

УДК УДК 539.1.05, 519.245, 535.36

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В МНОГОКРАТНО РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

А. Н. Алмалиев, И. В. Копытин, П. В. Лукин

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 02.10.2019 г.

Аннотация. Предложен способ исследования оптических характеристик рассеивающих сред, основанный на регистрации параметров излучения Вавилова–Черенкова, создаваемого пучком релятивистских электронов, распространяющихся в среде. Процесс генерации и транспорта черенковских фотонов исследовался методом статистического моделирования Монте–Карло с учетом процессов многократного рассеяния. Продемонстрирована высокая чувствительность параметров черенковского излучения к оптическим характеристикам рассеивающей среды.

Ключевые слова: излучение Вавилова–Черенкова, метод Монте–Карло, многократно рассеивающая среда.

CHERENKOV RADIATION IN MULTIPLE SCATTERING MEDIUM

A. N. Almaliev, I. V. Kopytin, P. V. Lukin

Abstract. A method for investigating the optical properties of scattering medium is suggested. The method is based on the measurement of Cherenkov radiation produced by relativistic electrons passing through the medium. Monte–Carlo simulation of visible photon emission and propagation is carried out taking into account multiple electron and photon scattering processes. Sensitivity of the Cherenkov radiation to the optical characteristics of scattering medium is demonstrated.

Keywords: Vavilov–Cherenkov radiation, Monte–Carlo method, multiple scattering medium.

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на более чем 70-ти летнюю историю исследования черенковского излучения, его уникальные свойства, такие как существование пороговой энергии для возникновения излучения, зависимость угла излучения от скорости частиц и характеристик среды, по-прежнему привлекают исследователей самых разных направлений.

Наравне с традиционными областями применения излучения Вавилова–Черенкова, такими как физика высоких энергий, астрофизика, физика элементарных частиц, ядерная энергетика, в последние десятилетия интенсивно ведутся исследования черенковского излучения в неоднородных средах. Это среды с отрицательной диэлектрической проницаемостью (левые

среды) [1], активные среды [2], волноводные структуры различной степени сложности с диэлектрическим наполнением [3, 4]. Исследование процесса генерации и транспорта черенковского излучения в таких средах может быть использовано как для описания характеристик самих сред, так и для детектирования частиц и измерения их параметров.

Качественный скачок в развитии методов и способов регистрации оптического излучения во всем частотном диапазоне, основанных как на применении фотоэлектронных умножителей, так и приборов с зарядовой связью, позволил использовать уникальные свойства черенковского излучения для исследования сложных молекулярных комплексов и биологических структур разной степени упорядоченности [5]. Применение излучения Вавилова–Черенкова для дозиметрии при радиационной терапии обсуждалось и анализировалось в нескольких недавних публикациях [6, 7]. Полученные авторами соотношения, позволяют рассчитать дозу, полученную при облучении, по характеристикам черенковского излучения. Особенно большое внимание в последнее время привлечено к использованию черенковского излучения в биологических исследованиях [8]. Это можно объяснить возможностью разработки новых методов визуализации в оптике биотканей.

В статье предлагается использовать черенковское излучение, генерированное пучком релятивистских электронов, для исследования оптических характеристик многократно рассеивающих сред. Поскольку свойства черенковского излучения хорошо известны, его использование как источника фотонов видимого спектра для изучения таких сред имеет некоторые преимущества:

- интенсивность и спектр испускаемых фотонов обладают достаточно простой зависимостью от показателя преломления среды,
- поскольку в рассматриваемом случае черенковское излучение является внутренним источником фотонов, отсутствуют сложности, связанные с отражением от поверхности образца,
- возможность варьирования положения источника фотонов путем изменения энергии электронного пучка позволяет существенно увеличить диагностические возможности излучения,
- исследования, проводимые с короткими импульсами фотонов различной длительности, способствуют более эффективному учету влияния фона и выделению полезного сигнала,
- существующие методы детектирования позволяют с достаточной точностью изучать пространственное распределение оптических характеристик многократно рассеивающих сред.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для среды с показателем преломления $n(\omega)$ энергия черенковского излучения, испущенная на единице длины dx электроном с энергией E , задается формулой [9]:

$$\frac{dW}{dx} = \left(\frac{e}{c}\right)^2 \int \left[1 - \frac{1}{(\beta n(\omega))^2}\right] \omega d\omega, \quad (1)$$

где e — заряд электрона, c — скорость света, ω — частота излучения, β — скорость частицы в единицах скорости света, а направление движения фотонов определяется углом θ_γ относительно направления импульса электрона:

$$\cos(\theta_\gamma) = \frac{1}{\beta n(\omega)}. \quad (2)$$

Рассмотрим черенковское излучение, образованное пучком электронов с начальной энергией E_0 . Предполагаем для простоты, что мишень — пластина толщины L . Чтобы выполнить статистическое моделирование движущегося в среде электрона, воспользуемся теорией многократного рассеяния Мольера [10]. В соответствии с [10] угловое распределение $F(\Theta)$ электронов энергии E , движущихся в пластине, может быть описано следующим образом:

$$F(\Theta)2\pi \Theta d\Theta = \left[2e^{-\psi^2} + \frac{F_1(\psi)}{B} + \frac{F_2(\psi)}{B^2} + \dots \right] \psi d\psi, \quad (3)$$

где Θ — угол между направлениями движения электрона до и после рассеяния, а ψ выражается через Θ :

$$\psi = \frac{\Theta}{\chi_e \sqrt{B}}, \quad (4)$$

Функции F_1 , F_2 , χ_e и B зависят от энергии электронов E , толщины пластины L , зарядового числа Z , массового числа A и плотности ρ вещества мишени. Табличные значения функций F_1 и F_2 взяты из [10].

Используя формулу:

$$L_0 = \int_0^{E_0} \frac{dE}{(-dE/dx)}, \quad (5)$$

вычисляется максимально возможная длина пробега электрона энергии E_0 в мишени. Здесь энергия, теряемая электроном на единицу длины dE/dx , задается уравнением:

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right) = 0.153\rho \frac{Z}{A\beta^2} \left[\ln \left(\frac{E(E + mc^2)^2 \beta^2}{2I^2(mc^2)} \right) - \left(2\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2 \right) \ln 2 + (1 - \beta^2) \right], \quad (6)$$

где I — средняя энергия возбуждения атомных электронов среды, m — масса электрона.

Чтобы удовлетворить условиям, накладываемым теорией Мольера [9], разделим длину пробега L_0 на N_l различных слоев, толщиной l каждый:

$$l = \frac{L_0}{N_l}, \quad (7)$$

N_l варьируется от 20 до 50 в зависимости от начальной энергии электрона.

Алгоритм статистического моделирования представляет собой последовательность шагов для каждого слоя. Рассматривая определенный слой, вычисляем энергию и импульс электрона, движущегося в данном слое. Затем находим количество черенковских фотонов с энергиями в диапазоне от E_γ до $E_\gamma + dE_\gamma$, испущенных электроном в указанном слое:

$$\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} = \left(\frac{e}{c} \right)^2 l \int \left[1 - \frac{1}{(\beta n(\omega))^2} \right] \frac{\omega d\omega}{E_\gamma}. \quad (8)$$

Черенковские фотоны излучаются в направлении, составляющем угол θ_γ с направлением импульса электрона (2), но с различными азимутами:

$$\varphi_\gamma = 2\pi \times \eta, \quad (9)$$

где η — равномерно распределенное случайное число в интервале $[0, 1]$.

Наконец, отслеживаем поведение черенковского фотона, рожденного в рассматриваемом слое.

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В МНОГОКРАТНО РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Изучение всех оптических свойств диффузной среды — весьма сложная задача. Однако, для описания распространения неполяризованного света в диэлектрике может быть использована простая модель [11], в которой оптические свойства могут быть выражены через показатель преломления $n(\omega)$, коэффициент ослабления $\mu(\omega)$, альбедо $a(\omega)$ и средний косинус угла рассеяния фотона $g(\omega)$.

Основное уравнение теории переноса излучения в рассеивающей и поглощающей свет средах, примером которых являются биологические ткани и жидкости, имеет вид:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I(r, s, t)}{\partial t} = -s \nabla I(r, s, t) - \mu I(r, s, t) + \mu_s \int_{4\pi} p(s, s') I(r, s', t) d\omega', \quad (10)$$

где $I(r, s, t)$ — яркость или лучевая интенсивность излучения, распространяющегося в направлении единичного вектора s в точке, определяемой радиус-вектором r , $d\omega'$ — телесный угол, который имеет единичный вектор s' в качестве внешней нормали, t — время, $p(s, s')$ — фазовая функция рассеяния, μ — коэффициент ослабления и μ_s — коэффициент рассеяния.

Фазовая функция $p(s, s')$ характеризует собой часть света, рассеянного от направления s в направлении s' и нормируется таким образом, чтобы при интегрировании по всем направлениям, она равнялась единице, т. е. $\int_{4\pi} p(s, s') d\omega' = 1$. При рассеянии фотона направление его распространения меняется на случайный угол, имеющий определенное распределение вероятности, называемое фазовой функцией, т. е. фазовая функция определяет вероятность того, что фотон, летящий в направлении s , после рассеяния будет иметь направление s' .

Простейшая фазовая функция (в случае изотропного рассеяния) имеет вид:

$$p(s, s') = \frac{1}{4\pi}. \quad (11)$$

В случае анизотропного рассеяния, вид фазовой функции значительно усложняется. Для целого ряда рассеивающих сред достаточно хорошее согласование между экспериментальными и расчетными данными может быть получено при использовании фазовой функции Хени–Гринштейна [12, 13, 14]:

$$p(s, s') = \frac{1+g}{4\pi} E^{-1} \left[-\frac{4g}{(1-g)^2} \right] \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g \cos \theta_s)^{3/2}}, \quad (12)$$

где $E[x] = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-x^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$ — полный нормальный эллиптический интеграл Лежандра второго рода, $g = \langle \cos \theta_s \rangle$ — параметр анизотропии, определенный как средний косинус угла рассеяния фотона θ_s и меняющийся от нуля (изотропное рассеяние) до единицы (рассеяние вперед). В диапазоне $0 \leq g \leq 1$ удобно воспользоваться аппроксимирующим выражением

$$E^{-1} \left[-\frac{4g}{(1-g)^2} \right] \approx \frac{2}{\pi} (1-g), \quad (13)$$

с учетом которого можно окончательно записать:

$$p(\theta_s) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{(1-g^2)^2}{(1+g^2-2g \cos \theta_s)^{3/2}}. \quad (14)$$

Коэффициент ослабления μ определяется как полная доля излучения, рассеянного (μ_s) и поглощённого (μ_a) при прохождении через образец:

$$\mu = \mu_s + \mu_a, \quad (15)$$

$$\mu_s = 1/L_s, \quad (16)$$

$$\mu_a = 1/L_a, \quad (17)$$

где L_s и L_a — длины свободного пробега электрона по отношению к рассеянию и поглощению, соответственно. Альбеда определяется следующим образом:

$$a = \frac{\mu_s}{\mu_s + \mu_a} = \frac{L_a}{L_a + L_s}. \quad (18)$$

Поглощающие и рассеивающие характеристики диффузных сред тесно связаны между собой, и определяются комплексными значениями показателей преломления и геометрическими размерами частиц, образующих исследуемую среду.

Значения параметров $n(\omega)$, μ , a и g зависят от энергии фотона и свойств среды. В данной модели неупругое рассеяние фотонов не учитывается. Фактически в рассматриваемом диапазоне длин волн (600–1200 нм) вероятность неупругого рассеяния сравнительно невелика.

Моделирование движения черенковских фотонов в диффузных средах проводится с использованием метода Монте–Карло. Сначала, с помощью процедуры, приведенной в Разделе 1, определяются начальные условия: количество, координаты и направление распространения черенковских фотонов, испущенных электроном. Затем, используя генератор случайных чисел, определяются координаты рассеивающего (или поглощающего) центра. И наконец, с помощью углового распределения Хени–Гринштейна (14) вычисляется угол рассеяния θ_s . Данная процедура повторяется до тех пор, пока фотон не будет поглощен или не выйдет за пределы выбранной области.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты расчетов количества фотонов с энергией в диапазоне 1–2 эВ, генерированных одним электроном, изображены на рис. 1–6: в зависимости от начальной энергии электрона E_0 , коэффициента поглощения μ , среднего косинуса g и толщины пластины L . Следует отметить, что источник электронов находится за пределами образца. Для альбеда было взято постоянное значение $a = 0.99$, а для коэффициента преломления — $n(\omega) = 1.33$. В качестве упрощения не принималась во внимание зависимость оптических характеристик от ω . Пучок электронов при моделировании был направлен по нормали к поверхности пластины.

Рис. 1 и 2 отображают зависимость числа прошедших (N_t) и отраженных (N_r) фотонов в расчете на один электрон от коэффициента ослабления μ . Можно заметить, что количество сгенерированных фотонов довольно чувствительно к коэффициенту μ .

Рис. 3 показывает, что число фотонов, прошедших через мишень, повышается при увеличении среднего косинуса угла рассеяния, тогда как число отраженных фотонов снижается.

Рис. 4 обнаруживает сильную зависимость количества фотонов перед мишенью и после от ее размера.

Наконец, на рис. 5 и 6 показана чувствительность числа прошедших и отраженных фотонов к энергии налетающего электрона при двух разных толщинах пластины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статистическое моделирование показывает, что количество фотонов перед мишенью и после обладает высокой чувствительностью к оптическим характеристикам среды. Так, измеряя интенсивность черенковских фотонов, генерированных релятивистскими электронами с различными энергиями, можно определить оптические показатели неизвестного заранее образца вещества. Таким образом, предложенный метод может служить важным источником информации об оптических характеристиках рассеивающих сред. В том случае, если в качестве

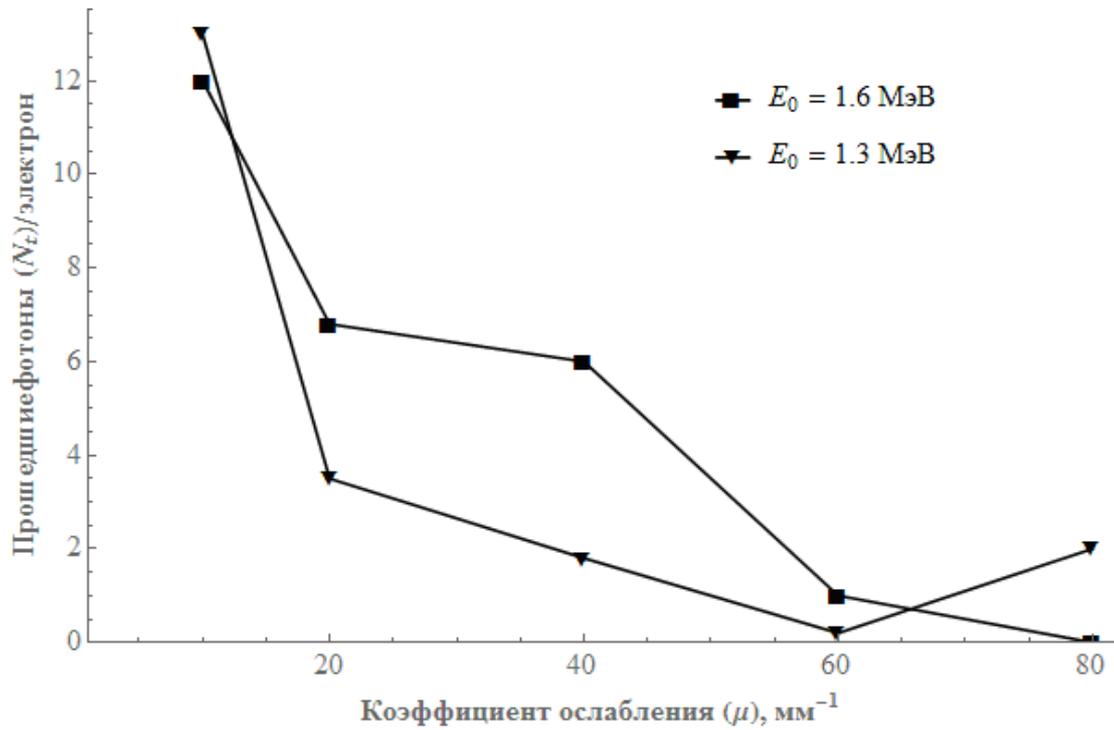


Рис. 1. Интенсивность прошедших фотонов в зависимости от μ ($a = 0.99$, $g = 0.98$, $L = 5.0$ мм).

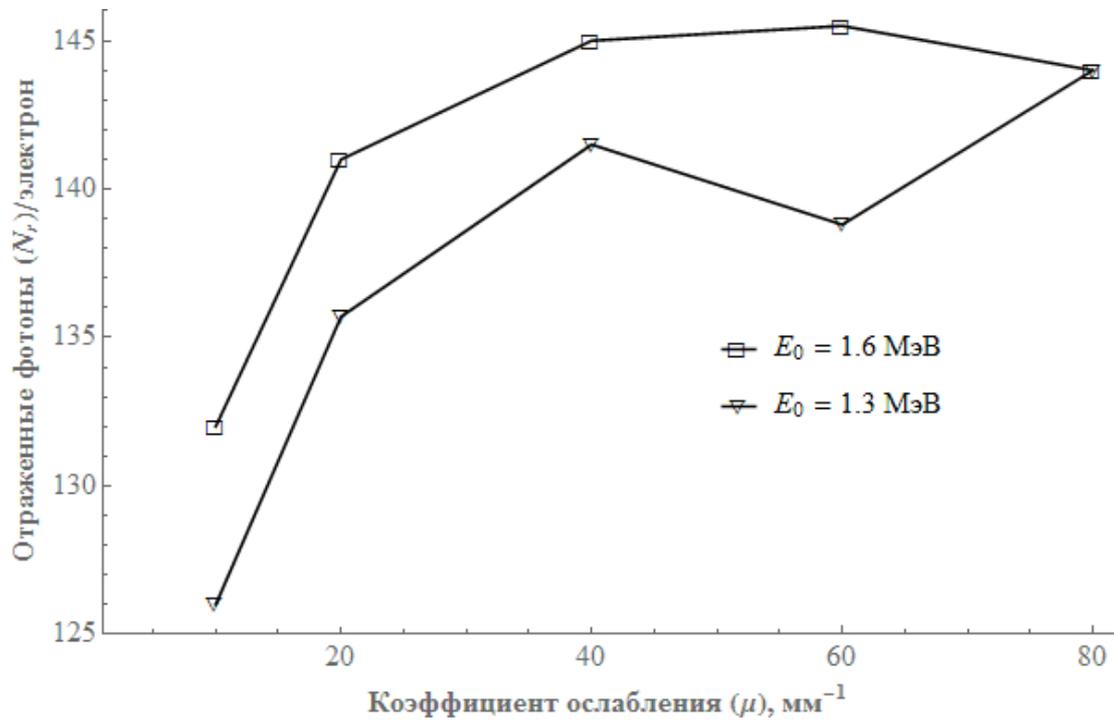


Рис. 2. Интенсивность отраженных фотонов в зависимости от μ ($a = 0.99$, $g = 0.98$, $L = 5.0$ мм).

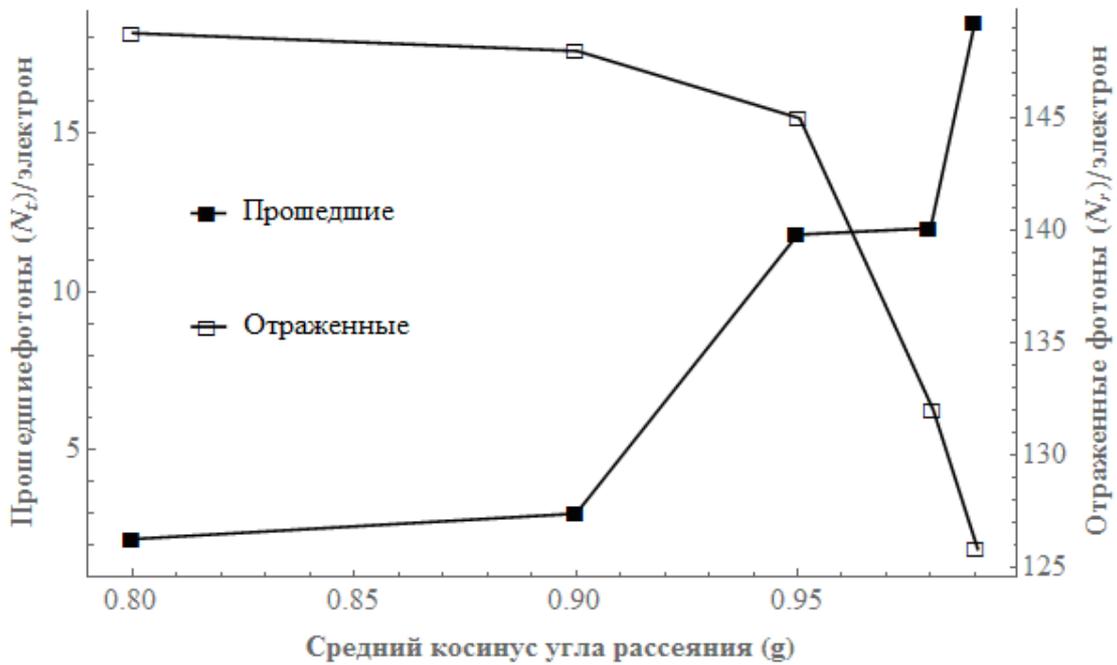


Рис. 3. Зависимость числа прошедших и отраженных фотонов от среднего косинуса угла рассеяния ($E_0 = 1.6$ МэВ, $\mu = 10.0$ мм⁻¹, $a = 0.99$, $L = 5.0$ мм).

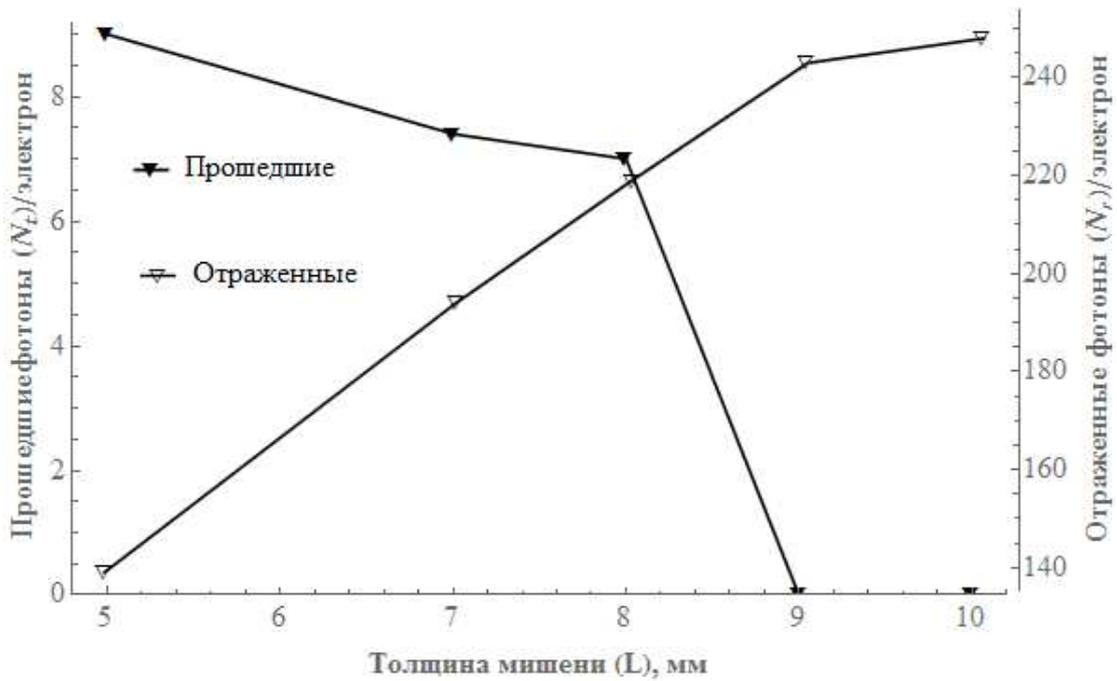


Рис. 4. Зависимость числа прошедших и отраженных фотонов от толщины мишени ($E_0 = 1.9$ МэВ, $\mu = 10.0$ мм⁻¹, $a = 0.99$, $g = 0.98$).

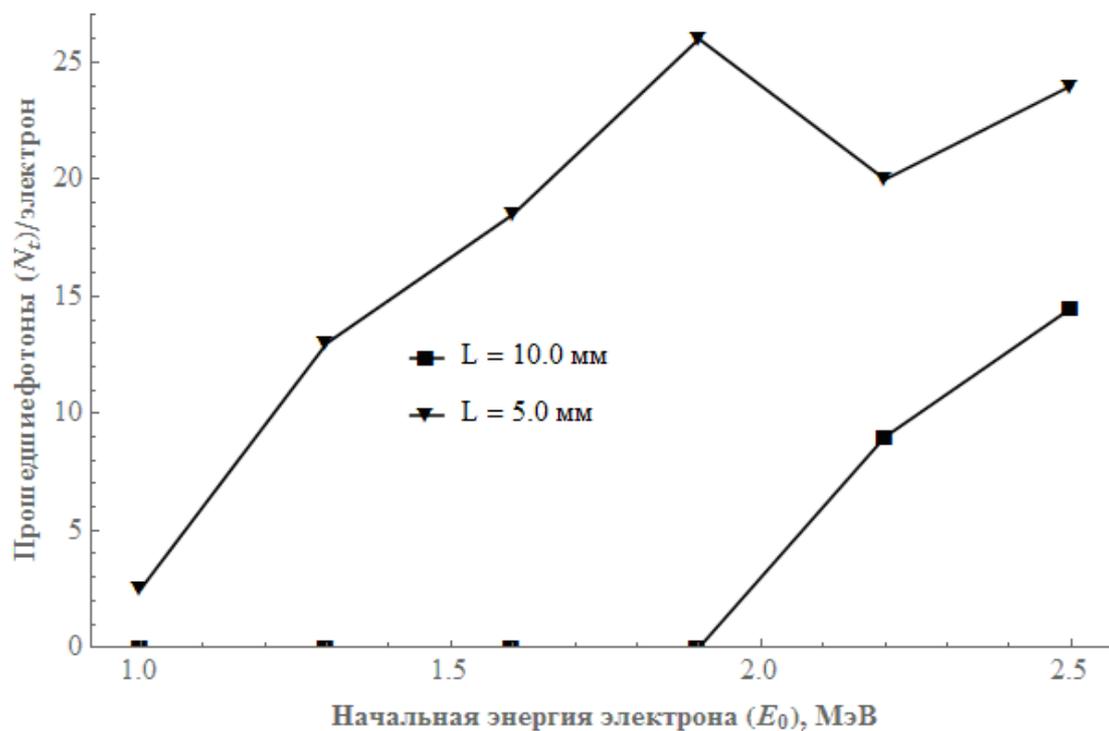


Рис. 5. Количество фотонов, прошедших через пластины толщиной $L = 5.0$ мм и $L = 10.0$ мм, в зависимости от энергии налетающего электрона ($\mu = 10.0$ мм⁻¹, $a = 0.99$, $g = 0.98$).

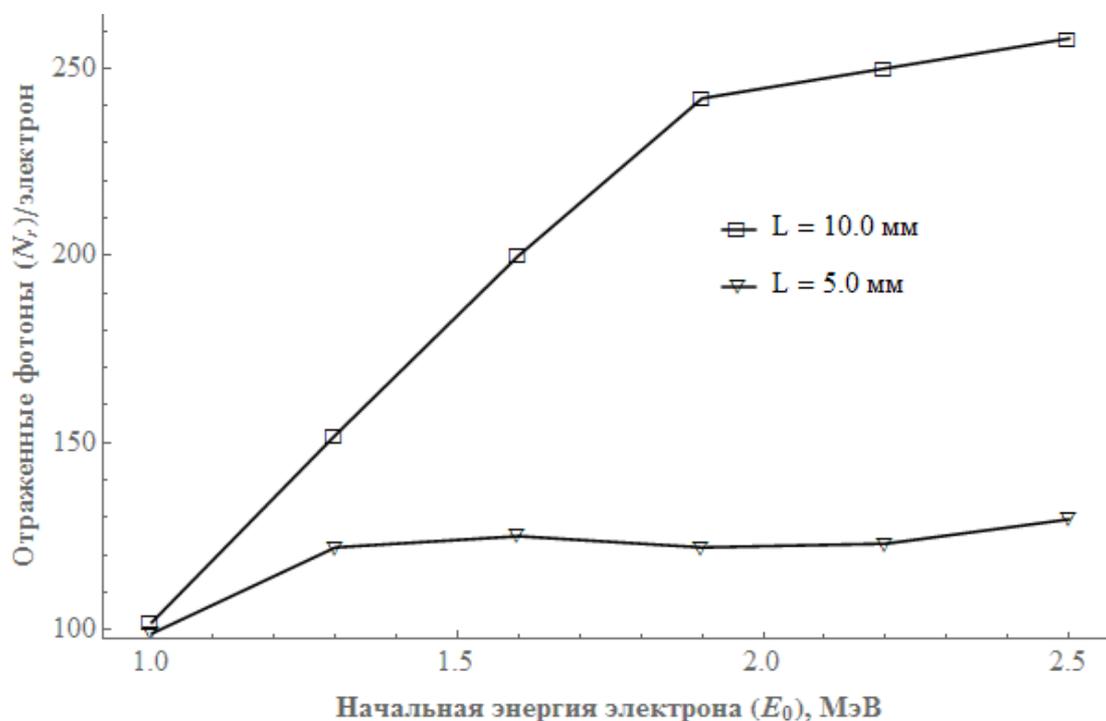


Рис. 6. Количество отраженных фотонов в пластинах толщиной $L = 5.0$ мм и $L = 10.0$ мм, в зависимости от энергии налетающего электрона ($\mu = 10.0$ мм⁻¹, $a = 0.99$, $g = 0.98$).

среды выступает биологическая ткань, наряду с её оптическими характеристиками параметры излучения Вавилова–Черенкова позволяют получить величину дозы облучения от пучка релятивистских электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вендик, И. Б. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) / И. Б. Вендик, О. Г. Вендик // Журнал технической физики. — 2013. — Т. 83, № 1. — С. 3–28.
2. Тюхтин, А. В. Об излучении Вавилова–Черенкова в активных бирезонансных средах / А. В. Тюхтин, С. Н. Галямин // Письма в журнал технической физики. — 2007. — Т. 33, № 15. — С. 7–14.
3. Григорьева, А. А. Излучение заряда, пересекающего границу между однородной и двухслойной областями круглого волновода / А. А. Григорьева, А. В. Тюхтин // Вестник СПбГУ. Физика и Химия. — 2017. — Т. 4 (62), № 4. — С. 377–390.
4. Лебедев, А. Н. Черенковское излучение в электродинамических структурах / А. Н. Лебедев // Природа. — 2004. — № 7. — С. 14–21.
5. Ciarrocchi, E. Cerenkov luminescence imaging: physics principles and potential applications in biomedical sciences / E. Ciarrocchi, N. Belcari // EJNMMI Physics. — 2017. — Т. 4.
6. Jacques, S. L. Optical properties of biological tissues: a review / S. L. Jacques // Physics in Medicine and Biology. — 2013. — Т. 58, № 11. — С. 37–61.
7. Optical dosimetry of radiotherapy beams using Cherenkov radiation: the relationship between light emission and dose / A. K. Glaser et. al. // Physics in Medicine and Biology. — 2014. — Т. 59, № 14. — С. 3789–3811.
8. Ma, X. Cerenkov radiation: a multi-functional approach for biological sciences / X. Ma, J. Wang, Z. Cheng // Frontiers in Physics. — 2014. — V. 2.
9. Зрелов, В. П. Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Т. I, II. / В. П. Зрелов. — М. : Атомиздат, 1968.
10. Кноп, Г. Взаимодействие электронов и α -частиц с веществом / Г. Кноп, В. Пауль // Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия. Т. 1. — М. : Атомиздат, 1969.
11. Cheong, W. A review of the optical properties of biological tissues / W. Cheong, S. Prael, A. Welch // IEEE Journal of Quantum Electronics. — 1990. — Т. 26, № 12. — С. 2166–2185.
12. Henyey, L. C. Diffuse radiation in the Galaxy / L. C. Henyey, J. L. Greenstein // The Astrophysical Journal. — 1941. — Т. 93. — С. 70–83.
13. Исимару, А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах / А. Исимару. — М. : Мир, 1981. — 384 с.
14. Петникова, В. М. Устойчивость фазовой функции Хенъи–Гринштейна и быстрое интегрирование по путям в условиях многократного рассеяния света / В. М. Петникова, Е. В. Третьяков, В. В. Шувалов // Квантовая электроника. — 2006. — Т. 36, № 11. — С. 1039–1042.

REFERENCES

1. Vendik I.B., Vendik O.G. Metamaterials and their application in microwaves: a review. [Vendik I.B., Vendik O.G. Metamaterialy i ix primenenie v texnike sverxvysokix chastot (Obzor)]. *Zhurnal texnicheskoy fiziki — Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2013, vol. 83, no. 1, pp. 3–28.
2. Tyukhtin A.V., Galyamin S.N. Vavilov–Cherenkov radiation in active biresonant media. [Tyukhtin A.V., Galyamin S.N. Ob izluchenii Vavilova–Cherenkova v aktivnyx birezonansnyx sredax]. *Pis'ma v zhurnal texnicheskoy fiziki — Technical Physics Letters*, 2007, vol. 33, no. 15, pp. 7–14.
3. Grigoreva A.A., Tyukhtin A.V. Radiation of a charge intersecting the boundary between a homogeneous area and bilayer one in a circular waveguide. [Grigoreva A.A., Tyukhtin A.V.

Izluchenie zaryada, peresikayushego granitsu mejdu odnorodnoi i dvuhslainoi oblastyami kruglogo volnovoda]. *Vestnik SPbGU. Fizika i Khimiya — Vestnik SPbSU. Physics and Chemistry*, 2017, vol. 4 (62), iss. 4, pp. 377–390.

4. Lebedev A.N. Cherenkov radiation in electrodynamic structures. [Lebedev A.N. Cherenkovskoe izluchenie v elektrodinamicheskikh strukturah]. *Priroda — Nature*, 2004, no. 7, pp. 14–21.

5. Ciarrocchi E., Belcari N. Cherenkov luminescence imaging: physics principles and potential applications in biomedical sciences. *EJNMMI Ph.*, 2017, vol. 4.

6. Jacques S.L. Optical properties of biological tissues: a review. *Phys. Med. Biol.*, 2013, vol. 58, no. 11, pp. 37–61.

7. Glaser A.K. et. al. Optical dosimetry of radiotherapy beams using Cherenkov radiation: the relationship between light emission and dose. *Phys. Med. Biol.*, 2014, vol. 59, no. 14, pp. 3789–3811.

8. Ma X., Wang J., Cheng Z. Cherenkov radiation: a multi-functional approach for biological sciences. *Front. Phys.*, 2014, vol. 2.

9. Zrelov V.P. Cherenkov Radiation in High-Energy Physics. [Zrelov V.P. Izluchenie Vavilova-Cherenkova i ego primenenie v fizike vysokix energiy. T. I, II]. Moscow, 1968.

10. Knop G., Paul W. Interaction of electrons and α -particles with matter. [Knop G., Paul W. Vzaimodeystvie elektronov i α -chastich s veshhestvom]. α -, β - and γ -Ray Spectroscopy. Vol. 1, 1969.

11. Cheong W., Prahl S., Welch A. A review of the optical properties of biological tissues. *IEEE J. Quant. Elec.*, 1990, vol. 26, no. 12, pp. 2166–2185.

12. Henyey L. C., Greenstein J. L. Diffuse radiation in the Galaxy. *Astrophys. J.*, 1941, vol. 93, pp. 70–83.

13. Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. [Ishimaru A. Rasprostanenie i rasseyaniye voln v sluchayjno-neodnorodnykh sredax]. Moscow, 1981, 384 p.

14. Petnikova V.M., Tret'yakov E.V., Shuvalov V.V. Stability of the Henyey–Greenstein phase function and fast path integration under conditions of multiple light scattering. [Petnikova V.M., Tret'yakov E.V., Shuvalov V.V. Ustoychivost' fazovoy funktsii Xen'i–Grinshteyjna i bystroie integrirovaniye po putyam v usloviyakh mnogokratnogo rasseyaniya sveta]. *Kvantovaya elektronika — Quantum electronics*, 2006, vol. 36, no. 11, pp. 1039–1042.

Алмалиев Александр Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики ВГУ, г. Воронеж, Россия

E-mail: almaliev@phys.vsu.ru

Тел.: +7(473)253-03-60

Almaliev A. N., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Theoretical Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia

E-mail: almaliev@phys.vsu.ru

Тел.: +7(473)253-03-60

Копытин Игорь Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической физики ВГУ, г. Воронеж, Россия

E-mail: i-kopytin@yandex.ru

Тел.: +7(473)275-43-81

Kopytin I. V., Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Theoretical Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia

E-mail: i-kopytin@yandex.ru

Тел.: +7(473)275-43-81

Лукин Павел Викторович, инженер кафедры теоретической физики ВГУ, г. Воронеж, Россия

E-mail: lukin_pv@phys.vsu.ru

Lukin P. V., Engineer of the Department of Theoretical Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia

E-mail: lukin_pv@phys.vsu.ru