}].$$

Располагая наблюдаемой реализацией $\xi(t)$ (1), необходимо сформировать оценку начальной фазы φ_0 полезного сигнала (2).

3. СИНТЕЗ КВАЗИПРАВДОПОДОБНОЙ ОЦЕНКИ

Для синтеза алгоритма оценки начальной фазы воспользуемся методом МП [1], [2], [3]. Оценка начальной фазы представляет собой положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП). При неизвестных амплитуде, начальной фазе и моментах появления и исчезновения логарифм ФОП является четырёхмерным случайным полем [2]

$$L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a^2}{2N_0} (\theta_2 - \theta_1). \quad (3)$$

Следовательно, при оценке начальной фазы имеется априорная параметрическая неопределённость относительно амплитуды и моментов появления и исчезновения. Аналогично [12] воспользуемся двумя способами преодоления этой неопределённости. Первый способ заключается в применении квазиправдоподобного (КП) алгоритма оценки, согласно которому вместо неизвестных амплитуды a и моментов появления θ_1 и исчезновения θ_2 в выражении (3) используются их некоторые ожидаемые значения $a^*, \theta_1^*, \theta_2^*$ соответственно. Второй способ заключается в применении МП алгоритма оценки начальной фазы, согласно которому вместо неизвестных амплитуды a и моментов появления θ_1 и исчезновения θ_2 используются их оценки МП, что равносильно совместному оцениванию всех неизвестных параметров. В этом случае необходимо выполнить поиск положения максимума случайного поля (3) по всем неизвестным параметрам, что, как правило, приводит к необходимости построения многоканального приёмного устройства. Частично избежать многоканальности можно, совместив КП и МП подходы к преодолению априорной неопределённости: часть неизвестных параметров приравнять их ожидаемым значениям, а другие заменить их КП или МП оценками, что равносильно максимизации логарифма ФОП по соответствующим параметрам.

Выполняя аналитически максимизацию решающей статистики (3) по амплитуде и начальной фазе, получим выражение для оценки начальной фазы

$$\varphi(\theta_1, \theta_2) = \Psi [X(\theta_1, \theta_2), Y(\theta_1, \theta_2)], \quad (4)$$

где

$$X(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) \cos(\omega t) dt, \quad Y(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) \sin(\omega t) dt,$$

а функция $\Psi(x, y)$ была определена в [12]

$$\Psi(x, y) = \begin{cases} \arctg(y/x), & x > 0, \\ \pi \operatorname{sgn}(y)/2, & x = 0, \\ \arctg(y/x) + \pi \operatorname{sgn}(y)/2, & x < 0. \end{cases} \quad (5)$$

КП оценка начальной фазы предполагает использование в выражении (4) ожидаемых моментов появления θ_1^* и исчезновения θ_2^* :

$$\varphi^* = \Psi [X^*, Y^*], \quad X^* = X(\theta_1^*, \theta_2^*), \quad Y^* = Y(\theta_1^*, \theta_2^*). \quad (6)$$

Структурная схема КП измерителя начальной фазы, построенная на основе выражений (4) и (6), представлена на рис. 1. Здесь И — интеграторы, включённые на отрезке времени $[\theta_1^*, \theta_2^*]$, РУ — решающее устройство, которое реализует выражение (5). Блок \arctg формирует главное значение арктангенса из отрезка $[-\pi/2, \pi/2]$. Блок-схема отличается от аналогичной схемы формирования оценки начальной фазы радиосигнала с неизвестной длительностью, полученной в [12], пределами интегрирования в блоках И.

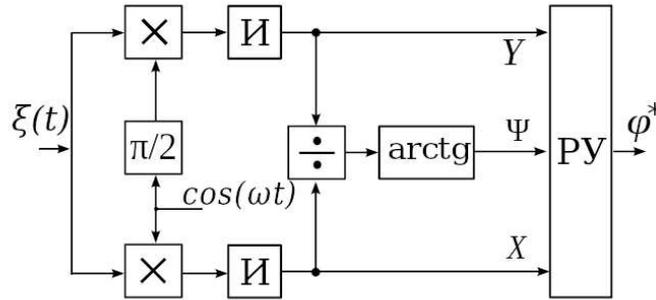


Рис. 1. Блок-схема КП измерителя начальной фазы прямоугольного радиосигнала.

4. АНАЛИЗ КВАЗИПРАВДОПОДОБНОЙ ОЦЕНКИ

Выполним анализ КП алгоритма оценки (6). Для нахождения плотности вероятности величины φ^* необходимо найти совместную плотность вероятности величин

$$X^* = X(\theta_1^*, \theta_2^*) = m_x + N_x^*, \quad Y^* = Y(\theta_1^*, \theta_2^*) = m_y + N_y^*. \quad (7)$$

Они являются статистически независимыми гауссовскими с математическими ожиданиями

$$\begin{aligned} m_x &= \langle X^* \rangle = \frac{a_0}{N_0} [\min(\theta_{02}, \theta_2^*) - \max(\theta_{01}, \theta_1^*)] \cos \varphi_0, \\ m_y &= \langle Y^* \rangle = \frac{a_0}{N_0} [\min(\theta_{02}, \theta_2^*) - \max(\theta_{01}, \theta_1^*)] \sin \varphi_0 \end{aligned} \quad (8)$$

и одинаковыми дисперсиями

$$\sigma^2 = \langle (X^* - m_x)^2 \rangle = \langle (Y^* - m_y)^2 \rangle = \frac{1}{N_0} (\theta_2^* - \theta_1^*). \quad (9)$$

Здесь обозначено

$$N_x = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} n(t) \cos(\omega^* t) dt, \quad N_y = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} n(t) \sin(\omega^* t) dt.$$

Тогда совместную плотность вероятности случайных величин (7) можно записать в виде

$$W_{XY}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y - m_y)^2}{2\sigma^2} \right].$$

Согласно (6) КП оценка начальной фазы является нелинейным преобразованием величин (7). Введём в рассмотрение случайные величины

$$\varphi = \varphi^* = \Psi(X^*, Y^*), \quad \rho = \sqrt{(X^*)^2 + (Y^*)^2}, \quad (10)$$

одна из которых φ^* совпадает с оценкой начальной фазы (6). Используя правила преобразования плотностей вероятностей при нелинейных преобразованиях [13] находим из (6) совместную плотность вероятности случайных величин ρ и φ

$$\begin{aligned} W_{\rho\varphi}(\rho, \varphi) &= W_{XY}(\rho \cos(\varphi), \rho \sin(\varphi))\rho = \\ &= \frac{\rho}{2\pi\sigma^2} \exp \left[-\frac{\rho^2 + m_x^2 + m_y^2}{2\sigma^2} + \frac{2\rho(m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi)}{2\sigma^2} \right]. \end{aligned}$$

Обозначим $\mu = m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi = m \cos(\varphi - \zeta)$, где $m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$, $\text{tg } \zeta = m_y/m_x$, и, учитывая область значений величины $\rho \in [0, +\infty)$, найдём плотность вероятности КП оценки начальной фазы

$$\begin{aligned} W_\varphi(\varphi) &= \int_0^\infty W_{\rho\varphi}(\rho, \varphi) d\rho = \frac{1}{2\pi} \exp \left[-\frac{m_x^2 + m_y^2}{2\sigma^2} \right] + \frac{\mu}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{m_x^2 + m_y^2 - \mu^2}{2\sigma^2} \right] \Phi \left(\frac{\mu}{\sigma} \right) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp \left[-\frac{m^2}{2\sigma^2} \right] + \frac{m \cos(\varphi - \zeta)}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{m^2 \sin^2(\varphi - \zeta)}{2\sigma^2} \right] \Phi \left(\frac{m \cos(\varphi - \zeta)}{\sigma} \right), \quad |\varphi| \leq \pi, \quad (11) \end{aligned}$$

где $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности. Подставляя (8) и (9) в (11), получим плотность вероятности КП оценки начальной фазы в виде

$$\begin{aligned} W_\varphi(\varphi) &= \frac{1}{2\pi} \exp \left[-\frac{z_0^2 \chi}{2} \right] + \frac{z_0 \sqrt{\chi}}{\sqrt{2\pi}} \cos(\varphi - \varphi_0) \exp \left[-\frac{z_0^2 \chi}{2} \sin^2(\varphi - \varphi_0) \right] \times \\ &\quad \times \Phi [z_0 \sqrt{\chi} \cos(\varphi - \varphi_0)], \quad |\varphi| \leq \pi, \quad (12) \end{aligned}$$

где обозначено

$$z_0^2 = \frac{a_0^2 \tau_0}{N_0} \quad (13)$$

— ОСШ на выходе приёмника МП для принятого сигнала,

$$\chi = \frac{[\min(\theta_{02}, \theta_2^*) - \max(\theta_{01}, \theta_1^*)]^2}{(\theta_{02} - \theta_{01})(\theta_2^* - \theta_1^*)} = \frac{\tau_{\min}^2}{\tau_0 \tau^*} \quad (14)$$

— величина, которая характеризует отклонения ожидаемых моментов появления и исчезновения от их истинных значений, $\tau^* = \theta_2^* - \theta_1^*$, $\tau_0 = \theta_{02} - \theta_{01}$, $\tau_{\min} = \min(\theta_{02}, \theta_2^*) - \max(\theta_{01}, \theta_1^*)$. Плотность вероятности КП оценки начальной фазы с точностью до обозначения параметра χ совпадает с плотностью вероятности, найденной в [12], а при $\chi = 1$ — с плотностью вероятности, найденной в [2]. Располагая плотностью вероятности (12), можно аналогично [2, с.88] найти выражения для условных смещения и рассеяния КП оценки начальной фазы

$$b(\varphi^*|\varphi_0) = \int_{-\pi}^{\pi} (\varphi - \varphi_0) W_\varphi(\varphi) d\varphi, \quad V(\varphi^*|\varphi_0) = \int_{-\pi}^{\pi} (\varphi - \varphi_0)^2 W_\varphi(\varphi) d\varphi. \quad (15)$$

С ростом ОСШ (при $z_0 \rightarrow \infty$) формулы (15) для смещения и рассеяния упрощаются и приобретают вид

$$b(\varphi^*|\varphi_0) \approx 0, \quad V(\varphi^*|\varphi_0) \approx \frac{1}{z_0^2\chi} + \frac{1}{z_0^4\chi^2} \quad (16)$$

При совпадении ожидаемых и истинных значений моментов появления $\theta_1^* = \theta_{01}$ и исчезновения $\theta_2^* = \theta_{02}$ величина $\chi = 1$, КП оценка (6) совпадает с МП оценкой начальной фазы с известными моментами появления и исчезновения, исследованной в [2], а выражения (15) (16) — с найденными в [2] аналогичными выражениями для смещения и рассеяния МП оценки начальной фазы $V_0 = V(\varphi^*|\varphi_0)|_{\chi=1}$. Следовательно, отличие статистических характеристик КП и МП оценок начальной фазы можно охарактеризовать величиной χ , которая входит в выражения (15) и (16) множителем при ОСШ z_0^2 . При $\chi < 1$ и одинаковом ОСШ точность КП оценки ниже точности МП оценки. И наоборот: чтобы КП оценка обеспечивала рассеяние, равное рассеянию МП оценки, необходимо увеличить ОСШ в $1/\chi$ раз. Это позволяет трактовать величину $1/\chi$ как проигрыш в ОСШ КП оценки начальной фазы по сравнению с МП оценкой.

Перейдём в выражении (14) к нормированным интервалам времени $\eta_0 = \tau_0/T_{\max}$, $\eta^* = \tau^*/T_{\max}$, $\delta_1 = (\theta_{01} - \theta_1^*)/T_{\max}$, $\delta_2 = (\theta_2^* - \theta_{02})/T_{\max}$, где $T_{\max} = \Theta_{22} - \Theta_{11}$ — максимально возможная длительность сигнала

$$\chi = \frac{[\eta_0 + \min(0, \delta_1) + \min(0, \delta_2)]^2}{\eta_0(\eta_0 + \delta_1 + \delta_2)}. \quad (17)$$

В качестве примера выберем априорные интервалы возможных значений моментов появления и исчезновения так, чтобы Θ_{11} и Θ_{22} оставались фиксированными, а Θ_{12} и Θ_{21} располагались симметрично относительно середины $\theta = (\Theta_{11} + \Theta_{22})/2$ отрезка $[\Theta_{11}, \Theta_{22}]$ как показано на рис. 2. Обозначим $k = (\Theta_{22} - \Theta_{11})/(\Theta_{21} - \Theta_{12}) = T_{\max}/T_{\min}$ — динамический диапазон возможных значений длительности сигнала. Если истинные моменты появления и исчезновения располагаются посередине своих априорных интервалов, то $\theta_{0i} = (\Theta_{i1} - \Theta_{i2})/2$, $\eta_0 = (k + 1)/2k$, $|\delta_i| \leq (k - 1)/4k$, $i = 1, 2$.

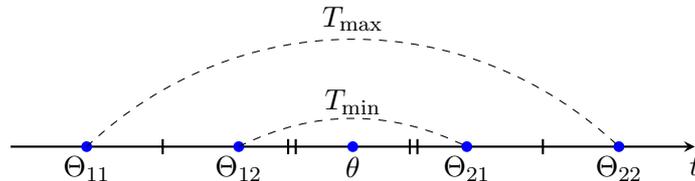


Рис. 2. Априорные области моментов появления и исчезновения.

На рис. 3 представлены зависимости величины χ (17) от расстройки ожидаемых значений момента появления δ_1 при различных расстройках момента исчезновения δ_2 .

Как видно из рис. 3 значения $\chi < 1$ для всех расстроек моментов появления и исчезновения, что говорит об увеличении рассеяния оценки начальной фазы вследствие априорного незнания моментов появления и исчезновения.

Введём в рассмотрение величину, характеризующую увеличение рассеяния КП оценки начальной фазы по сравнению с рассеянием МП оценки при известных моментах появления и исчезновения

$$R = \frac{V(\varphi^*|\varphi_0)}{V_0}. \quad (18)$$

На рис. 4 изображены зависимости проигрыша (18) от величины расстройки момента появления при различных расстройках момента исчезновения и ОСШ $z_0 = 2$. Истинные значения

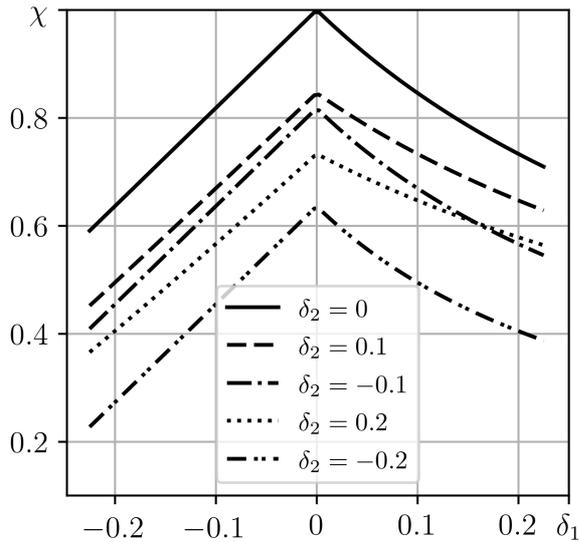


Рис. 3. Зависимости параметра χ от расстройкой момента появления.

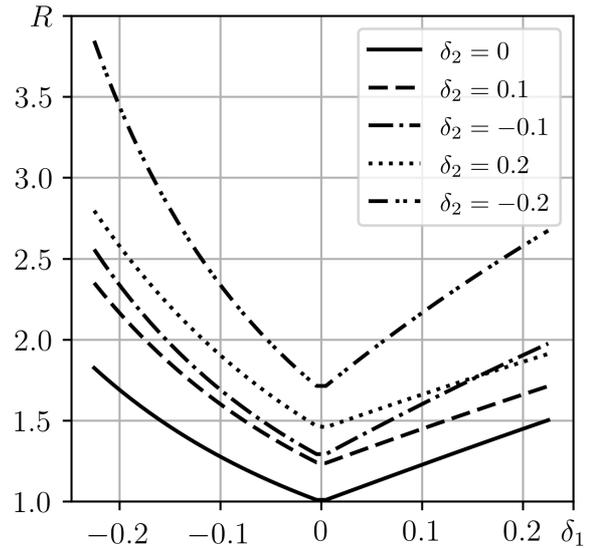


Рис. 4. Зависимости проигрыша R в точности КП оценки.

моментов появления и исчезновения были выбраны посередине своих априорных интервалов, динамический диапазон изменения длительности $k = 10$, истинное значение начальной фазы $\varphi_0 = \pi/4$. Как видно из рис. 4, априорное незнание моментов появления и исчезновения может приводить к увеличению рассеяния КП оценки начальной фазы в несколько раз. На рис. 5, 6 представлены зависимости условных смещения и рассеяния (15) КП оценки начальной фазы от ОСШ z_0 (13). Сплошной линией на рис. 6 нанесена зависимость рассеяния, рассчитанная по асимптотической формуле (16).

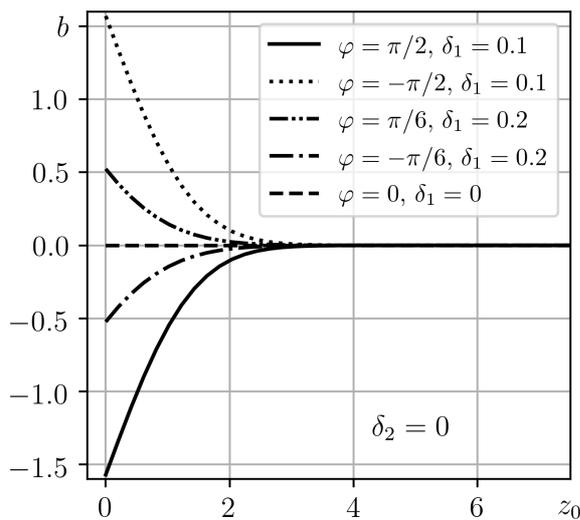


Рис. 5. Зависимости смещения b КП оценки от ОСШ.

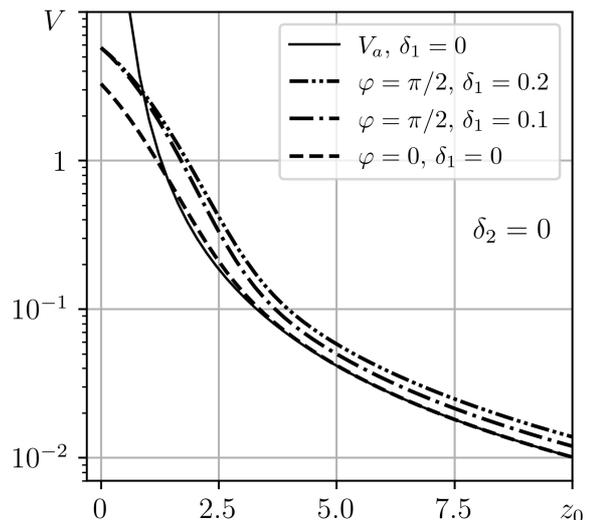


Рис. 6. Зависимости рассеяния V КП оценки от ОСШ.

5. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ

Для повышения точности оценки начальной фазы можно применить МП алгоритм, основанный на поиске положения абсолютного максимума логарифма ФОП. Оценка МП начальной фазы представляет собой положение максимума логарифма ФОП, в котором вместо неизвестных амплитуды и моментов появления и исчезновения использованы их оценки МП $a_m, \theta_{1m}, \theta_{2m}$

$$\varphi_m = \arg \sup_{\varphi} L(\varphi), \quad L(\varphi) = L(a_m, \varphi, \theta_{1m}, \theta_{2m}) = \sup_{a, \theta_1, \theta_2} L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2), \quad (19)$$

что равносильно максимизации логарифма ФОП по переменным a, θ_1, θ_2 . Представим решающую статистику (3) в виде

$$L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = aX(\theta_1, \theta_2) \cos \varphi + aY(\theta_1, \theta_2) \sin \varphi - \frac{a^2}{2N_0}(\theta_2 - \theta_1). \quad (20)$$

Здесь в силу узкополосности радиосигнала отброшены интегралы от функций, осциллирующих с удвоенной частотой. Выполняя аналитически максимизацию логарифма ФОП (20) по переменным a и φ получаем аналогично (6) выражение для МП оценки начальной фазы

$$\varphi_m = \Psi[X_m, Y_m], \quad X_m = X(\theta_{1m}, \theta_{2m}), \quad Y_m = Y(\theta_{1m}, \theta_{2m}), \quad (21)$$

где МП оценки моментов появления и исчезновения формируются как положения наибольшего максимума случайного поля

$$L(\theta_1, \theta_2) = L(a_m, \varphi_m, \theta_1, \theta_2) = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = \frac{N_0}{2} \cdot \frac{X^2(\theta_1, \theta_2) + Y^2(\theta_1, \theta_2)}{\theta_2 - \theta_1}, \quad (22)$$

$$(\theta_{1m}, \theta_{2m}) = \arg \sup_{\theta_1, \theta_2} L(\theta_1, \theta_2). \quad (23)$$

Совместная МП оценка моментов появления и исчезновения (23), исследована в работе [15] для более общего случая прямоугольного радиоимпульса, где предложена блок-схема формирования оценок и найдены их статистические характеристики. Измеритель начальной фазы должен формировать случайное поле (22) для всех возможных значений моментов появления и исчезновения и находить МП оценки как координаты положения его максимума. Подставив найденные оценки в выражения (21), получаем искомую МП оценку начальной фазы. Для её формирования можно использовать блок-схему, изображённую на рис. 1, где интеграторы И включены на интервалах времени $[\theta_{1m}, \theta_{2m}]$, а θ_{1m}, θ_{2m} — предварительно вычисленные оценки моментов появления и исчезновения (23). Сформировать случайное поле (22) как непрерывную функцию моментов появления θ_1 и исчезновения θ_2 не представляется возможным, поэтому приёмник должен формировать отсчёты $L_{mg} = L(\Theta_{11} + m\Delta\theta_1, \Theta_{21} + g\Delta\theta_2)$, $m = \overline{1, n_1}$, $g = \overline{1, n_2}$ случайного поля (22) для дискретного набора значений моментов появления и исчезновения. Тогда измеритель должен состоять из $n_1 n_2$ каналов. На рис. 7 изображена блок-схема одного канала МП измерителя, который формирует логарифм ФОП (22) для фиксированных значений моментов появления $\Theta_{11} + m\Delta\theta_1$ и исчезновения $\Theta_{21} + g\Delta\theta_2$. На рис. 7 обозначено: И1 — интеграторы, работающие на интервале времени $[\Theta_{11} + m\Delta\theta_1, \Theta_{21} + g\Delta\theta_2]$. Оценки МП моментов появления и исчезновения определяются по номерам канала с максимальным выходным сигналом.

Для анализа МП алгоритма оценки начальной фазы (21) рассмотрим логарифм ФОП (20). Он представляет собой случайное поле, дифференцируемое по параметрам a и φ и недифференцируемое по переменным θ_1, θ_2 . Следовательно, амплитуда и начальная фаза являются регулярными параметрами сигнала, а моменты появления и исчезновения — разрывными

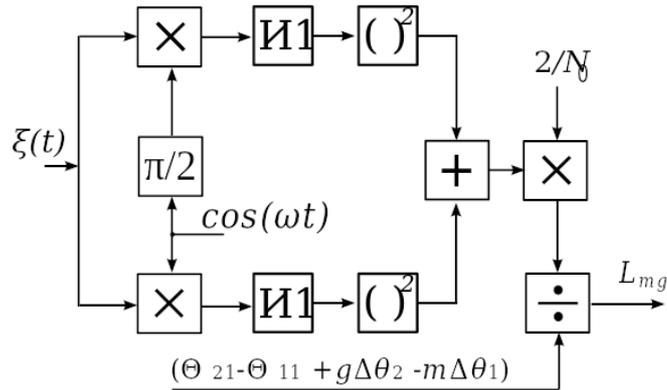


Рис. 7. Блок-схема одного канала измерителя моментов появления и исчезновения.

[14]. В работе [16] показано, что асимптотически (с ростом ОСШ) точность МП оценок регулярных параметров (амплитуды и начальной фазы) не зависит от наличия неизвестных разрывных параметров (моментов появления и исчезновения). Это означает, что смещение и рассеяние МП оценки начальной фазы (21), при больших ОСШ асимптотически совпадают со смещением и рассеянием МП оценки начальной фазы радиосигнала с априори известными амплитудой и моментами появления и исчезновения, найденными в [2] (выражения (15) и (16) при $\chi = 1$). Следовательно, зависимости, приведённые на рис. 4, можно интерпретировать как функции, характеризующие выигрыш в точности МП оценки (21) по сравнению с точностью КП оценки (6).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты позволяют определить степень влияния априорного незнания амплитуды прямоугольного радиоимпульса и его моментов появления и исчезновения на точность оценки начальной фазы. Найдены выражения для проигрышей в точности оценки начальной фазы, количественно характеризующие относительное увеличение её рассеяния. Структура КП оценки начальной фазы не зависит от неизвестной амплитуды радиосигнала. Вместе с тем, использование вместо неизвестных моментов появления и исчезновения их ожидаемых значений может привести к существенному увеличению рассеяния КП оценки начальной фазы. Статистические характеристики более сложной МП оценки начальной фазы, при больших ОСШ асимптотически совпадают с характеристиками МП оценки начальной фазы радиосигнала с априори известными амплитудой и моментами появления и исчезновения. Следовательно, априорное незнание моментов появления и исчезновения сигнала асимптотически с ростом ОСШ не влияет на точность МП оценки начальной фазы. Полученные результаты справедливы при выполнении условия относительной узкополосности сигнала (2). В связи с возрастающим интересом к использованию широкополосных и сверхширокополосных сигналов в радиофизических информационных системах, целесообразно в дальнейшем исследовать оценку начальной фазы сигнала (2) при несправедливости условия относительной узкополосности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пестряков, В. Б. Фазовые радиотехнические системы (основы статистической теории) / В. Б. Пестряков. — М. : Сов. радио, 1968. — 468 с.
2. Куликов, Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Три-

фонов. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.

3. Тихонов, В. И. Оптимальный приём сигналов / В. И. Тихонов. — М. : Радио и связь, 1983. — 320 с.

4. Иващенко, П. В. Оптимальная оценка фазы несущей при демодуляции сигналов цифровой модуляции / П. В. Иващенко, И. С. Перекрестов // Цифрові технології. — 2009. — № 6. — С. 40–47.

5. Харисов, В. Н. Алгоритм оценки задержки на основе обработки фазы многочастотных сигналов / В. Н. Харисов, Н. Т. Булавский, М. В. Лупина // Радиотехника. — 2006. — № 7. — С. 80–83.

6. Захаров, А. В. Эффективность оценки фазы радиосигнала при наличии быстрых замираний / А. В. Захаров // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2010. — № 2. — С. 221–228.

7. Гладких, Н. Д. Оценка влияния доплеровского расширения полосы частот на ошибку оценки фазы гидроакустического (ГА) сигнала / Н. Д. Гладких // Электроніка та зв'язок. — 2012. — № 6. — С. 85–93.

8. Carrier phase and frequency estimation for pilot-symbol assisted transmission : bounds and algorithms / N. Noels, H. Steendam, M. Moeneclaey, H. Bruneel // IEEE Trans. on Signal Processing. — 2005. — V. 53, № 12. — P. 4578–4587.

9. Joint Estimation of Timing and Carrier Phase Offsets for MSK Signals in Alpha-Stable Noise / G. Yang et. al. // IEEE Communications Letters. — 2018. — V. 22, iss. 1. — P. 89–92.

10. Ivanov, S. I. Estimation of the parameters of the phase modulated signal in presence of the background noise using complete sufficient statistics / S. I. Ivanov, L. B. Liokumovich, A. V. Medvedev // XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM), 2017. — P. 11–13.

11. Fast digital algorithms for the coherent demodulation of the phase-shift keyed signals / O. V. Chernoyarov et. al. // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics), 2017. — P. 1–5.

12. Оценка начальной фазы узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и длительностью / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, М. В. Трифонов, К. С. Калашников // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. — 2018. — Т. 61, № 6. — С. 307–317.

13. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. — М. : Радио и связь, 1982. — 624 с.

14. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986. — 264 с.

15. Трифонов, А. П. Оценка моментов появления и исчезновения радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, С. В. Корольков // Известия ВУЗов. Радиофизика. — 2017. — Т. 60, № 1. — С. 72–88.

16. Трифонов, А.П. Совместная оценка параметров сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. — 2000. — Т. 43, № 5. — С. 34–43.

REFERENCES

1. Pestryakov V.B. Phase radio engineering systems (fundamentals of statistical theory). [Pestryakov V.B. Fazovye radiotexnicheskie sistemy (osnovy statisticheskoyj teorii)]. Moscow, 1968, 468 p.

2. Kulikov E.I., Trifonov A.P. Parameter estimation of signals in noise. [Kulikov E.I., Trifonov A.P. Ocenka parametrov signalov na fone pomex]. Moscow, 1978, 296 p.

3. Tihonov V.I. Optimal reception of signals. [Tixonov V.I. Optimal'nyy priyom signalov]. Moscow, 1983, 320 p.

4. Ivashchenko P.V., Perekrestov I.S. Optimal estimation of the carrier phase when demodulating digital modulation signals. [Ivashchenko P.V., Perekrestov I.S. Optimal'naya ocenka fazy nesushchey pri demodulyacii signalov cifrovoy modulyacii]. *Cifrovi tehnologii – Digital technology*, 2009, no. 6, pp. 40–47.
5. Harisov V.N., Bulavskiy N.T., Lupina M.V. Delay estimation algorithm based on multi-frequency signal phase processing. [Xarisov V.N., Bulavskiy N.T., Lupina M.V. Algoritm ocenki zaderzhki na osnove obrabotki fazy mnogochastotnyx signalov]. *Radiotekhnika – Radio engineering*, 2006, no. 7, pp. 80–83.
6. Zaharov A.V. Efficiency of estimating the phase of a radio signal in the presence of fast fades. [Zaxarov A.V. Effektivnost' ocenki fazy radiosignala pri nalichii bystryx zamiraniy]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika – Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2010, no. 2, pp. 221–228.
7. Gladkikh N.D. Estimation of the effect of Doppler frequency band expansion on the error in estimating the phase of a hydroacoustic (GA) signal. [Gladkix N.D. Ocenka vliyaniya dopplerovskogo rasshireniya polosy chastot na oshibku ocenki fazy gidroakusticheskogo (GA) signala]. *Elektronika ta zvyazok – Electronics for communication*, 2012, no. 6, pp. 85–93.
8. Noels N., Steendam H., Moeneclaey, Bruneel H. Carrier phase and frequency estimation for pilot-symbol assisted transmission: bounds and algorithms. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, vol. 53, no. 12, pp. 4578–4587.
9. Yang G., Wang J., Zhang G., Shao Q., Li Sh. Joint Estimation of Timing and Carrier Phase Offsets for MSK Signals in Alpha-Stable Noise. *IEEE Communications Letters*, 2018, vol. 22, iss. 1, pp. 89–92.
10. Ivanov S.I., Liokumovich L.B., Medvedev A.V. Estimation of the parameters of the phase modulated signal in presence of the background noise using complete sufficient statistics. *XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM)*, 2017, pp. 11–13.
11. Chernoyarov O.V., Glushkov A.N., Litvinenko V.P., Litvinenko Yu.V., Matveev B.V. Fast digital algorithms for the coherent demodulation of the phase-shift keyed signals. *Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)*, 2017, pp. 1–5.
12. Trifonov A.P., Korchagin Yu. E., Trifonov M.V., Kalashnikov K.S. Estimation of the initial phase of narrowband radio signal with unknown amplitude and duration. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Trifonov M.V., Kalashnikov K.S. Ocenka nachal'noy fazy uzkopolosnogo radiosignala s neizvestnymi amplitudoy i dlitel'nost'yu]. *Izvestiya VUZov. Radioelektronika – Radioelectronics and Communications Systems June*, 2018, vol. 61, no. 6, pp. 307–317.
13. Tihonov V.I. Statistical radio engineering. [Tixonov V.I. Statisticheskaya radiotekhnika]. Moscow, 1982, 624 p.
14. Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. The joint assessment of the distinction between signals and their parameters on the background noise. [Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. Sovmestnoe razlichenie signalov i ocenka ix parametrov na fone pomex]. Moscow, 1986, 264 p.
15. Trifonov A.P., Korchagin Y.E., Korolkov S.V. Estimation of the moments of appearance and disappearance of a radio signal with unknown amplitude and initial phase. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Korol'kov S.V. Ocenka momentov poyavleniya i ischeznoeniya radiosignala s neizvestnymi amplitudoy i nachal'noy fazoy]. *Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij. Radiofizika – Radiophysics and Quantum Electronics*, 2017, vol. 60, no. 1, pp. 72–88.
16. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Joint estimation of signal parameters with unknown moments of appearance and disappearance. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Sovmestnaya ocenka parametrov signala s neizvestnymi momentami poyavleniya i ischeznoeniya]. *Izvestiya VUZov. Radioelektronika – Izvestiya VUZov. Radio electronics*, 2000, vol. 43, no. 5, pp. 34–43.

Корчагин Юрий Эдуардович, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой радиоп физики Воронежского государственного университета, Воронеж, Российская Федерация
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Тел.: +7(473)220-89-16

Korchagin Yuri Eduardovich, Doctor of physico-mathematical sciences, Head of the Department of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Tel.: +7(473)220-89-16

Корольков Сергей Вячеславович, аспирант кафедры радиоп физики Воронежского государственного университета, Воронеж, Российская Федерация
E-mail: sergeik1991@rambler.ru

Korolkov Sergey Vyacheclavovich, Aspirant of the Department of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: sergeik1991@rambler.ru

Макаров Александр Андреевич, аспирант кафедры электроники и наноэлектроники Национального исследовательского университета «МЭИ», Москва, Российская Федерация
E-mail: al.an.makarov@mail.ru

Makarov Alexandr Andreevich, graduate student of the Department of Electronics and Nanoelectronics of the National Research University «MPEI», Moscow, Russian Federation
E-mail: al.an.makarov@mail.ru

Петров Юрий Геннадьевич, аспирант кафедры радиоп физики Воронежского государственного университета, Воронеж, Российская Федерация
E-mail: redsaqwer@gmail.com

Petrov Yury Gennadevich, Aspirant of the Department of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: redsaqwer@gmail.com