

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ ДЛЯ ИДЕАЛЬНЫХ И УПРУГИХ ТЕЛ НЕКАНОНИЧЕСКИХ ФОРМ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ ГРИНА

С. Л. Ильменков¹, Д. Ю. Просовецкий², С. А. Ткаченко², П. В. Рыбьянец²

¹ — Санкт-Петербургский государственный морской технический университет;

² — Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 10.04.2019 г.

Аннотация. Рассматривается дальнейшее развитие приближенного подхода к решению граничных задач для идеальных и упругих тел неканонических форм с использованием функций Грина. Поверхность рассеивателя образована фрагментами поверхностей канонических форм (сфера, бесконечный цилиндр, вытянутый сфероид), различным образом состыкованными между собой. Выражения для функций Грина и их производных по нормали представляются в виде разложений по собственным функциям соответствующих систем координат. Для упругих тел неканонических форм амплитудно-фазовое распределение потенциала и его нормальной производной на поверхности получается из строгих решений трехмерных (с использованием потенциалов Дебая) и осесимметричных задач дифракции на соответствующих канонических поверхностях.

Ключевые слова: рассеиватель неканонической формы, интегралы Гюйгенса, функции Грина, граничные условия, амплитудная и фазовая погрешности, угловые характеристики рассеяния.

SOLUTION OF DIFFRACTION TASKS FOR IDEAL AND ELASTIC BODIES OF NON-CANONICAL FORMS BY USING GREEN FUNCTIONS

S. L. Ilmenkov, D. Yu. Prosovetskii, S. A. Tkachenko, P. V. Rybyanets

Abstract. Further development of an approximate approach to solving boundary value problems for ideal and elastic bodies of non-canonical forms using Green's functions is considered. The surface of the diffuser is formed by fragments of surfaces of canonical forms (sphere, infinite cylinder, elongated spheroid), which are joined together in different ways. Expressions for Green's functions and their normal derivatives as expansions by Eigen functions of the corresponding coordinate systems they represented. For elastic bodies of non-canonical forms, the amplitude-phase distribution of the potential and its normal derivative on the surface we obtained from rigorous solutions of three-dimensional (using Debye potentials) and axisymmetric diffraction problems on the corresponding canonical surfaces.

Keywords: scatterer of non-canonical form, Huygens integrals, Green's functions, boundary conditions, amplitude and phase errors, angular scattering characteristics.

ВВЕДЕНИЕ

Метод решения задач дифракции звука, основанный на использовании функций Грина [1–3, 19], первоначально был разработан применительно к телам со смешанными граничными условиями. В качестве таких тел исследовались сфероид [1] и сфера [3], одна половина

которых являлась звукомягкой, другая – звукожесткой. Такой подход является приближенным, однако, как показано в [11], в точках контура границы двух полутел граничное условие выполняется строго и решение здесь является точным.

В данной статье рассматривается вариант дальнейшего развития такого подхода при решении граничных задач для идеальных и упругих тел неканонических форм, находящихся в жидкой среде. Поверхность таких тел не может быть отнесена к разряду координатных систем с разделяющимися переменными в скалярном уравнении Гельмгольца и образуется фрагментами поверхностей канонических форм (сфера, бесконечный цилиндр, вытянутый сфероид), различным образом состыкованными между собой.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ДЛЯ ИДЕАЛЬНЫХ ТЕЛ НЕКАНОНИЧЕСКИХ ФОРМ

Основным исходным соотношением для нахождения звуковых полей рассматриваемых объектов является математическая формулировка принципа Гельмгольца-Гюйгенса (интеграла Кирхгофа), которая определяет поле в пространстве по значениям звукового давления и его нормальной производной на гладкой выпуклой поверхности, окружающей данное тело [4–6, 7–9, 10–12 и др.]:

$$p(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[p(\mathbf{r}_0) \frac{\partial}{\partial n} G(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0) - \frac{\partial}{\partial n} p(\mathbf{r}_0) G(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0) \right] dS, \quad (1)$$

где $p(\mathbf{r}_1)$ – звуковое давление в дальнем поле объекта (зоне Фраунгофера); \mathbf{r}_1 – радиус-вектор точки P дальнего поля; S – замкнутая поверхность, окружающая объект с непрерывной внешней нормалью \mathbf{n} ; \mathbf{r}_0 – радиус-вектор точки Q на поверхности S ; $p(\mathbf{r}_0)$ и $\frac{\partial}{\partial n} p(\mathbf{r}_0)$ – амплитудно-фазовые распределения звукового давления и его градиента на поверхности S ; $G(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0) = e^{ikR}/R$, – функция Грина, удовлетворяющая неоднородному уравнению Гельмгольца; $R = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0|$; $k = \omega/c$; $\omega = 2\pi f$; f – частота в Гц, c – скорость звука в жидкой среде, м/с.

Следует отметить, что использование соотношения (1) не требует обязательного нахождения поверхности S в ближнем поле объекта, однако, при проведении численных расчетов и практических измерений для объектов больших размеров, оказывается целесообразной именно такая постановка задачи.

В соответствии с [1–3] потенциал звуковой волны, рассеянной таким комбинированным телом, представляется в виде суммы одночленных интегралов Гюйгенса (2), (3) для отдельных фрагментов поверхности. При этом интеграл (2) содержит функцию Грина $G^{(1)}$, обращающуюся в ноль на поверхности интегрирования, а интеграл (3) – функцию Грина, имеющую нулевую производную по нормали к этой поверхности:

$$p(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{4\pi} \int_S p(\mathbf{r}_0) \frac{\partial}{\partial n} G^{(1)}(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0) dS, \quad (2)$$

$$p(\mathbf{r}_1) = -\frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\partial}{\partial n} p(\mathbf{r}_0) G^{(2)}(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0) dS. \quad (3)$$

Для более детальной оценки возможностей применения данного подхода проведем расчетный анализ амплитудной и фазовой погрешностей при расчетах дальнего поля для различных вариантов: геометрической формы, волнового размера объекта, типа однородного граничного условия на поверхности S , а также положения точки наблюдения.

Рассмотрим следующие варианты форм поверхности S : 1) боковой поверхности цилиндра длиной L , ограниченного по торцам полусферами радиуса a ($L/a = 20$); 2) того же цилиндра,

ограниченного по торцам полусферой радиуса a и вытянутым полусфероидом с половиной межфокусного расстояния h_0 ($h_0 = L$), $\xi = 1,005$ (что соответствует отношению полуосей 1 : 10); 3) того же цилиндра, ограниченного по торцам аналогичными полусфероидами; 4) полусферы радиуса a , состыкованной с вытянутым полусфероидом (рис. 1).

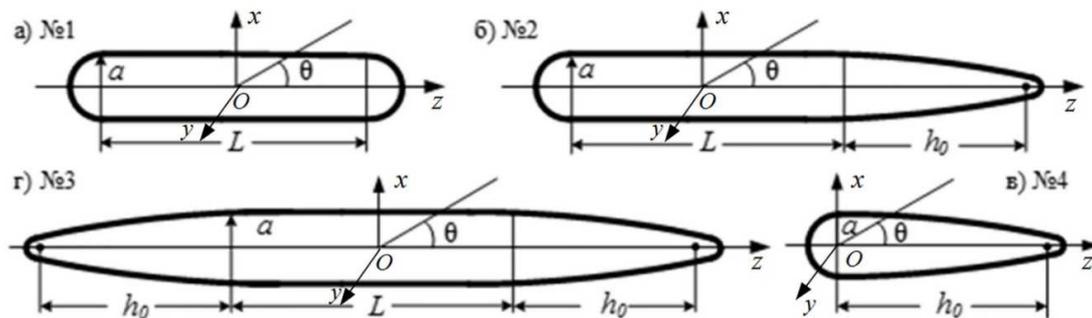


Рис. 1. Варианты форм поверхностей неканонической формы.

Введем системы координат, связанные с соответствующими фрагментами поверхностей канонических форм: цилиндрических r', z', φ' , сферических r', θ', φ' , вытянутых сфероидальных, ξ', η', φ' , а также системы сферических R, θ, φ и круговых цилиндрических координат r, z, φ , связанные с центром O (см. рис. 1).

В принятых системах координат выражения для функций Грина и их производных по нормали могут быть записаны в виде [13–15]:

1) для цилиндра:

$$G_{\text{ц}}, \frac{\partial G_{\text{ц}}^{(1)}}{\partial r'_{\text{ц}}}(r, z, \varphi, r', z, \varphi') = \frac{e^{ik(R-z'\cos\theta)}}{R} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{in(\varphi-\varphi'-\pi/2)} \left[J_n(kr' \sin\theta) - \frac{\Omega J_n(kr_0 \sin\theta)}{\Omega H_n^{(1)}(kr_0 \sin\theta)} H_n^{(1)}(kr' \sin\theta) \right], \quad (4)$$

2) для сферы:

$$G_{\text{сф}}, \frac{\partial G_{\text{сф}}}{\partial r'_{\text{сф}}}(r; \theta; \varphi; r'; \theta'; \varphi') = ik \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \sum_{m=-n}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} e^{im(\varphi-\varphi')} P_n^m(\cos\theta') \times \\ \times P_n^m(\cos\theta) \left[j_n(kr') - \frac{\Omega j_n(kr_0)}{\Omega h_n^{(1)}(kr_0)} h_n^{(1)}(kr') \right] h_n^{(1)}(kR), \quad (5)$$

3) для сфероида:

$$G_{\text{сфрд}}^{(2)}, \frac{\partial G_{\text{сфрд}}^{(1)}}{\partial \xi'}(\xi, \eta, \varphi, \xi', \eta', \varphi') = 2ik \sum_{m=0}^{m=\infty} \sum_{n \geq m}^{n=\infty} \frac{2 - \delta_{0m}}{N_{mn}(C)} \times S_{mn}(C, \eta) S_{mn}(C, \eta') \times \\ \times \cos[m(\varphi - \varphi')] \left[R_{mn}^{(1)}(C, \xi') R_{mn}^{(3)}(C, \xi) - \frac{\Omega R_{mn}^{(1)}(C, \xi')}{\Omega R_{mn}^{(3)}(C, \xi)} R_{mn}^{(3)}(C, \xi') R_{mn}^{(3)}(C, \xi) \right], \quad (6)$$

где $J_n, j_n, H_n^{(1)}, h_n^{(1)}$ — функции Бесселя и Ханкеля 1-го рода соответственно; P_n^m — присоединенные полиномы Лежандра; $r_0 = a$; $S_{mn}(C, \eta)$ — вытянутые угловые сфероидальные функции; $R_{mn}^{(1)}(C, \xi), R_{mn}^{(3)}(C, \xi)$ — вытянутые радиальные сфероидальные функции 1-го и 3-го родов соответственно; $C = kh_0$ — волновой размер сфероида; $N_{mn}(C) = \int_{-1}^1 [S_{mn}(C, \eta)]^2 d\eta -$

норма для вытянутых угловых сфероидальных функций; δ_{om} — символ Кронекера ($\delta_{oo} = 1$, $\delta_{om} = 0$ при $m \geq 1$); символом Ω обозначено:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \text{для } G_{\text{ц, сф}}^{(2)} \\ \left. \frac{\partial}{\partial r'_{\text{ц, сф}}} \right|_{r'_{\text{ц, сф}} = r_0}, & \text{для } \frac{\partial G_{\text{ц, сф}}^{(1)}}{\partial r'_{\text{ц, сф}}} \end{array} \right\}, \Omega = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \text{для } G_{\text{сфрд}}^{(2)} \\ \left. \frac{\partial}{\partial \xi'_{\text{сфрд}}} \right|_{\xi'_{\text{сфрд}} = \xi_0}, & \text{для } \frac{\partial G_{\text{сфрд}}^{(1)}}{\partial \xi'_{\text{сфрд}}} \end{array} \right\},$$

По существующим оценкам [10–12, 16] для получения неискаженных результатов в дальнейшем поле шаг дискретизации поверхности S в направлении любой из координат должен составлять: $h_d \leq \lambda/2$ (λ — длина звуковой волны в жидкости). Кроме того, опыт численных экспериментов [18, 19] показывает, что при значениях $h_d \sim \lambda/4$ величина погрешности расчетов составляет $\sim 3\%$, а для ее снижения до уровня $\sim 1\%$ требуется уменьшение h_d в среднем до $\sim \lambda/10$. Очевидно, что эти значения должны корректироваться в зависимости от волнового размера и конфигурации поверхности, поэтому в данной работе для более детальной оценки характера погрешности в каждом конкретном случае был проведен численный анализ.

Специально разработанная программа [7–9] позволяла в зависимости от степени осцилляции подынтегрального выражения выбирать значение h_d автоматически (например, при сгущении точек вблизи углов, моделируемых закруглениями малого радиуса и т. п.) и получать значения интегралов (2), (3) с заданной точностью. Значения амплитудной погрешности метода Δ , дБ определялись на основе соотношения:

$$\Delta = 20 \lg \frac{|p(\mathbf{r}_1)|}{|p_0|}, \text{ дБ} \quad (7)$$

где $p(\mathbf{r}_1)$ получено на основе (2), (3), (4)–(6) по амплитудно-фазовому распределению звукового давления и его градиента на поверхности S от источников, расположенных внутри нее; p_0 — звуковое давление, создаваемое источниками при отсутствии S .

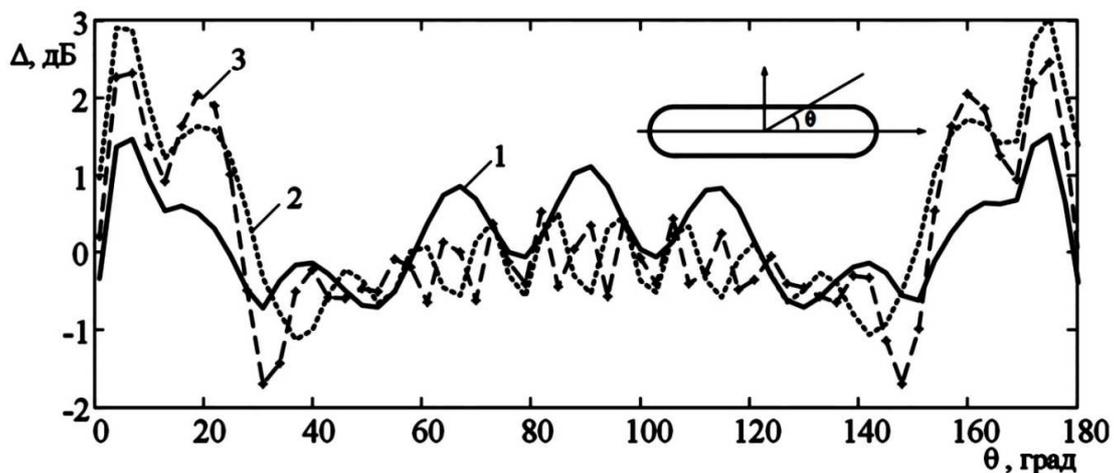


Рис. 2. Амплитудная погрешность метода функций Грина Δ , дБ для акустически “мягкой” поверхности (вариант № 1): 1) $ka = 1,0$; 2) $ka = 2,0$; 3) $ka = 3,0$.

Результаты расчета Δ для варианта № 1 (см. рис. 1) показаны на рис. 2 (однородное условие Неймана) и рис. 3 (однородное условие Дирихле). Расчетный анализ показал также, что уменьшение волновой длины цилиндра kL в среднем в $2 \div 3$ раза (по сравнению с рассмотренной выше) практически не влияет на амплитудную погрешность Δ в диапазоне углов $\theta \sim 60^\circ \dots \sim 120^\circ$, но приводит к ее возрастанию в остальных случаях на $\sim 3 \div 3$ дБ).

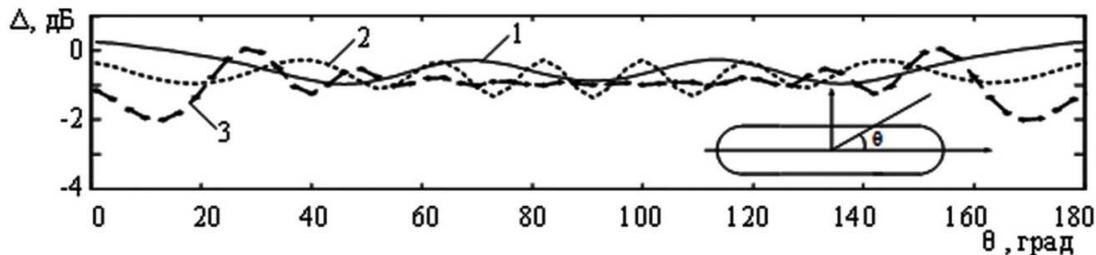


Рис. 3. То же для акустически “жесткой” поверхности.

Значения фазовой погрешности $\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_0$, град. (φ_p ; φ_0 — фазы звуковых давлений $p(\mathbf{r}_1)$ и p_0 соответственно) в рассматриваемых диапазонах ka и θ составляют в среднем $3^\circ \div 15^\circ$.

Для варианта № 2 с учетом поправки на несимметричность поверхности относительно плоскости xoy результаты анализа оказались достаточно схожими с приведенными выше. Величины погрешностей для варианта № 3 при однородном условии Неймана на $\sim 0,5 \div 1,0$ дБ ниже значений, полученных для варианта № 1. Для однородного условия Дирихле результат по данному варианту оказывается также более точным, чем в предыдущих случаях: при $\theta = 0^\circ \dots 30^\circ$ и $150^\circ \dots 180^\circ$ $|\Delta| \leq 1$ дБ, а в остальных направлениях $|\Delta| \rightarrow 0$. Для варианта № 4 при всех углах наблюдения (кроме траверзного) погрешность метода в среднем составляет $\sim 2 \div 3$ дБ. Кроме того, для всех рассмотренных вариантов при $\theta = 90^\circ \pm \sim 15^\circ$ получены результаты, близкие к приведенным в [1–3, 19] для точек контура границы двух полутел, а именно: $\Delta \sim 0 \div 1$ дБ.

Перейдем к решению модельных задач дифракции звука на телах неканонической формы. Для определения значений рассеянного звукового давления $p_s(\mathbf{r}_0)$ и его градиента $\partial p_s(\mathbf{r}_0)/\partial n$ на поверхности рассеивателя используем следующие соотношения:

для однородного условия Дирихле:

$$p_s(\mathbf{r}_0) = -p_i(\mathbf{r}_0); \quad (8)$$

для однородного условия Неймана:

$$\partial p_s(\mathbf{r}_0)/\partial n = -\partial p_i(\mathbf{r}_0)/\partial n, \quad (9)$$

где $p_s(\mathbf{r}_0)$ и $p_i(\mathbf{r}_0)$ — звуковые давления в рассеянной и падающей волнах соответственно, связанные с потенциалами плоской монохроматической волны единичной амплитуды Φ_S , Φ_i известным соотношением:

$$p_{i,S}(\mathbf{r}_0) = -i\omega\rho\Phi_{i,S}, \quad (10)$$

где ρ — плотность невозмущенной среды.

Все потенциалы представим в виде разложений в ряды по собственным функциям в соответствующих системах координат [6, 19]:

1) для сферических частей поверхности:

$$\Phi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_n i^{-n} (2m+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \cos m\varphi P_n^m(\cos\theta) j_n(kr); \quad (11)$$

$$\Phi_S(r, \theta) = - \sum_{m=0}^{\infty} i^{-m} (2m+1) P_m(\cos\theta) h_m^{(1)}(kr) \frac{\Omega j_m(kr')}{\Omega h_m^{(1)}(kr')}; \quad (12)$$

где $\varepsilon_n = 1$ ($n = 0$); $\varepsilon_n = 2$ ($n \neq 0$); $\Omega = 1$ — для абсолютно мягкой и $\Omega = \partial/\partial r|_{r=r'}$ — для абсолютно жесткой сфер.

2) для цилиндрического элемента рассеивателя:

$$\Phi_i(r, \theta, \varphi) = - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-i)^m J_m^{(1)}(kr \cdot \sin \theta) \cos m\varphi; \quad (13)$$

$$\Phi_S(r, \theta, \varphi) = - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^{-m} H_m^{(1)}(kr \cdot \sin \theta) \cos \varphi \frac{\Omega J_m(kr' \cdot \sin \theta)}{\Omega H_m^{(1)}(kr' \cdot \sin \theta)}; \quad (14)$$

3) для идеального вытянутого сфероида с использованием асимптотики для радиальной сфероидальной функции 3-го рода при $\xi \rightarrow \infty$:

$$R_{m,n}^{(3)}(C, \xi)|_{\xi \rightarrow \infty} \rightarrow (C, \xi)^{-1} \exp[iC\xi + i(n+1)\pi/2]; \quad (15)$$

получим:

$$\begin{aligned} \Phi_i(\xi, \eta, \varphi) = \exp(-ikr \cos \theta) = 2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n \geq m}^{\infty} i^{-n} \varepsilon_m \bar{S}_{m,n}(C, \cos \theta') \times \\ \times \bar{S}_{m,n}(C, \eta) R_{m,n}^{(1)}(C, \xi) \cos m(\varphi - \varphi'), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Phi_S(\xi, \eta, \varphi) = -2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n \geq m}^{\infty} \frac{\varepsilon_m i^{-n}}{N_{mn}(C)} S_{mn}(C, \eta) S_{mn}(C, \eta') R_{mn}^{(3)}(C, \xi) \times \\ \times \cos[m(\varphi - \varphi')] \cdot \left[\frac{\Omega R_{mn}^{(1)}(C, \xi')}{\Omega R_{mn}^{(3)}(C, \xi')} \right], \end{aligned} \quad (17)$$

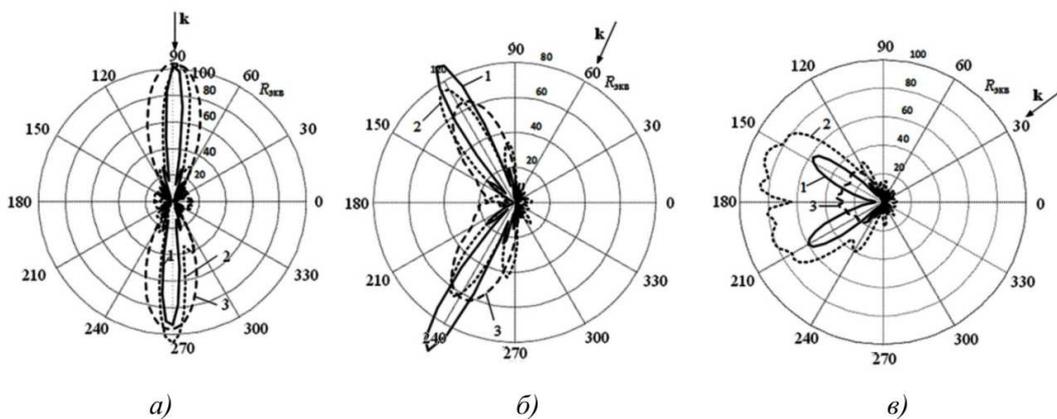


Рис. 4. Модули угловых характеристик жестких рассеивателей неканонической формы $R_{\text{экв}}$ при $ka = 1,0$ для вариантов: 1) – № 1; 2) – № 2; 3) – № 3; а) – $\theta = 90^\circ$; б) – $\theta = 60^\circ$; в) – $\theta = 30^\circ$.

На основании приведенных соотношений и алгоритма, изложенного выше, были выполнены расчеты зависимостей $R_{\text{экв}} = 2 |D(\theta; \varphi)|$ (где $D(\theta; \varphi)$ – угловая характеристика рассеяния) для абсолютно жестких и абсолютно мягких объектов неканонической формы. На рис. 4 для примера показаны угловые характеристики жестких рассеивателей в плоскости xoz при $ka = 1,0$ для вариантов: № 1 (кривая 1), № 2 (кривая 2) и № 3 (кривая 3) и углов облучения $\theta = 90^\circ, 60^\circ$ и 30° .

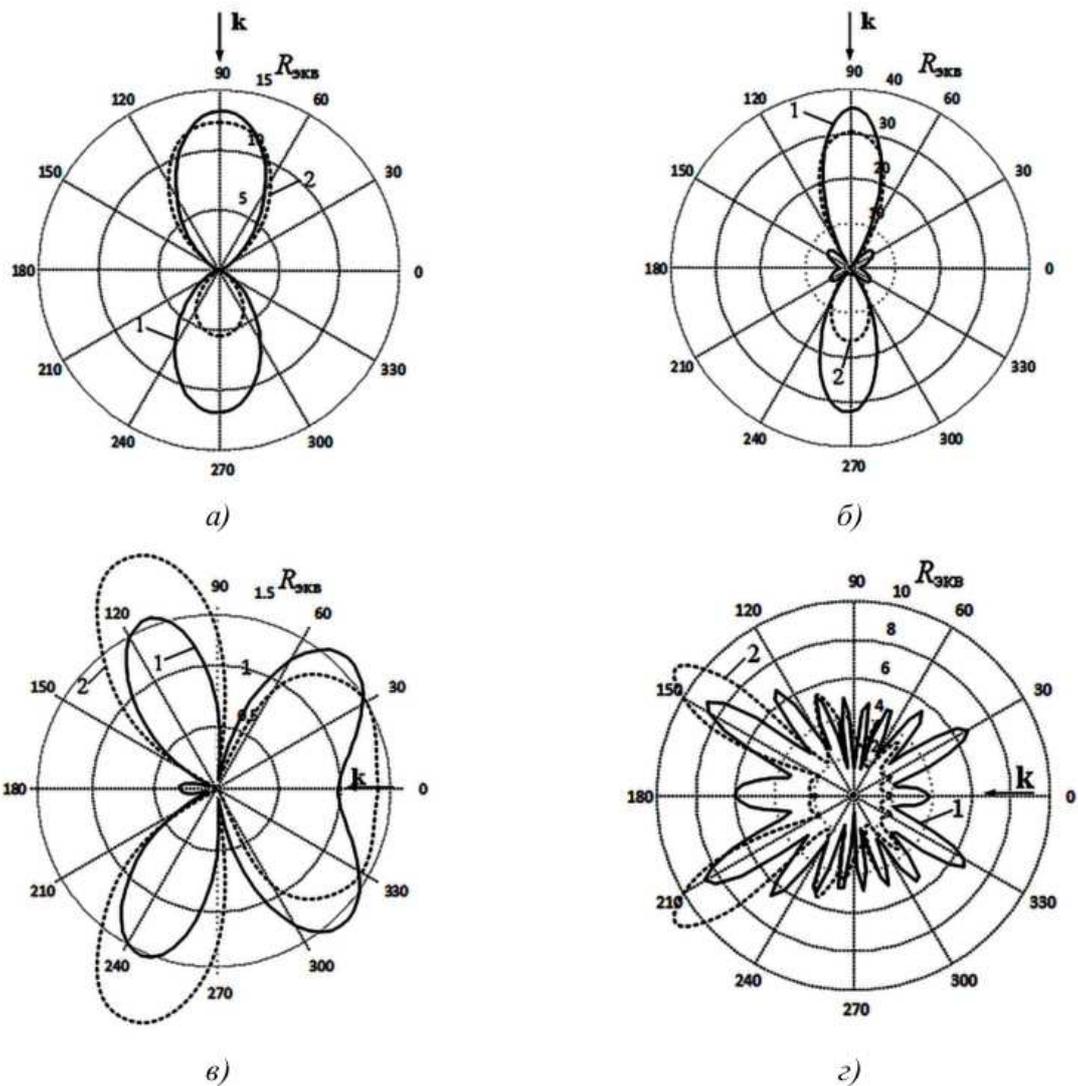


Рис. 5. Модули угловых характеристик $R_{\text{экв}}$ жесткого рассеивателя неканонической формы (1) и жесткого вытянутого сфероида (2): а) $\theta = 90^\circ$; $C = 3,1$; б) $\theta = 90^\circ$; $C = 5,0$; в) $\theta = 0^\circ$; $C = 3,1$; г) $\theta = 0^\circ$; $C = 10,0$.

На рисунках отчётливо наблюдается дифракционный (теневого) лепесток, который растёт и сужается с ростом частоты. При $\theta = 60^\circ$ и 30° зеркальный лепесток с увеличением частоты ведёт себя подобно теневому, но в отличие от него ограничен асимптотически. При одинаковой суммарной длине рассеивателей ширина зеркальных и дифракционных лепестков уменьшается с увеличением длины цилиндрической вставки L .

Полученные зависимости весьма схожи с угловыми диаграммами рассеяния вытянутых идеальных сфероидов с соотношением полуосей 1 : 10 [20–22]. Это можно видеть, например, на рис. 5, где показаны угловые зависимости $R_{\text{экв}}$ жесткого рассеивателя (вариант № 1, $L = 20a$), рассчитанные по методу функций Грина (кривая 1) и аналогичные зависимости для жесткого вытянутого сpherоида ($\xi_0 = 1,005$, соотношение полуосей 1 : 10, $C = kh_0$, кривая 2), взятые из работы [6] для тех же волновых размеров и углов локации.

Сравнение результатов расчета $|D(\theta; \varphi)|$, выполненных методами: функций Грина, Т-матриц и интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода для идентичных объектов неканонических форм показало приемлемое совпадение результатов [6, 19]. В отличие от работ [6, 23, 24], в которых использовался метод интегральных уравнений и был выполнен расчёт для тела неканонической формы с короткой цилиндрической вставкой, в данном исследовании цилиндрическая вставка L была заметно длиннее.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ДЛЯ УПРУГИХ ТЕЛ НЕКАНОНИЧЕСКИХ ФОРМ

Распространим данный подход на упругие тела аналогичных неканонических форм, используя (1) и выбирая функцию Грина в виде потенциала точечного источника. При этом значения $p(\mathbf{r}_0)$ и $\frac{\partial}{\partial n}p(\mathbf{r}_0)$ на поверхности рассеивателей получим из строгих решений задач дифракции на изотропных оболочках: трехмерной — на бесконечной цилиндрической, осесимметричных — на сфероидальной и сферической. Данные решения базируются на методах динамической теории упругости, разделения переменных и использовании потенциалов Дебая (в трехмерном случае) [6, 19].

Для рассеивателя в форме упругой круговой цилиндрической оболочки конечной длины L , ограниченной по торцам половинами вытянутой сфероидальной оболочки с полуфокусным расстоянием h_0 (рис. 6,а) были выполнены расчеты $|D(\varphi)|$ при $\theta = 90^\circ$ для нескольких значений волновых размеров ka , материалов и волновых толщин kh .

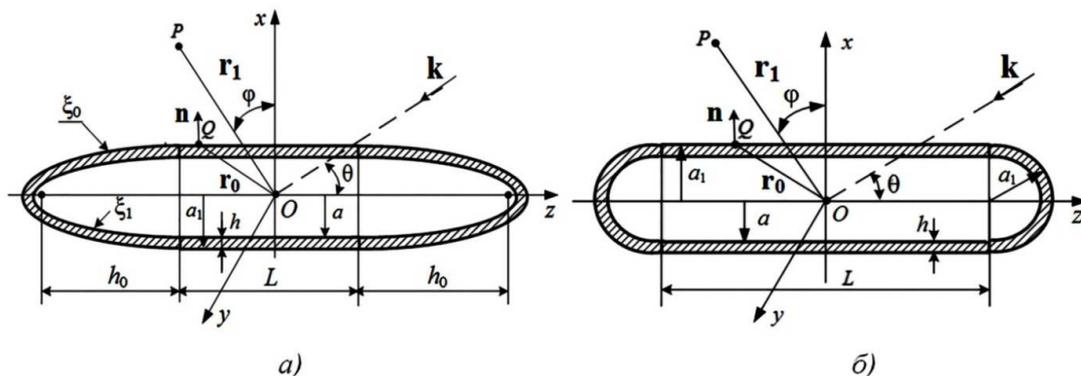


Рис. 6. Упругая оболочка, составленная из фрагментов цилиндрической, сфероидальной (а) и сферической (б) частей.

Геометрические параметры рассеивателя принимались следующими: $L = h_0 = 10a$; $a_1 + a + h$; $\xi_0 = 1.005075$; $\xi_1 = 1.005$. Результаты расчетов в плоскости xoy представлены на рис. 7: а) $ka = 0,5$; ($C = 5$); $kh = 0,005$; б) $ka = 0,5$; $kh = 0,01$; в) $ka = 1,0$; ($C = 10$);

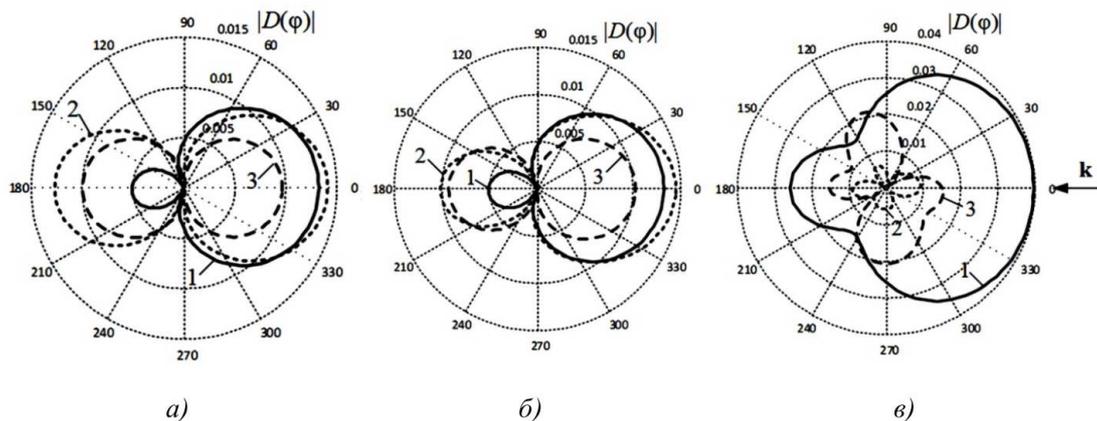


Рис. 7. Модули угловых характеристик $|D(\varphi)|$ рассеивателя в форме цилиндра с полусфероидами по торцам: а) $ka = 0,5$; $kh = 0,005$; б) $ka = 0,5$; $kh = 0,01$; в) $ka = 1,0$; $kh = 0,005$.

$kh = 0,005$. Кривая 1 соответствует абсолютно жесткому телу той же формы, кривая 2 — стальной, кривая 3 — алюминиевой оболочкам.

В качестве второго варианта рассеивателя неканонической формы была рассмотрена упругая оболочка, образованная соединением конечной цилиндрической оболочки ($L = 20a$; $a_1 + a + h$) и двух полусферических (торцевых) оболочек того же диаметра (рис. 6,б). Результаты расчета для данного варианта рассеивателя имеют вид, в целом аналогичный приведенным на рис. 7.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ рассчитанных характеристик рассеяния для идеальных и упругих тел с неканонической формой поверхности подтверждает эффективность предложенного подхода, основанного на использовании функций Грина, и позволяет сформулировать следующие выводы:

- 1) вид и угловое положение зеркальных и дифракционных лепестков полностью соответствуют физическим представлениям и параметрам рассеивателя;
- 2) при $ka \sim 1,0$ характеристики рассеяния стальной оболочки в освещенной области в целом близки к таковым для абсолютно жесткого тела;
- 3) при $ka \geq 1,0$ поведение упругих оболочек оказывается более сложным, в частности, увеличивается рассеяние в поперечном направлении, превышающее рассеяние на жестком теле (особенно с приближением к одной из резонансных частот);
- 4) на низких частотах ($ka \sim \leq 0,25$) в характере рассеяния у стальной оболочки преобладает “мягкий” фон ее полости и влияние толщины практически отсутствует.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 19-08-00941 (участие С. А. Ткаченко) и гранта Президента РФ МК-933.2019.8 (участие Д. Ю. Просовецкого).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клещев, А. А. Дифракция звука на телах со смешанными граничными условиями / А. А. Клещев // Акустический журнал. — 1974. — Т. 20, № 4. — С. 632–634.
2. Иткина, Е. Б. К вопросу о рассеянии звука телами со смешанными граничными условиями / Е. Б. Иткина, А. А. Клещев // Акустический журнал. — 1982. — Т. 28, № 3. — С. 414–418.
3. Клещев, А. А. О точности метода функций Грина / А. А. Клещев // Труды ЛКИ : Вопросы акустики судов и Мирового океана. — 1984. — С. 19–24.
4. Шендеров, Е. Л. Волновые задачи гидроакустики / Е. Л. Шендеров. — Л. : Судострое-

ние, 1971. — 348 с.

5. Шендеров, Е. Л. Излучение и рассеяние звука / Е. Л. Шендеров. — Л. : Судостроение, 1989.

6. Клещев, А. А. Гидроакустические рассеиватели / А. А. Клещев. — СПб. : Прима, 2011. — 267 с.

7. Ильменков, С. Л. О применении функций Грина для расчета звуковых полей / С. Л. Ильменков // Тезисы докл. V Всесоюзн. конф. техн. ср-ва изучения и освоения океана. — Ленинград, 1985. — Т. 1. — С. 28.

8. Ильменков, С. Л. Метод функций Грина в задаче дифракции звука на телах неаналитической формы / С. Л. Ильменков // Морские интеллектуальные технологии. — 2014. — Т. 2, № 1(23). — С. 32–36.

9. Ильменков, С. Л. Применение метода функций Грина к задаче дифракции звука на телах неаналитической формы / С. Л. Ильменков // Доклад на СПб межд. Конф. “Региональная информатика”, 2014. — С. 451.

10. Боббер, Р. Дж. Гидроакустические измерения / Р. Дж. Боббер. — М. : Мир, 1974.

11. Римский-Корсаков, А. В. О расчете диаграммы направленности по результатам измерения звукового давления в ближнем поле излучателя / А. В. Римский-Корсаков, И. Е. Цукерников // Акустический журнал. — 1977. — Т. 22, № 6. — С. 919–928.

12. Пухова, С. М. Метод расчета диаграмм направленности акустического излучателя произвольной формы по результатам измерений давления в его ближнем поле на поверхности конечного кругового цилиндра / С. М. Пухова, И. Е. Цукерников // Акустический журнал. — 1980. — Т. 26, № 4. — С. 122–126.

13. Ильменков, С. Л. Метод функций Грина в задаче дифракции звука на упругой оболочке неаналитической формы / С. Л. Ильменков, А. А. Клещев, А. С. Клименков // Акустический журнал. — 2014. — V. 60, № 5. — P. 579–586.

14. Ильменков, С. Л. О применении метода функций Грина для расчёта звуковых полей / С. Л. Ильменков // Тр. IV Дальневост. акуст. конф. — Владивосток, 1986. — С. 73–75.

15. Ильменков, С. Л. О точности метода функций Грина для расчета звуковых полей излучателей сложной формы / С. Л. Ильменков // Тезисы докл. Всесоюзн. совещания–семинара : Глубоководные системы и комплексы. — Черкассы, 1986.

16. Усин, В. А. О требуемой дискретности измерений ближнего поля антенн на цилиндрической поверхности / В. А. Усин, Н. А. Шведова. — Харьков, 1984. — № 68. — С. 91–95.

17. Ильменков С. Л. О расчете параметров излучателей по измерениям в ближнем поле / С. Л. Ильменков // Тезисы докл. IV Дальневост. акуст. конф. : Акуст. ср-ва иссл. океана. — Владивосток, 1986.

18. Ильменков, С. Л. Анализ звуковых полей оболочек по измерениям в ближнем поле / С. Л. Ильменков, С. Б. Румянцев // Тезисы докл. Всесоюзн. совещания–семинара : Глубоководные системы и компл. — Черкассы, 1986.

19. Клещев, А. А. Основы гидроакустики / А. А. Клещев, И. И. Клюкин. — Л. : Судостроение, 1987. — 224 с.

20. Клещев, А. А. Рассеяние звуковой волны идеальными вытянутыми сфероидными / А. А. Клещев, Шейба // Акустический журнал. — 1970. — Т. 16, № 1. — С. 264–268.

21. Гутман, Т. Л. Дифракция упругих волн на упругом сфероиде / Т. Л. Гутман, А. А. Клещев // Сб. научн. тр. ЛКИ. — 1974. — Вып. 94. — С. 31–37.

22. Клещев, А. А. Рассеяние звука упругой и жидкой эллипсоидальными оболочками вращения / А. А. Клещев, Д. М. Ростовцев // Акустический журнал. — 1986. — Т. 31, № 5. — С. 691–694.

23. Keller, J. B. Diffraction by smooth cylinder / J. B. Keller // Trans. IRE AP-4. — 1956. — № 2. — P. 312–324.

24. Клещев, А. А. Рассеяние звука идеальными телами неаналитической формы / А. А. Клещев // Тр. ЛКИ. Общесудовые системы. — 1989. — С. 95–99.

REFERENCES

1. Kleshchev A.A. Sound diffraction of bodies with mixed boundary conditions. [Kleshchev A.A. Difrakciya zvuka na telax so smeshannymi granichnymi usloviyami]. *Akusticheskij zhurnal — Acoustical Physics*, 1974, vol. 20, no. 4, pp. 632–634.
2. Itkina Ye.B., Kleshchev A.A. On sound diffraction of bodies with mixed boundary conditions. [Itkina E.B., Kleshchev A.A. K voprosu o rasseyanii zvuka telami so smeshannymi granichnymi usloviyami]. *Akusticheskij zhurnal — Acoustical Physics*, 1982, vol. 28, no. 3, pp. 414–418.
3. Kleshchev A.A. On accuracy of Green function method. [Kleshchev A.A. O tochnosti metoda funkciy Grina]. *Trudy LKI: Voprosy akustiki sudov i Mirovogo okeana — Proc. of Leningrad Shipbuilding Institute: Acoustics of ships and of the Ocean*, 1984, pp. 19–24.
4. Shenderov E.L. Wave problems of hydroacoustics. [Shenderov E.L. Volnovye zadachi gidroakustiki]. Leningrad, 1971, 348 p.
5. Shenderov E.L. Radiation and sound scattering. [Shenderov E.L. Izluchenie i rasseyanie zvuka]. Leningrad, 1989.
6. Kleshchev A.A. Hydroacoustic scatterers. [Kleshchev A.A. Gidroakusticheskie rasseivateli]. SPb., 2011, 267 p.
7. Ilmenkov S.L. On the application of green functions for the calculation of sound fields. [Ilmenkov S.L. O primenenii funkciy Grina dlya rascheta zvukovykh poley]. Abstracts. V Conf. Techn.CP-VA study and development of the ocean. Leningrad, 1985, vol. 1. p. 28.
8. Ilmenkov S.L. Green's function method in the problem of sound diffraction on bodies of non-analytical form. [Ilmenkov S.L. Metod funkciy Grina v zadache difrakcii zvuka na telax neanaliticheskoy formy]. *Morskie intellektual'nye tekhnologii — Marine intelligent technologies*, 2014, vol. 2. № 1(23), pp. 32–36.
9. Ilmenkov S. L. Application of the green function method to the problem of sound diffraction on non-analytical form. [Ilmenkov S.L. Primenenie metoda funkciy Grina k zadache difrakcii zvuka na telax neanaliticheskoy formy]. Proc. of SPb. Conf. "Regional Informatics", 2014, p. 451.
10. Bobber R.J. Sonar measurements. [Bobber R.Dzh. Gidroakusticheskie izmereniya]. Moscow, 1974.
11. Rimsky-Korsakov A.V., Cukernikov I. E. On the calculation of the radiation pattern by measuring the sound pressure in the near field of the emitter. [Rimskiy-Korsakov A.V., Cukernikov I.E. O raschete diagrammy napravlenosti po rezul'tatam izmereniya zvukovogo davleniya v blizhnem pole izluchatelya]. *Akusticheskij zhurnal — Acoustical Physics*, 1977, vol. 22, no. 6, pp. 919–928.
12. Pukhov S.M., Sukernik I.E. Method of calculating the radiation patterns of the acoustic transducer of arbitrary shape based on measurements of pressure in his middle field on the surface of a finite circular cylinder. [Puxova S.M., Cukernikov I.E. Metod rascheta diagramm napravlenosti akusticheskogo izluchatelya proizvol'noy formy po rezul'tatam izmereniy davleniya v ego blizhnem pole na poverkhnosti konechnogo krugovogo cilindra]. *Akusticheskij zhurnal — Acoustical Physics*, 1980, vol. 26, no. 4, pp. 122–126.
13. Ilmenkov S.L., Kleshchev A.A., Klimenkov A.S. green's Function Method in the problem of sound di-fraction on an elastic shell of nonanalytic form. [Ilmenkov S.L., Kleshchev A.A., Klimenkov A.S. Metod funkciy Grina v zadache difrakcii zvuka na uprugoy obolochke neanaliticheskoy formy]. *Akusticheskij zhurnal — Acoustical Physics*, 2014, vol. 60, no. 5, pp. 579–586.
14. Ilmenkov S. L. On the application of the green function method for the calculation of sound fields. [Ilmenkov S. L. O primenenii metoda funkciy Grina dlya rascheta zvukovykh poley]. Proc.

IV Far East. Acoustic. Conf. Vladivostok.

15. Ilmenkov S.L. On the accuracy of the green function method for the calculation of sound fields of complex-shaped archers. [Il'menkov S.L. O tochnosti metoda funkciyj Grina dlya rascheta zvukovykh polej izluchatelej slozhnoy formy]. Proc. Of Conf.: Deep-water systems. Cherkassy, 1986.

16. Usin V. A., Shvedova N. A. On the required discreteness of antenna near field measurements on a cylindrical surface. [Usin V.A., Shvedova N.A. O trebuemoj diskretnosti izmereniy blizhnego polya antenn na cilindricheskoj poverxnosti]. Kharkov, 1984, no. 68, pp. 91–95.

17. Ilmenkov S.L. On calculation of emitter parameters by measurements in the near field. [Il'menkov S. L. O raschete parametrov izluchatelej po izmereniyam v blizhnem pole]. Proc. Of Conf.: Acoustic Ocean's, Vladivostok, 1986.

18. Ilmenkov S.L., Rumyantsev S.B. Analysis of sound fields of shells by measurements in the near field. [Il'menkov S.L., Rumyansev S.B. Analiz zvukovykh polej obolochek po izmereniyam v blizhnem pole]. Proc. Of Conf. Cherkassy, 1986. [2] Kleshchev A. A., Klyukin I. I. Fundamentals of hydroacoustics Kleshhyov A.A., Klyukin I.I. Osnovy gidroakustiki Leningrad, 1987. 224 p

19. Kleshchev A.A., Sheiba. The scattering of sound waves by perfect elongated spheroids. [Kleshhyov A.A., Sheyjb. Rasseyanie zvukovoy volny ideal'nymi vytyanutymi sferoidami]. *Akusticheskij zhurnal — Acoustical Physics*, 1970, vol. 16, no. 1, pp. 264–268.

20. Gutman T.L., Kleshchev A.A. Diffraction of elastic waves on an elastic spheroid. [Gutman T.L., Kleshhyov A.A. Difrakciya uprugix voln na uprugom sferoide]. Proc. Of Conf., 1974, iss. 94. pp. 31–37.

21. Kleshchev A. A., Rostovtsev D. M. Sound scattering by elastic and liquid ellipsoidal shells of rotation. [Kleshhyov A.A., Rostovcev D.M. Rasseyanie zvuka uprugoy i zhidkoj ellipsoidal'nymi obolochkami vrashheniya]. *Akusticheskij zhurnal — Acoustical Physics*, 1986, vol. 31, no. 5, pp. 691–694.

22. Keller J.B. Diffraction by smooth cylinder. Trans. IRE AP-4, 1956, no. 2, pp. 312–324.

23. Kleshchev A.A. Sound scattering by ideal bodies of non-analytical form. [Kleshhyov A.A. Rasseyanie zvuka ideal'nymi telami neanaliticheskoj formy]. Proc. Of Conf., 1989, pp. 95–99.

Ильменков Сергей Львович, кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры судовой автоматизации и измерений, СПбГМТУ, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: ilms@rambler.ru

Ilmenkov Sergey Lvovich, Associate Professor Department of Marine Automation and Measurement, Saint-Petersburg State Marine Technical University, Saint-Petersburg, Russia
E-mail: ilms@rambler.ru

Просовецкий Дмитрий Юрьевич, кандидат физ.-мат. наук, преподаватель кафедры математической физики и информационных технологий ВГУ, Воронеж, Россия
E-mail: prosovetskiy@gmail.com
Tel.: +7(473)220-87-48

Prosovetskiy Dmitry Yurievich, Associate Lecturer Department of Mathematical Physics and Information Technology, Voronezh State University, Voronezh, Russia
E-mail: prosovetskiy@gmail.com
Tel.: +7(473)220-87-48

Ткаченко Сергей Александрович, аспирант кафедры математической физики и информационных технологий ВГУ, Воронеж, Россия
E-mail: sega-tk@mail.ru
Tel.: +7(473)220-87-48

Tkachenko Sergey Alexanderovich, Postgraduate Student Department of Mathematical Physics and Information Technology, Voronezh State University, Voronezh, Russia
E-mail: sega-tk@mail.ru
Tel.: +7(473)220-87-48

*Рыбьянец Павел Викторович, аспирант кафедры математической физики и информационных технологий ВГУ, Воронеж, Россия
E-mail: pavel-rybjanec@rambler.ru
Тел.: +7(473)220-87-48*

*Rybyanets Pavel Viktorovich, Postgraduate Student Department of Mathematical Physics and Information Technology, Voronezh State University, Voronezh, Russia
E-mail: pavel-rybjanec@rambler.ru
Tel.: +7(473)220-87-48*