

УДК 621.391

**ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ПРИХОДА РАДИОСИГНАЛА
С ОГИБАЮЩЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ
И НЕИЗВЕСТНОЙ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТОЙ
ПРИ НАЛИЧИИ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ПОМЕХИ***

А. А. Голиков, А. А. Макаров, А. В. Сальникова, Д. Н. Шепелев

Воронежский институт МВД России;

Национальный исследовательский университет "МЭИ";

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Поступила в редакцию 22.08.2020 г.

Аннотация. Выполнен синтез квазиправдоподобного и максимально правдоподобного алгоритмов оценки времени прихода импульсного радиосигнала с огибающей произвольной формы и неизвестной центральной частотой при наличии аддитивных и мультипликативных быстрофлуктуирующих случайных искажений. С использованием метода локально-марковской аппроксимации и его обобщений найдены замкнутые аналитические выражения для условных смещений и рассеяний выносимых оценок. Определены количественные значения выигрыша в точности максимально правдоподобной оценки времени прихода радиоимпульса по сравнению с квазиправдоподобной оценкой.

Ключевые слова: импульсный сигнал, модулирующая помеха, центральная частота, метод максимального правдоподобия, разрывный параметр, метод локально-марковской аппроксимации, смещение оценки, рассеяние оценки.

**ESTIMATING THE TIME OF ARRIVAL OF A RADIO SIGNAL
WITH A FREE-FORM ENVELOPE AND AN UNKNOWN
BAND CENTER IN THE PRESENCE OF A MODULATING
INTERFERENCE**

A. A. Golikov, A. A. Makarov, A. V. Salnikova, D. N. Shepelev

Abstract. The quasi-likelihood and maximum likelihood algorithms have been developed for estimating the time of arrival of a pulse radio signal with an arbitrary envelope and an unknown band center in the presence of the additive and multiplicative fast fluctuating random distortions. Application of the local Markov approximation method and its generalizations makes it possible to find the closed analytical expressions for the conditional biases and variances of the resulting estimates. There has been calculated a quantitative gain in the accuracy of the maximum likelihood estimate of the time of arrival of a radio pulse in comparison with the results that the corresponding quasi-likelihood estimate can provide.

Keywords: pulse signal, modulating interference, band center, maximum likelihood method, discontinuous parameter, local Markov approximation method, bias of estimate, variance of estimate.

* Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект FSWF-2020-0022).

© Голиков А. А., Макаров А. А., Сальникова А. В., Шепелев Д. Н., 2020

ВВЕДЕНИЕ

Задача обработки сигналов с неизвестными параметрами при наличии случайных искажений актуальна для многих практических приложений теории связи, локации, сейсмологии и др. [1–4]. В условиях сложной помеховой обстановки помехоустойчивость систем передачи и приема информации существенно ограничивается модулирующими (мультипликативными) помехами, неизбежно присутствующими в реальных каналах связи [5, 6]. Наиболее конструктивные результаты получены здесь при решении задач обнаружения и измерения импульсных сигналов, искаженных мультипликативными и аддитивными гауссовскими помехами с равномерным спектром в полосе пропускания приемного устройства. Так, в [7–10] найдены структура и характеристики синтезированных по методу максимального правдоподобия обнаружителей и измерителей времени прихода и средней мощности прямоугольного радиоимпульса при условии, что остальные параметры сигнала и случайных искажений априори известны. В работах [11–13] выполнено обобщение результатов [7–10] для случаев, когда длительность либо центральная частота принимаемого импульсного сигнала могут быть известны неточно. В [14, 15] рассмотрены оценки моментов появления и исчезновения, а в [16], кроме того, среднего значения и средней мощности прямоугольного видео- и радиоимпульса. Однако достаточно часто необходимо обрабатывать сигналы более сложной формы. В [17] выполнен синтез и анализ приемника максимального правдоподобия импульсного сигнала с неизвестным временем прихода и огибающей близкой к прямоугольной. Наконец, в [18, 19] исследованы алгоритмы обнаружения и измерения импульсного сигнала с огибающей произвольной формы и неизвестными временными и энергетическими параметрами. В то же время результаты [18, 19] не могут быть использованы, когда вследствие условий распространения либо динамичности источника излучения помимо времени прихода центральная частота (доплеровский сдвиг частоты) принимаемого импульса является априори неизвестной. Ниже рассмотрены оценки времени прихода радиоимпульса с огибающей произвольной формы в условиях различной априорной неопределенности относительно центральной частоты его случайной субструктуры. Найдены характеристики синтезированных измерителей и выполнен их сравнительный анализ.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Представим аналитически импульсный сигнал, искаженный модулирующей помехой, в виде [7, 8]

$$s(t) = \xi(t) f[\gamma(t - \lambda_0)] I\left(\frac{t - \lambda_0}{\tau_0}\right), \quad I(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1/2, \\ 0, & |x| > 1/2. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь λ_0 — время прихода, τ_0 — длительность импульса, $f(t)$ — детерминированная функция, определяющая форму сигнала и нормированная так, что $\max f(t) = 1$, γ — масштабирующий множитель, а $\xi(t)$ — стационарный центрированный быстрофлуктуирующий гауссовский случайный процесс, описывающий паразитную модуляцию сигнала и обладающий спектральной плотностью

$$G_\xi(\omega) = \frac{\pi D_0}{\Omega_0} \left[I\left(\frac{\vartheta_0 - \omega}{\Omega_0}\right) + I\left(\frac{\vartheta_0 + \omega}{\Omega_0}\right) \right], \quad \vartheta_0 \gg \Omega_0. \quad (2)$$

В (2) обозначено: Ω_0 — ширина полосы частот, ϑ_0 — центральная частота, D_0 — дисперсия процесса $\xi(t)$.

Условие “быстрых” флуктуаций процесса $\xi(t)$ можно определить как [18, 19]

$$\tau_0 \gg 2\pi/\Omega_0 \quad (\mu = \tau_0\Omega_0/2\pi \gg 1), \quad \Delta t \gg 2\pi/\Omega_0, \quad (3)$$

где Δt — характерное время изменения функции $f(t)$.

Аддитивные помехи и погрешности регистрации аппроксимируем гауссовским белым шумом $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . В результате на интервале времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация случайного процесса

$$x(t) = s(t) + n(t), \quad t \in [0, T]. \quad (4)$$

По наблюдаемой реализации (4) и имеющейся априорной информации необходимо оценить время прихода $\lambda_0 \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$ сигнала (1). При этом центральная частота ϑ_0 его случайной субструктуры $\xi(t)$ также априори неизвестна и принимает значение из априорного интервала $[\Theta_1, \Theta_2]$.

При синтезе алгоритма оценивания воспользуемся методом максимального правдоподобия [1–4]. С этой целью на основе результатов работ [10, 18] запишем выражение для решающей статистики — логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОР) — как функции текущих значений λ, ϑ неизвестных параметров λ_0, ϑ_0 :

$$L(\lambda, \vartheta) = \frac{q_0}{N_0} M(\lambda, \vartheta) - \frac{\Omega_0}{2\pi} \int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} \ln [1 + q_0 f^2(\gamma t)] dt, \quad (5)$$

$$M(\lambda, \vartheta) = \int_{\lambda - \tau_0/2}^{\lambda + \tau_0/2} \frac{f^2[\gamma(t - \lambda)] y^2(t, \vartheta)}{1 + q_0 f^2[\gamma(t - \lambda)]} dt.$$

Здесь

$$q_0 = D_0/E_N, \quad (6)$$

$E_N = N_0\Omega_0/2\pi$ — средняя мощность белого шума $n(t)$ в полосе частот процесса $\xi(t)$, а $y(t, \vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t - t', \vartheta) dt'$ — выходной сигнал фильтра при входном воздействии (4), причем передаточная функция $H(\omega, \vartheta)$ этого фильтра удовлетворяет условию $|H(\omega, \vartheta)|^2 = I[(\vartheta - \omega)/\Omega_0] + I[(\vartheta + \omega)/\Omega_0]$. Тогда оценка неизвестного параметра, синтезированная по методу максимального правдоподобия, определяется как положение наибольшего максимума решающей статистики [1–4].

2. КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ

Если величина параметра ϑ_0 априори неизвестна, но можно указать его некоторое ожидаемое (предполагаемое) значение ϑ^* , то, используя в (5) известное значение ϑ^* вместо ϑ и далее максимизируя решающую статистику, получаем квазиправдоподобную оценку (КПО) времени прихода λ_0 вида

$$\lambda_q = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} L(\lambda, \vartheta^*) = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} M(\lambda, \vartheta^*). \quad (7)$$

При $\vartheta^* = \vartheta_0$ КПО λ_q (7) переходит в оценку максимального правдоподобия (ОМП)

$$\lambda_m = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} L(\lambda, \vartheta_0) = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} M(\lambda, \vartheta_0), \quad (8)$$

однако в общем случае $\vartheta^* \neq \vartheta_0$.

Найдем характеристики оценки λ_q (7). С этой целью представим функционал $M(\lambda, \vartheta^*)$ (5) в виде суммы сигнальной и шумовой составляющих [1, 2]:

$$M(\lambda, \vartheta^*) = M_q(l) = S_q(l) + N_q(l). \quad (9)$$

Здесь $S_q(l) = \langle M_q(l) \rangle$ — сигнальная, $N_q(l) = M_q(l) - \langle M_q(l) \rangle$ — шумовая составляющие, $l = \lambda/\tau_0$ — безразмерная переменная, а усреднение выполняется по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$ (4) при фиксированных значениях λ_0, ϑ_0 . В условиях “быстрых” флуктуаций процесса $\xi(t)$ (3) для сигнальной составляющей $S_q(l)$ находим

$$S_q(l) = AC_1(\delta_\vartheta) C_2(l - l_0) + S_N, \quad (10)$$

где $A = \tau_0 D_0$, $C_1(x) = \max(0, 1 - |x|)$, $\delta_\vartheta = (\vartheta^* - \vartheta_0)/\Omega_0$ — относительная расстройка по центральной частоте случайной субструктуры импульса (1),

$$C_2(x) = \int_{-1/2+\max(0,x)}^{1/2+\min(0,x)} g_{21}(\tilde{t} - x) f^2(\tilde{\gamma}\tilde{t}) d\tilde{t}, \quad S_N = \tau_0 E_N G_{21}(1/2),$$

$$g_{mn}(\tilde{t}) = \frac{f^m(\tilde{\gamma}\tilde{t})}{[1 + q_0 f^2(\tilde{\gamma}\tilde{t})]^n}, \quad G_{mn}(\tilde{t}) = \int_{-\tilde{t}}^{\tilde{t}} g_{mn}(\tilde{t}') d\tilde{t}'$$

$\tilde{\gamma} = \gamma\tau_0$, $\tilde{t} = t/\tau_0$, а E_N определяется так же как в (6).

Аналогично [10] можно показать, что шумовая составляющая $N_q(l)$ является асимптотически (при $\mu \rightarrow \infty$) гауссовским случайным процессом, для полного статистического описания которого достаточно задать его математическое ожидание $\langle N_q(l) \rangle$ и корреляционную функцию $B_q(l_1, l_2) = \langle [N_q(l_1) - \langle N_q(l_1) \rangle] [N_q(l_2) - \langle N_q(l_2) \rangle] \rangle$. По определению (9) математическое ожидание случайного процесса $N_q(l)$ равно нулю, а для корреляционной функции путем непосредственного усреднения по реализациям наблюдаемых данных (4) находим

$$B_q(l_1, l_2) = \langle N_q(l_1) N_q(l_2) \rangle = \sigma_N^2 [C_1(\delta_\vartheta) R_1(l_1, l_2, l_0) + R_2(l_1, l_2)], \quad (11)$$

где $\sigma_N^2 = \tau_0^2 E_N^2 / \mu$,

$$R_1(l_1, l_2, l_0) = \int_{-1/2+\max(0, l_1-l_0, l_2-l_0)}^{1/2+\min(0, l_1-l_0, l_2-l_0)} \left[(1 + q_0 f^2(\tilde{\gamma}\tilde{t}))^2 - 1 \right] \times \\ \times g_{21}(\tilde{t} - l_1 + l_0) g_{21}(\tilde{t} - l_2 + l_0) d\tilde{t},$$

$$R_2(l_1, l_2) = \int_{-1/2+\max(l_1, l_2)}^{1/2+\min(l_1, l_2)} g_{21}(\tilde{t} - l_1) g_{21}(\tilde{t} - l_2) d\tilde{t}.$$

Из (10) следует, что сигнальная составляющая $S_q(l)$ функционала $M_q(l)$ (9) достигает своего максимума в точке $l = l_0$. Тогда согласно [1, 2] выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) для квазиправдоподобного алгоритма (7) определится как

$$z_q^2 = [S_q(l_0) - S_N]^2 / \langle N_q^2(l_0) \rangle = \mu q_0^2 C_1^2(\delta_\vartheta) \times \\ \times \left[\int_{-1/2}^{1/2} \frac{f^4(\tilde{\gamma}\tilde{t}) d\tilde{t}}{1 + q_0 f^2(\tilde{\gamma}\tilde{t})} \right]^2 / \int_{-1/2}^{1/2} f^4(\tilde{\gamma}\tilde{t}) \left[C_1(\delta_\vartheta) + \frac{1 - C_1(\delta_\vartheta)}{(1 + q_0 f^2(\tilde{\gamma}\tilde{t}))^2} \right] d\tilde{t}, \quad (12)$$

причем $z_q^2 \gg 1$ при выполнении (3), $q_0 > 0$ и $|\delta_\vartheta| < 1$.

Для удобства последующего анализа перейдем к нормированной (безразмерной) оценке

$$l_q = \lambda_q / \tau_0 \quad (13)$$

времени прихода импульса (1). Если выполняется условие $f(\pm \gamma \tau_0 / 2) = 0$, то решающая статистика $M_q(l)$ (9) является дважды дифференцируемой по переменной l (параметр λ_0 является регулярным [1, 2]), и характеристики оценки (13) могут быть записаны на основе формул, приведенных в [1]. В этой связи рассмотрим более сложный случай, когда $f(\pm \gamma \tau_0 / 2) \neq 0$ и решающая статистика $M_q(l)$ (9) недифференцируема по переменной l (параметр λ_0 является разрывным [2]).

При $z_q \rightarrow \infty$ оценка l_q (13) находится в пределах малой окрестности точки l_0 с вероятностью, стремящейся к 1. Поэтому, когда $z_q \gg 1$, для расчета характеристик оценки l_q достаточно исследовать поведение характеристик функционала $M_q(l)$ (9) на интервале $\Lambda_\delta = [l_0 - \delta, l_0 + \delta]$, $\delta \ll 1$. Обозначим $\Delta = \max\{|l_1 - l_0|, |l_2 - l_0|, |l_1 - l_2|\}$. Тогда с учетом (3) для (10), (11) при $\Delta \rightarrow 0$ справедливы асимптотические разложения

$$S_q(l) = AC_1(\delta_\vartheta) [G_{41}(1/2) + g_{41}(1/2) \min(0, l - l_0) - g_{41}(-1/2) \max(0, l - l_0)] + S_N + o(\Delta), \quad (14)$$

$$B_q(l_1, l_2) = \sigma_N^2 [C_1(\delta_\vartheta) G_{40}(1/2) + (1 - C_1(\delta_\vartheta)) G_{42}(1/2) + g_{42}(1/2) \min(l_1 - l_0, l_2 - l_0) - g_{42}(-1/2) \max(l_1 - l_0, l_2 - l_0) + C_1(\delta_\vartheta) (g_{40}(1/2) - g_{42}(1/2)) \min(0, l_1 - l_0, l_2 - l_0) - C_1(\delta_\vartheta) (g_{40}(-1/2) - g_{42}(-1/2)) \max(0, l_1 - l_0, l_2 - l_0)] + o(\Delta),$$

где $o(\Delta)$ обозначают слагаемые более высокого порядка малости по сравнению с Δ .

Введем в рассмотрение разностный функционал

$$\zeta(l) = [M_q(l) - M_q(x)] / \sigma_S \quad l, x \in \Lambda_\delta$$

где $\sigma_S^2 = \tau_0^2 E_N^2 [C_1(\delta_\vartheta) G_{40}(1/2) + (1 - C_1(\delta_\vartheta)) G_{42}(1/2)] / \mu$, а x — произвольная точка из окрестности Λ_δ . Тогда при $z_q \gg 1$ (12) условную функцию распределения $F(x|l_0)$ оценки l_q (13) можно представить в виде

$$F(x|l_0) = P[l_q < x] = P \left[\max_{l < x} \zeta(l) > \max_{l \geq x} \zeta(l) \right], \quad l, x \in \Lambda_\delta.$$

Используя теорему Дуба [20], аналогично [10, 13], можно показать, что процесс $\zeta(l)$ является марковским случайным процессом диффузионного типа, коэффициенты сноса K_1 и диффузии K_2 которого при $l \geq x$ определяются выражениями вида:

$$K_1 = \frac{z_q}{G_{41}(1/2)} \begin{cases} g_{41}(1/2), & l < l_0, \\ -g_{41}(-1/2), & l \geq l_0, \end{cases}$$

$$K_2 = \frac{1}{C_1(\delta_\vartheta) G_{40}(1/2) - [1 - C_1(\delta_\vartheta)] G_{42}(1/2)} \times \begin{cases} g_{42}(1/2) + g_{42}(-1/2) + C_1(\delta_\vartheta) [g_{40}(1/2) - g_{42}(1/2)], & l < l_0, \\ g_{42}(1/2) + g_{42}(-1/2) + C_1(\delta_\vartheta) [g_{40}(-1/2) - g_{42}(-1/2)], & l \geq l_0. \end{cases}$$

При этом в силу асимптотической гауссовости шумовой составляющей $N_q(l)$ (9) процесс $\zeta(l)$ является также и асимптотически (при $\mu \rightarrow \infty$) гауссовским.

Характеристики величины и положения наибольшего максимума гауссовского марковско-го процесса со скачкообразно изменяющимися коэффициентами сноса и диффузии найдены, например, в [21]. Используя результаты [21], для условных смещения $b(l_q|l_0) = \langle l_q \rangle - l_0$ и рассеяния $V(l_q|l_0) = \langle (l_q - l_0)^2 \rangle$ оценки l_q (13) находим

$$\begin{aligned} b(l_q|l_0) &= [Z_1^2 R(R+2) - Z_2^2(2R+1)] / Z_1^2 Z_2^2 (R+1)^2, \\ V(l_q|l_0) &= 2[Z_1^4 R(2R^2 + 6R + 5) + Z_2^4(5R^2 + 6R + 2)] / Z_1^4 Z_2^4 (R+1)^3, \end{aligned} \tag{15}$$

где $Z_1 = K_1^- \sqrt{2/K_2^-}$, $Z_2 = |K_1^+| \sqrt{2/K_2^+}$, $R = K_1^- K_2^+ / |K_1^+| K_2^-$, $K_1^- = K_1|_{l < l_0}$, $K_1^+ = K_1|_{l \geq l_0}$, $K_2^- = K_2|_{l < l_0}$, $K_2^+ = K_2|_{l \geq l_0}$. Точность формул (15) возрастает с увеличением μ (3) и z_q (12). Из (15), в частности, следует, что КПО (7) в общем случае является условно смещенной даже при $\vartheta^* = \vartheta_0$. В то же время она является асимптотически условно несмещенной при $z_q \rightarrow \infty$.

Если $\delta_\vartheta \equiv 0$, то формулы (15) описывают характеристики ОМП (8) времени прихода импульса (1) с априори известной центральной частотой его случайной субструктуры. Отметим также, что при $f(t) \equiv 1$ из (15) получаются известные выражения для условных смещения и рассеяния КПО времени прихода сигнала (1) с огибающей прямоугольной формы и неточно известной центральной частотой [12].

Найденные зависимости (15) позволяют оценить влияние отклонений ожидаемого значения ϑ^* неизвестной центральной частоты спектральной плотности (2) от истинного значения ϑ_0 на точность КПО (7). Для этого введем в рассмотрение отношение $\chi = V(l_q|l_0) / V(l_q|l_0)|_{\delta_\vartheta=0}$ рассеяния КПО (7) к рассеянию ОМП (8). Для примера на рисунке нанесены зависимости отношения χ от величины δ_ϑ при приеме колоколообразного импульсного сигнала с огибающей вида $f(\gamma t) = \exp(-\gamma^2 t^2)$, $\gamma = 1$. Кривая 1 соответствует $q_0 = 0, 1$, 2 – 0, 5, 3 – 1.

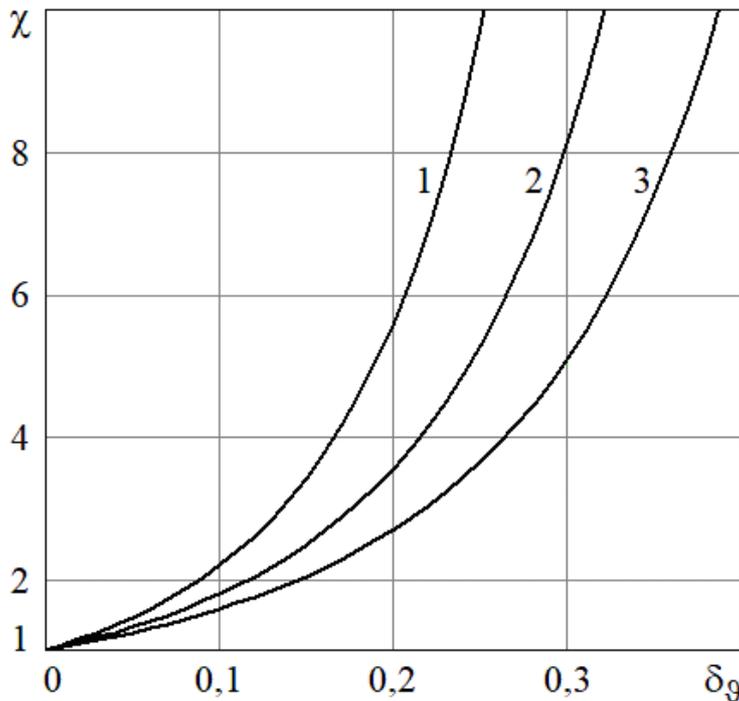


Рис. 1. Проигрыш в точности квазиравдоподобной оценки времени прихода радиоимпульса из-за расстройки по центральной частоте его случайной субструктуры.

Из рисунка следует, что с ростом расстройки δ_ϑ точность КПО (7) существенно ухудшается, причем с уменьшением параметра q_0 КПО (7) оказывается более критичной к выбору предполагаемого значения ϑ^* . Кроме того, при $|\delta_\vartheta| \geq 1$ ($|\vartheta^* - \vartheta_0| \geq \Omega_0$) квазиравдоподобный алгоритм оценивания (7) становится неработоспособным, поскольку решающая статистика $M(\lambda, \vartheta^*)$ (5) перестает зависеть от истинных значений параметров полезного сигнала (1).

3. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ

В случае, когда не удастся указать приемлемое приближенное значение ϑ^* величины ϑ_0 , повысить точность оценки времени прихода λ_0 импульса (1) можно путем максимизации решающей статистики (5) по всем входящим в нее переменным. Тогда ОМП $\hat{\lambda}_m$ и $\hat{\vartheta}_m$ времени прихода λ_0 и центральной частоты ϑ_0 импульсного сигнала (1) определяются как

$$\left(\hat{\lambda}_m, \hat{\vartheta}_m\right) = \underset{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2], \vartheta \in [\Theta_1, \Theta_2]}{\operatorname{arg\,sup}} L(\lambda, \vartheta) = \underset{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2], \vartheta \in [\Theta_1, \Theta_2]}{\operatorname{arg\,sup}} M(\lambda, \vartheta). \quad (16)$$

Определим характеристики ОМП (16). С этой целью, как и ранее, представим функционал $M(\lambda, \vartheta)$ (5) в виде суммы сигнальной $S(l, v) = \langle M(\lambda, \vartheta) \rangle$ и шумовой $N(l, v) = M(\lambda, \vartheta) - \langle M(\lambda, \vartheta) \rangle$ составляющих:

$$M(\lambda, \vartheta) = S(l, v) + N(l, v),$$

где $v = \vartheta/\Omega_0$ — нормированное текущее значение неизвестной центральной частоты спектральной плотности (2). Ограничиваясь в силу асимптотической (при $\mu \rightarrow \infty$) гауссовости функционала $M(\lambda, \vartheta)$ (5) рассмотрением его первых двух моментов, аналогично (10), (11) получаем

$$\begin{aligned} S_q(l) &= AC_1(v - v_0) C_2(l - l_0) + S_N, \\ \langle N(l_1, v_1) N(l_2, v_2) \rangle &= (\tau_0^2 E_N^2 / \mu) [C_3(v_1, v_2, v_0) R_1(l_1, l_2, l_0) + C_1(v_2 - v_1) R_2(l_1, l_2)]. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $v_0 = \vartheta_0/\Omega_0$,

$$C_3(v_1, v_2, v_0) = \max(0, 1 + \min(v_0, v_1, v_2) - \max(v_0, v_1, v_2)),$$

а $A, S_N, E_N, C_1(x), C_2(x), R_1(l_1, l_2, l_0), R_2(l_1, l_2)$ определяются так же, как в (10), (11).

Предположим, что ОСШ

$$z^2 = z_q^2|_{\delta_\vartheta=0} = \frac{[S(l_0, v_0) - S_N]^2}{\langle N^2(l_0, v_0) \rangle} = \frac{\mu q_0^2}{\int_{-1/2}^{1/2} f^4(\tilde{\gamma}\tilde{t}) d\tilde{t}} \left[\int_{-1/2}^{1/2} \frac{f^4(\tilde{\gamma}\tilde{t}) d\tilde{t}}{1 + q_0 f^2(\tilde{\gamma}\tilde{t})} \right]^2 \quad (18)$$

для максимально правдоподобного алгоритма (16) достаточно велико, так что нормированные ОМП

$$\hat{l}_m = \hat{\lambda}_m / \tau_0, \quad \hat{v}_m = \hat{\vartheta}_m / \Omega_0 \quad (19)$$

находятся в малой окрестности Λ'_δ точки (l_0, v_0) с вероятностью, стремящейся к 1. В пределах этой окрестности, когда $\Delta' = \max(|l - l_0|, |v - v_0|) \rightarrow 0$, моменты (17) функционала $M(\lambda, \vartheta)$ (5) допускают аппроксимации

$$\begin{aligned} S(l, v) + S(l_0, v_0) &= S(l, v_0) + S(l_0, v) + o(\Delta'), \\ \langle N(l_1, v_1) N(l_2, v_2) \rangle + \langle N(l_0, v_0) N(l_0, v_0) \rangle &= \\ = \langle N(l_1, v_0) N(l_2, v_0) \rangle + \langle N(l_0, v_1) N(l_0, v_2) \rangle + o(\Delta') &. \end{aligned} \quad (20)$$

Обозначим через Y_0 гауссовскую случайную величину с математическим ожиданием $S(l_0, v_0)$ и дисперсией $\langle N^2(l_0, v_0) \rangle$, статистически независимую со случайным полем $M(\lambda, \vartheta)$, а через $L_t(l)$ и $L_f(v)$ статистически независимые гауссовские случайные процессы с математическими ожиданиями

$$S_t(l) = AC_2(l - l_0) + S_N + o(\Delta'), \quad S_f(v) = AG_{41}(1/2)C_1(v - v_0) + S_N \quad (21)$$

и корреляционными функциями

$$\begin{aligned} \langle N(l_1, v_0)N(l_2, v_0) \rangle &= \sigma_N^2 [R_1(l_1, l_2, l_0) + R_2(l_1, l_2)] + o(\Delta), \\ \langle N(l_0, v_1)N(l_0, v_2) \rangle &= \sigma_N^2 [(G_{40}(1/2) - G_{42}(1/2))C_3(v_1, v_2, v_0) + G_{42}(1/2)C_1(v_2 - v_1)], \end{aligned} \quad (22)$$

соответственно. Тогда из (20)–(22) следует, что при $\Delta \rightarrow 0, \mu \rightarrow \infty$ моменты функционала $M(\lambda, \vartheta) + Y_0$ совпадают с соответствующими моментами гауссовского случайного поля $M'(l, v) = L_t(l) + L_f(v)$.

Согласно (20) сигнальная составляющая $S(l, v)$ функционала $M(\lambda, \vartheta)$ (5) достигает наибольшего максимума при $l = l_0, v = v_0$ а реализации шумовой составляющей $N(l, v)$ непрерывны с вероятностью 1. Тогда в случае $z \rightarrow \infty$ (18) имеют место сходимости $\hat{\lambda}_m \rightarrow \lambda_0, \hat{\vartheta}_m \rightarrow \vartheta_0$ в среднеквадратическом [1, 2]. Будем считать, что величина z^2 (18) настолько велика, что в окрестности Λ'_δ локализации нормированных ОМП (\hat{l}_m, \hat{v}_m) (19) справедливы аппроксимации (20)–(22), и моменты функционалов $M(\lambda, \vartheta) + Y_0$ и $M'(l, v)$ совпадают. Следовательно, характеристики оценок \hat{l}_m и \hat{v}_m (19) совпадают с характеристиками оценок

$$\begin{aligned} \hat{l}'_m &= \arg \sup_{l \in [\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2]} M'(l, \hat{v}'_m) = \arg \sup_{l \in [\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2]} L_t(l), \\ \hat{v}'_m &= \arg \sup_{v \in [\tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2]} M'(\hat{l}'_m, v) = \arg \sup_{v \in [\tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2]} L_f(v) \end{aligned} \quad (23)$$

соответственно. Здесь $\tilde{\Lambda}_i = \Lambda_i/\tau_0, \tilde{\Theta}_i = \Theta_i/\Omega_0, i = 1, 2$.

Нетрудно видеть, что при выполнении (20)–(22) моменты функционала $L_t(l)$ совпадают с моментами (14) функционала $M(\lambda, \vartheta_0)$ (11). Тогда характеристики оценки \hat{l}'_m (23) совпадают с характеристиками нормированной ОМП $l_m = \lambda_m/\tau_0$ (8), определяемыми формулами (15), в которых требуется положить $\delta_\vartheta = 0: b(\hat{l}_m|l_0) = b(l_q|l_0)|_{\delta_\vartheta=0}, V(\hat{l}_m|l_0) = V(l_q|l_0)|_{\delta_\vartheta=0}$. Таким образом, на рисунке нанесены также зависимости отношения $\chi = V(l_q|l_0)/V(\hat{l}_m|l_0)$ рассеяния КПО λ_q (7) к рассеянию ОМП $\hat{\lambda}_m$ (16). Из рисунка следует, что выигрыш в точности ОМП $\hat{\lambda}_m$ (16) по сравнению с КПО λ_q (7) может достигать значительных величин. Однако, при переходе от квазиправдоподобного к максимально правдоподобному алгоритму оценивания импульсного сигнала (1) с неизвестной центральной частотой аппаратурная реализация соответствующего измерителя усложняется.

Характеристики оценки \hat{v}'_m могут быть записаны на основе общих формул, приведенных в [22]. Тогда для условных смещения $b(\hat{v}_m|v_0) = \langle \hat{v}_m - v_0 \rangle$ и рассеяния $V(\hat{v}_m|v_0) = \langle (\hat{v}_m - v_0)^2 \rangle$ ОМП \hat{v}_m (19) можем записать

$$b(\hat{v}_m|v_0) = 0, \quad V(\hat{v}_m|v_0) = 13 [G_{40}(1/2) + G_{42}(1/2)]^2 / 8\mu^2 q_0^4 G_{41}^4(1/2)u \quad (24)$$

Если $f(t) \equiv 1$, то выражения (24) переходят в известные выражения для условных смещения и рассеяния ОМП центральной частоты радиоимпульса (1) с неизвестным временем прихода и огибающей прямоугольной формы [12].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При наличии аддитивных и мультипликативных быстрофлуктуирующих гауссовских искажений качество алгоритма оценивания времени прихода импульсного сигнала, рассчитанного на некоторое фиксированное прогнозируемое значение центральной частоты случайной субструктуры импульса, существенно зависит от наличия априорных данных. При отсутствии априорной информации о центральной частоте его случайной субструктуры точностные характеристики алгоритма оценивания могут существенно ухудшаться. Более того, если ожидаемое значение центральной частоты импульса отличается от своего истинного значения более чем на ширину полосы частот его спектра, то указанный алгоритм становится неработоспособным.

Повысить в этих условиях эффективность приема импульса со случайной субструктурой и неизвестным временем прихода и центральной частотой позволяет применение более сложного совместного алгоритма оценивания всех неизвестных параметров. Выигрыш в эффективности такого алгоритма увеличивается с ростом неопределенности неизвестной центральной частоты случайной субструктуры импульса и может достигать значительных величин при достаточно больших априорных интервалах ее возможных значений и отсутствии дополнительной априорной информации. Однако при этом усложняется техническая реализация измерителя. Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между предложенными и другими алгоритмами оценки времени прихода импульсного радиосигнала с огибающей произвольной формы, искаженного аддитивными и мультипликативными быстрофлуктуирующими помехами, в зависимости от требований, предъявляемых к алгоритму оценивания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куликов, Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифионов. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.
2. Трифионов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифионов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986.
3. Kay, S. Fundamentals of statistical signal processing. V. I : Estimation theory / S. Kay. — London : Pearson, 1993.
4. Van Trees, H.L. Detection, estimation, and modulation theory. Part I : Detection, estimation, and filtering theory / H. L. van Trees, K. L. Bell, Z. Tian. — Hoboken : Wiley, 2013.
5. Кремер, И. Я. Модулирующие помехи и прием радиосигналов / И. Я. Кремер, В. И. Владимиров, В. И. Карпухин. — М. : Сов. радио, 1972.
6. Васильев, К. К. Прием сигналов при мультипликативных помехах / К. К. Васильев. — Саратов : Изд. СГУ, 1983.
7. Трифионов, А. П. Прием сигнала с неизвестной временной задержкой при наличии модулирующей помехи / А. П. Трифионов, А. В. Захаров // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. — 1986. — Т. 29, № 4. — С. 36–41.
8. Трифионов, А. П. Оценка задержки сигнала при неизвестных параметрах модулирующей помехи / А. П. Трифионов, А. В. Захаров // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. — 1988. — Т. 31, № 1. — С. 24–28.
9. Трифионов, А. П. Оценка дисперсии случайного импульса с неизвестным временем прихода / А. П. Трифионов, А. В. Захаров, О. В. Чернояров // Радиотехника и электроника. — 1996. — Т. 41, № 10. — С. 1207–1210.
10. Трифионов, А. П. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами / А. П. Трифионов, Е. П. Нечаев, В. И. Парфенов. — Воронеж : ВГУ, 1991.
11. Трифионов, А. П. Пороговые характеристики квазиправдоподобной оценки времени

прихода случайного радиоимпульса / А. П. Трифонов, А. В. Захаров, О. В. Черноярков // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. — 1998. — Т. 41, № 10. — С. 18–28.

12. Chernoyarov, O. V. Estimate of the time of arrival and the dispersion of the random pulse with unknown band center / A. V. Salnikova, B. I. Shakhtarin // Wulfenia. — 2015. — V. 22, № 10. — P. 71–80.

13. Application of the local Markov approximation method for the analysis of information processes processing algorithms with unknown discontinuous parameters under violation of the consistency property of their estimates / O. V. Chernoyarov et. al. // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, № 126. — P. 6267–6294.

14. Трифонов, А. П. Совместная оценка задержки и длительности сигнала при наличии модулирующей помехи / А. П. Трифонов, В. К. Бутейко, А. В. Захаров // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. — 1990. — Т. 33, № 4. — С. 89–91.

15. Трифонов, А. П. Теоретическое и экспериментальное исследование оценок параметров случайного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, А. В. Захаров // Радиотехника и электроника. — 1996. — Т. 41, № 8. — С. 972–978.

16. Трифонов, А. П. Прием стохастического сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, А. В. Захаров // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. — 2008. — Т. 51, № 8. — С. 717–729.

17. Трифонов, А. П. Теоретическое и экспериментальное исследование приемника максимального правдоподобия случайного импульса с неизвестным временем прихода / А. П. Трифонов, В. И. Парфенов // Радиотехника и электроника. — 1998. — Т. 43, № 7. — С. 828–834.

18. Statistical analysis of fast fluctuating random signals with arbitrary-function envelope and unknown parameters / O. V. Chernoyarov, M. Vaculik, A. Shirikyan, A. V. Salnikova // Communications — Scientific Letters of the University of Zilina. — 2015. — V. 17, № 1A. — P. 35–43.

19. Quasi-optimal reception of a random pulse with arbitrary-function envelope and unknown time and power parameters / O. V. Chernoyarov, B. Dobrucky, D. N. Shepelev, B. I. Shakhtarin // Applied Mathematical Sciences. — 2016. — V. 10, № 53. — P. 2611–2626.

20. Kailath, T. Some integral equations with nonrational kernels / T. Kailath // IEEE Transactions on Information Theory. — 1966. — V. 12, № 4. — P. 442–447.

21. Трифонов, А. П. Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, М. Б. Беспалова // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 4. — С. 54–65.

22. Application of the local Markov approximation method for the analysis of information processes processing algorithms with unknown discontinuous parameters / O. V. Chernoyarov et. al. // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, № 90. — P. 4469–4496.

REFERENCES

1. Kulikov E.I., Trifonov A.P. Estimation of signal parameters against the background of interferences. [Kulikov E.I., Trifonov A.P. Otsenka parametrov signalov na fone pomekh]. Moscow, 1978, 296 p.

2. Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. Joint discrimination of signals and estimation of their parameters against background. [Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. Sovmestnoe razlichenie signalov i otsenka ikh parametrov na fone pomekh]. Moscow, 1986.

3. Kay S. Fundamentals of statistical signal processing. Volume I: Estimation theory. London: Pearson, 1993.

4. Van Trees H.L., Bell K.L., Tian Z. Detection, estimation, and modulation theory. Part I: Detection, estimation, and filtering theory. Hoboken: Wiley, 2013.

5. Kremer I.Ya., Vladimirov V.I., Karpukhin V.I. Modulating interferences and radio signal reception. [Kremer I.Ya., Vladimirov V.I., Karpukhin V.I. Moduliruyushchie pomekhi i priem radiosignalov]. Moscow, 1972.
6. Vasil'ev K.K. Signal reception under multiplicative interferences. [Vasil'ev K.K. Priem signalov pri mul'tiplikativnykh pomekhakh]. Saratov, 1983.
7. Trifonov A.P., Zakharov A.V. Reception of signals with unknown delay in the presence of modulating noise. [Trifonov A.P., Zakharov A.V. Priem signala s neizvestnoi vremennoi zaderzhkoi pri nalichii moduliruyushei pomekhi]. *Izvestiya Vysshykh Uchebnykh Zavedenii. Radioelektronika – Radioelectronics and Communications Systems*, 1986, vol. 29, no. 4, pp. 36–41.
8. Trifonov A.P., Zakharov A.V. Estimation of signal delay when the parameters of the modulating interference are unknown. [Trifonov A.P., Zakharov A.V. Otsenka zaderzhki signala pri neizvestnykh parametrakh moduliruyushei pomekhi]. *Izvestiya Vysshykh Uchebnykh Zavedenii. Radioelektronika – Radioelectronics and Communications Systems*, 1988, vol. 31, no. 1, pp. 24–28.
9. Trifonov A.P., Zakharov A.V., Chernoyarov O.V. Estimation of the variance of a random pulse with an unknown arrival time. [Trifonov A.P., Zakharov A.V., Chernoyarov O.V. Otsenka dispersii sluchainogo impul'sa s neizvestnym vremenem prikhoda]. *Radiotekhnika i Elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 1996, vol. 41, no. 10, pp. 1207–1210.
10. Trifonov A.P., Nechaev E.P., Parfenov V.I. Detection of stochastic signals with unknown parameters. [Trifonov A.P., Nechaev E.P., Parfenov V.I. Obnaruzhenie stokhasticheskikh signalov s neizvestnymi parametrami]. Voronezh, 1991.
11. Trifonov A.P., Zakharov A.V., Chernoyarov O.V. Threshold characteristics of the quasitrue assessment of the arrival time for a random radio pulse. [Trifonov A.P., Zakharov A.V., Chernoyarov O.V. Porogovye kharakteristiki kvazipravdopodobnoi otsenki vremeni prikhoda sluchainogo radioimpul'sa]. *Izvestiya Vysshykh Uchebnykh Zavedenii. Radioelektronika – Radioelectronics and Communications Systems*, 1988, vol. 41, no. 10, pp. 18–28.
12. Chernoyarov O.V., Salnikova A.V., Shakhtarin B.I. Estimate of the time of arrival and the dispersion of the random pulse with unknown band center. *Wulfenia*, 2015, vol. 22, no. 10, pp. 71–80.
13. Chernoyarov O.V., Sai Si Thu Min, Guseva Y.A., Shakhtarin B.I., Artemenko A.A. Application of the local Markov approximation method for the analysis of information processes processing algorithms with unknown discontinuous parameters under violation of the consistency property of their estimates. *Applied Mathematical Sciences*, 2014, vol. 8, no. 126, pp. 6267–6294.
14. Trifonov A.P., Buteiko V.K., Zakharov A.V. Joint signal delay and length estimation in the presence of modulating interference. [Trifonov A.P., Buteiko V.K., Zakharov A.V. Sovmestnaya otsenka zaderzhki i dritel'nosti signala pri nalichii moduliruyushei pomekhi]. *Izvestiya Vysshykh Uchebnykh Zavedenii. Radioelektronika – Radioelectronics and Communications Systems*, 1990, vol. 33, no. 4, pp. 89–91.
15. Trifonov A.P., Zakharov A.V. A theoretical and numerical study of the estimators for the parameters of a random signal with unknown moments of appearance and disappearance. [Trifonov A.P., Zakharov A.V. Teoreticheskoe i eksperimental'noe issledovanie otsenok parametrov sluchainogo signala s neizvestnymi momentami poyavleniya i ischeznoveniya]. *Radiotekhnika i Elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 1996, vol. 41, no. 8, pp. 972–978.
16. Trifonov A.P., Zakharov A.V. Reception of a stochastic signal with unknown appearance and disappearance times. [Trifonov A.P., Zakharov A.V. Priem stokhasticheskogo signala s neizvestnymi momentami poyavleniya i ischeznoveniya]. *Izvestiya vysshiykh uchebnykh zavedenij. Radiofizika – Radiophysics and Quantum Electronics*, 2008, vol. 51, no. 8, pp. 717–729.
17. Trifonov A.P., Parfenov V.I. Theoretical and experimental investigations of a maximum-

likelihood receiver of a random pulse with an unknown arrival time. [Trifonov A.P., Parfenov V.I. Teoreticheskoe i eksperimental'noe issledovanie priemnika maksimal'nogo pravdopodobiya sluchainogo impul'sa s neizvestnym vremenem prikhoda]. *Radiotekhnika i Elektronika — Journal of Communications Technology and Electronics*, 1998, vol. 43, no. 7, pp. 828–834.

18. Chernoyarov O.V., Vaculik M., Shirikyan A., Salnikova A.V. Statistical analysis of fast fluctuating random signals with arbitrary-function envelope and unknown parameters. *Communications — Scientific Letters of the University of Zilina*, 2015, vol. 17, no. 1A, pp. 35–43.

19. Chernoyarov O.V., Dobrucky B., Shepelev D.N., Shakhtarin B.I. Quasi-optimal reception of a random pulse with arbitrary-function envelope and unknown time and power parameters. *Applied Mathematical Sciences*, 2016, vol. 10, no. 53, pp. 2611–2626.

20. Kailath T. Some integral equations with nonrational kernals. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1966, vol. 12, no. 4, pp. 442–447.

21. Trifonov A.P., Korchagin Y.E., Bepalova M.B. Statistical properties of height and provisions of absolute maximum Markov processes Bachelier type. [Trifonov A.P., Korchagin Y.E., Bepalova M.B. Statisticheskie svoystva vysoty i polozheniya absolyutnogo maksimuma markovskogo sluchainogo protsessa tipa Bachel'e]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 4, pp. 54–65.

22. Chernoyarov O.V., Sai Si Thu Min, Salnikova A.V., Shakhtarin B.I., Artemenko A.A. Application of the local Markov approximation method for the analysis of information processes processing algorithms with unknown discontinuous parameters. *Applied Mathematical Sciences*, 2014, vol. 8, no. 90, pp. 4469–4496.

Голиков Алексей Анатольевич, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры радиотехнических систем и комплексов охранного мониторинга Воронежского института МВД России, Воронеж, Российская Федерация
E-mail: galexey@yandex.ru
Тел.: +7(473)200-52-02

Golikov Alexey Anatolievich, Candidate of technical sciences, Senior Teacher at the Department of Radio Engineering Systems and Security Monitoring Complexes of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation, Voronezh, Russian Federation
E-mail: galexey@yandex.ru
Tel.: +7(473)200-52-02

Макаров Александр Андреевич, аспирант кафедры электроники и наноэлектроники Национального исследовательского университета “МЭИ”, Москва, Российская Федерация
E-mail: al.an.makarov@gmail.com
Тел.: +7(495)362-71-68

Makarov Alexander Andreevich, postgraduate student of the Department of Electronics and Nanoelectronics of the National Research University “MPEI”, Moscow, Russian Federation
E-mail: al.an.makarov@gmail.com
Tel.: +7(495)362-71-68

Сальникова Александра Валериевна, научный сотрудник Международной лаборатории статистики случайных процессов и количественного финансового анализа Национального исследовательского Томского государственного университета
E-mail: amicus.lat@yandex.ru
Тел.: +7(3822)52-97-05

Salnikova Alexandra Valerievna, research worker of the International Laboratory of Statistics of Stochastic Processes and Quantitative Finance of the National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation
E-mail: amicus.lat@yandex.ru
Tel.: +7(3822)52-97-05

Шепелев Дмитрий Николаевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры электроники и нанoeлектроники Национального исследовательского университета “МЭИ”, Москва, Российская Федерация

E-mail: dmitry@edc.su

Тел.: +7(495)362-71-68

Shepelev Dmitry Nikolaevich, Candidate of technical sciences, Senior Scientist at the Department of Electronics and Nanoelectronics of the National Research University “MPEI”, Moscow, Russian Federation

E-mail: dmitry@edc.su

Tel.: +7(495)362-71-68