УДК 623.465

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАНЕВРА ЦЕЛИ ПО УГЛОМЕРНОЙ ИНФОРМАЦИИ В 2D ЗАДАЧЕ СЛЕЖЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ НАБЛЮДАТЕЛЯ ПРЯМОЛИНЕЙНЫМ КУРСОМ

Г. Л. Поляк

Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления РАН имени В. А. Трапезникова

Поступила в редакцию 10.01.2017 г.

Аннотация. На плоскости рассматриваются движения двух подвижных объектов — маневрирующей цели и следящим за ним наблюдателем, двигающимся за ним постоянными курсом и скоростью. Работа посвящена определению факта маневра и времени маневра цели.

В работе использованы результаты, полученные в работе Борисова В. Г., Поляка Г. Л., на основе которых получено уравнение линейной регрессии. Коэффициентами этой прямой являются величина изменения пеленга (ВИП), величина изменения расстояния логарифмическая (ВИРЛ), которые определяются по замерам множества пеленгов. Предполагая, что ошибка пеленгования распределена по нормальному закону, можно по уравнению регрессии предсказать пеленг, который должен быть при отсутствии маневра и сравнить его с фактически замеренным. Если разность пеленгов больше заданной ошибки, то имеется маневр цели.

Ключевые слова: пеленгование, величина изменения пеленга (ВИП), величина изменения расстояния логарифмическая (ВИРЛ), линейная регрессия.

DETERMINATION OF TARGET MANEUVER BY ANGULAR INFORMATION IN 2D TRACKING PROBLEM WHEN THE OBSERVER MOVES IN A STRAIGHT COURSE

G. L. Polyak

Abstract. Movements of two moving objects are considered on the plane — a maneuvering target and an observer watching it, moving at a constant rate and speed. The work is devoted to determination of the fact of the maneuver time and the maneuver goal.

The paper uses the results obtained in the work Borisova V. G., Polyaka G. L., on the basis of which the linear regression equation is obtained. The coefficients of this line are the value of the bearing change (VIP), the value of the distance change logarithmic (WIRL), which are determined by the measurements of the set of bearings. Assuming that the bearing error is distributed according to the normal law, it is possible to predict the bearing by the regression equation, which should be in the absence of maneuver and compare it with the actually measured one. If the bearing difference is greater than the specified error, there is a target maneuver.

Keywords: direction finding, the amount of change of bearing (VIP), the amount of change of the logarithmic distance (WIRL), linear regression.

ВВЕДЕНИЕ

Определение элементов движения цели является одним из основных задач, решаемых в процессе слежения за целью. Одним из главных требований к процессу определения ЭДЦ является: скрытность. Это требование приводит к тому, что наблюдателю желательно двигаться постоянными курсом и скоростью. При указанных условиях и при использовании пассивных методов наблюдения, обеспечивающих скрытность процесса определения ЭДЦ, определение курса, скорости и дистанции цели одним наблюдателем является невозможным, нужны дополнительные условия. Как показано в работе [2] одним из таких условий может оказаться время определения маневра цели.

В этой работе рассматривается процесс определения маневра цели как самостоятельная задача полезная как для определения ЭДЦ, так и для определения характера маневрирования цели. Задача решается путем пеленгования цели: по пеленгам определяется закономерность в множестве пеленгов при равномерном прямолинейном движении цели и в случае её маневра фиксируется изменение этой закономерности, что является критерием наличия маневра. Одновременно по этому изменению фиксируется время маневра.

Работа над алгоритмом состоит из следующих этапов.

На первом этапе, решая уравнения движения согласно [1], находим закон изменения пеленга в функции от величины изменения пеленга (ВИП) и величины изменения расстояния логарифмической (ВИРЛ), которые возможно определить при равномерных и прямолинейных движениях цели и наблюдателя. Полученный закон позволит прогнозировать пеленг на цель при дальнейшем движении и производить его сравнение с измеренным пеленгом. Расхождение измеренного и вычисленного пеленгов будет показателем наличия маневра цели. Однако такой подход может быть применен в идеальных условиях в том случае, если пеленг измеряется с малой помехой, и ею можно пренебречь. В противном случае необходимо применить другие методы обработки данных, в работе будет применен классический метод регрессионного анализа — линейная регрессия.

Следовательно, на втором этапе должна быть найдена линейная функция — линейная регрессия, которая связывает некоторые функции от измеряемых пеленгов и времени. Параметрами этой линейной модели будут как раз ВИП и ВИРЛ. Пользуясь уравнением линейной регрессии, методом наименьших квадратов получим оценки параметров уравнения регрессии. В нашем случае, опираясь на результаты первого этапа, найдем регрессионную модель движения двух объектов, которая является линейной по параметрам и по предикторам (первого порядка) [3]. Оказывается величина, равная обратной разности времен замера пеленгов, линейно связана с обратной величиной тангенса разности замеренных пеленгов. Построив уравнение регрессии, находим множественный коэффициент корреляции, который является квадратом коэффициента корреляции между измеренным и вычисленным выходным значением линии регрессии. Значение этого коэффициента заключено на единичном отрезке. Коэффициент корреляции является индикатором отсутствия (значения близкие к 1) или наличия маневра (значения близкие к нулю). Затем строится уравнение для сравнения прогнозируемого и измеряемого пеленгов при дальнейшем движении цели и наблюдателя.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предполагается, что имеются два движущихся на плоскости объекта, один из которых цель, другой наблюдатель, использующий пассивные средства наблюдения для получения пеленгов на цель. Цель движется равномерно и прямолинейно, совершая маневры по курсу в произвольные моменты времени. Наблюдатель движется постоянными курсом и скоростью, замеряя пеленга на цель в некоторые моменты времени, и по ним определяет факт и время маневра цели. Для построения алгоритма на первом этапе производится анализ взаимного движения обоих объектом в относительных координатах и выявляются те параметры траектории движения цели, которые возможно определить при прямолинейном движении наблюдателя (в данном случае эти параметры — ВИП и ВИРЛ). Имея эти данные, на втором этапе строим уравнение линейной регрессии, которое позволит вычислить квадрат множественного коэффициента корреляции, служащего индикатором наличия или отсутствия маневра. При отсутствии маневра цели на третьем этапе рассчитываем по уравнению регрессии прогнозируемый пеленг на цель вычисляем второй момент измеренной величины пеленга относительно прогнозируемой величины пеленга. Если момент больше дисперсии измеренного пеленга, то это будет означать начало маневра цели.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВИП И ВИРЛ ПУТЕМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛИ И НАБЛЮДАТЕЛЯ В ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

На первом этапе будем рассматривать определение параметров движения цели, которые определяются независимо одним наблюдателем. При этом будем предполагать, что цель и наблюдатель двигаются равномерно и прямолинейно. Тогда уравнения движения цели в относительных координатах (относительно наблюдателя) запишутся в следующем виде

$$\left.\begin{aligned} \frac{dD}{dt} &= v\cos(\Pi - K); \\ \frac{d\Pi}{dt} &= -\frac{V\sin(\Pi - K)}{D(t)}, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где: Π — пеленг наблюдателя на цель, D — дистанция между целью и наблюдателем, t — время, V — относительная скорость цели (константа), K — относительный курс цели (константа).

Относительный курс и относительная скорость цели связаны с курсами и скоростями наблюдателя и цели следующими зависимостями

$$\begin{cases} V\cos(\Pi - K) = V_2\cos(\Pi - K_2) - V_1\cos(\Pi - K_1); \\ V\sin(\Pi - K) = V_2\sin(\Pi - K_2) - V_1\sin(\Pi - K_1), \end{cases} \tag{2}$$

где: V_2, K_2 — скорость и курс цели (константы), V_1, K_1 — скорость и курс наблюдателя (константы).

Из системы (1) получим уравнение первого порядка в других координатах

$$\frac{dD}{d\Pi} = -D\frac{\cos(\Pi - K)}{\sin(\Pi - K)}. \tag{3}$$

Проинтегрируем уравнение (3) и будем иметь

$$D(t)\sin(\Pi(t) - K) = D_0\sin(\Pi_0 - K) = \mathrm{const}, \tag{4}$$

где D_0, Π_0 — начальные значения дистанции и пеленга.

Нижнее уравнение системы (1) представим в следующем виде

$$\frac{d\Pi}{dt} = -\frac{V\sin^2(\Pi - K)}{D\sin(\Pi - K)} = -\frac{V\sin^2(\Pi - K)}{D_0\sin(\Pi_0 - K)}. \tag{5}$$

В силу соотношения (4) знаменатель в правой части уравнения (5) не зависит от переменной величины t, поэтому после интегрирования будем иметь

$$\mathrm{ctg}(\Pi - K) = \mathrm{ctg}(\Pi_0 - K) + \frac{V}{D_0\sin(\Pi_0 - K)}(t - t_0). \tag{6}$$

Если левую часть равенства (6) умножить на левую часть равенства (4), а правую часть равенства (6) умножить на правую часть равенства (4) и в полученном равенстве сделать необходимые преобразования, то получим решение уравнения (5) в виде

$$D\cos(\Pi - K) = D_0\cos(\Pi_0 - K) + V(t - t_0). \tag{7}$$

Введем обозначения

$$\begin{cases} \alpha = \alpha(t) = \dfrac{D(t)\sin(\Pi(t) - K)}{V}; \\ \beta = \beta(t) = \dfrac{D(t)\cos(\Pi(t) - K)}{V}, \end{cases} \tag{8}$$

где $D(t)$, $\Pi(t)$ — дистанция и пеленг.

При обозначениях (8) решение уравнений (1) будет иметь вид

$$\begin{aligned} &\alpha = \alpha_0, \\ &\beta(t) = \beta_0 + t - t_0. \end{aligned} \tag{9}$$

Из приведенных выше выкладок следует вывод, что в режиме пеленгования можно определить только комплексные величины α и β или величины производные от них.

Перейдем от них к более понятным, физически ясным показателям. Для этого преобразуем уравнения (1), умножив числитель и знаменатель в правых частях на одно и то же выражение

$$\begin{aligned} &\frac{dD}{dt} = V\cos(\Pi - K) = \frac{\frac{D^2}{V^2}V\cos(\Pi - K)}{\frac{D^2}{V^2}}; \\ &\frac{1}{D}\frac{dD}{dt} = \frac{d\ln D}{dt} = \frac{\frac{D}{V}\cos(\Pi - K)}{\frac{D^2}{V^2}} = \frac{\beta(t)}{\alpha^2 + \beta^2(t)}, \end{aligned} \tag{10}$$

$$\frac{d\Pi}{dt} = -\frac{V}{D}\sin(\Pi - K) = -\frac{\frac{D}{V}\sin(\Pi - K)}{\frac{D^2}{V^2}} = -\frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}. \tag{11}$$

Из уравнения (11) определяется производная пеленга, которая называется величиной изменения пеленга ***ВИП*** $= \frac{d\Pi}{dt}$. Из уравнения (10) определяется производная логарифма дистанции. В штурманской практике пользуются значением производной дистанции, которую называют величиной изменения расстояния ***ВИР***. По аналогии введено обозначение ***ВИРЛ*** $= \frac{d\ln(D)}{dt}$, которая названа величиной изменения расстояния логарифмической. Эта величина отвечает на вопрос: во сколько раз изменилась дистанция, в то время как ***ВИР*** отвечает на вопрос на сколько изменилась дистанция. ***ВИРЛ*** имеет то преимущество, что она может быть рассчитана только по замерам пеленгов, в то время как для получения ***ВИР*** требуются замеры дистанции. Отметим, что обе введенные величины имеют ясный физический смысл.

Таким образом, без выполнения специального маневрирования только по замерам пеленгов могут быть определены сторона движения цели по ***ВИП*** и тем самым отсечѐн зеркальный курс цели, а также определено по ***ВИРЛ*** изменение дистанции в сторону сближения или удаления с целью.

Для определения ***ВИП*** и ***ВИРЛ*** достаточно иметь только три пеленга Π_0, Π_1, Π_2. Уравнения для вычисления ***ВИП*** и ***ВИРЛ*** получим из следующих формул.

Из соотношений (8) получим уравнение $\mathrm{tg}(\Pi(t) - K) = \frac{\alpha}{\beta(t)}$, из которого следуют уравнения при трёх замерах пеленгов

$$\Pi_k - \Pi_0\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\alpha_0}{\beta_0 + (t_k - t_0)}\right) - \mathrm{arctg}\left(\frac{\alpha_0}{\beta_0}\right), \quad k = 1, 2, \tag{12}$$

где: Π_k — текущие пеленги в моменты времени t_k, а Π_0 — пеленг в начальный момент времени t_0. Из этих двух уравнений можно определить две неизвестные величины α_0, β_0.

Возьмем тангенс от левой и правой частей формулы (9), затем воспользуемся определениями ***ВИРЛ*** (10) и ***ВИП*** (11), тогда получим

$$A_k = \mathrm{tg}(\Pi_k - \Pi_0) = \frac{r_k \cdot \boldsymbol{ВИП}_0}{1 + r_k \cdot \boldsymbol{ВИРЛ}_0}, \tag{13}$$

где: $\boldsymbol{ВИП}_0$, $\boldsymbol{ВИРЛ}_0$ — значения величин при t_0, $r_k = t_k - t_0$.

Формулу (13) будем использовать для прогнозирования значений пеленгов на цель для любого t_k, при котором разница пеленгов достигает несколько значений средней квадратической ошибки пеленгования.

УРАВНЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

Поскольку уравнение (13) справедливо для любого $r_k = t_k - t_0 > 0$, то путем алгебраических преобразований получим

$$\frac{1}{A_k} = \frac{1}{r_k} \cdot \frac{1}{\boldsymbol{ВИП}_0} + \frac{\boldsymbol{ВИРЛ}_0}{\boldsymbol{ВИП}_0}. \tag{14}$$

Введем обозначения $Y = \frac{1}{A_k}$, $X = \frac{1}{r_k}$, $a_0 = \frac{\boldsymbol{ВИРЛ}_0}{\boldsymbol{ВИП}_0}$, $a_1 = \frac{1}{\boldsymbol{ВИП}_0}$. Тогда уравнение (14) можно записать в виде линейной регрессии

$$Y = a_0 + a_1 X. \tag{15}$$

Пусть мы имеем множество из n наблюдений (X_1, Y_1), (X_2, Y_2),..., (X_n, Y_n). Тогда уравнение (15) можно записать в виде [3]

$$Y_i = a_0 + a_1 X_i + \varepsilon_i, \text{ где } i = 1, 2, \ldots, n. \tag{16}$$

Для определения коэффициентов a_0, a_1 к уравнениям (16) применим метод наименьших квадратов [3], тогда введем обозначения $X_{cp} = \sum X_i/n$, $Y_{cp} = \sum Y_i/n$ и запишем

$$S_{XY} = \sum (X_i - X_{cp})(Y_i - Y_{cp}) = \sum X_i Y_i - n X_{cp} Y_{cp},$$

$$S_{XX} = \sum (X_i - X_{cp})^2 = \sum X_i^2 - n X_{cp}^2.$$

Пользуясь этими обозначениями, получим формулу для a_1 в (15)

$$a_1 = S_{XY}/S_{XX}. \tag{17}$$

Относительно свободного члена получим формулу

$$a_0 = Y_{cp} - a_1 X_{cp}. \tag{18}$$

С помощью подстановки уравнения (18) в уравнение (15) получим оцениваемое уравнение регрессии

$$Y_{iP} = Y_{cp} + a_1(X_i - X_{cp}), \tag{19}$$

где a_1 определяется уравнением (17), Y_{iP} — значение вычисленное по уравнению регрессии. Уравнение (19) при достаточно большом значении i в случае равномерного и прямолинейного движения наблюдателя и цели должно практически совпадать с уравнением (15), а следовательно и с уравнением (16). Определить степень близости вычисленных Y_{iP} (19) и измеренных Y_i (16) можно путем вычисления квадрата множественного коэффициента корреляции, используемого в дисперсионном анализе [3]

$$R^2 = \frac{\sum(Y_{icp} - Y_{cp})^2}{\sum(Y_i - Y_{cp})^2}. \tag{20}$$

Значение этого показателя близко к единице, если цель не маневрирует. Расчеты показывают, что его значение при средней квадратической ошибке пеленговании 12 минут, при дистанции до цели не более 10 миль равно 0,96 − 0,99. Этот показатель достаточно надежен для выявления отсутствия маневра, поскольку прямолинейные галсы требует достаточно длительного времени наблюдения.

Учитывая уравнения (13), обозначения уравнения (14), можно написать вычисленное методом наименьших квадратов значение прогнозируемого пеленга для любого момента времени r_k

$$\Pi_k = \Pi_0 + \operatorname{arctg} \frac{r_k}{a_1 + a_0 r_k}. \tag{21}$$

ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ: ЦЕЛЬ ДВИЖЕТСЯ ПРЯМОЛИНЕЙНО И РАВНОМЕРНО ИЛИ ЦЕЛЬ МАНЕВРИРУЕТ

Предполагается, что маневрирование цели следует после равномерного и прямолинейного движения ее в течение некоторого времени, позволяющее наблюдателю получить уравнение (21). Предполагается, что через некоторые промежутки времени r_i наблюдатель измеряет пеленга Π_i, которые являются статистически независимыми и распределенными по нормальному закону с известным средним квадратическим отклонением σ, определяемым по характеристикам измерительной аппаратуры.

За показатель, который будет определять верность той или иной гипотезы, примем квадрат разности измеренного и предсказанного пеленгов

$$E = (\Pi_i - \Pi_i(21))^2\,, \tag{22}$$

где Π_i, $\Pi_i(21)$ — соответственно измеренный пеленг на цель на момент времени r_i и прогнозируемый пеленг на тот же момент времени.

Величина E является вторым моментом величины Π_i относительно $\Pi_i(21)$. Если i-ое измерение производится при продолжающемся равномерном и прямолинейном движении цели и критерий (20) указывает на достаточно точное определение прогнозируемого пеленга $\Pi(21)$, то его значение можно принять за математическое ожидание измеренного пеленга. В этом случае E равно дисперсии или квадрату среднему квадратическому отклонению σ^2, которое известно.

Таким образом получаем, если $E \leqslant \sigma^2$, то цель не маневрирует, в противном случае возможно маневрирует. В первом случае измерение можно использовать для уточнения уравнения регрессии. Во втором случае следует ввести некоторую положительную величину $B = (k\sigma)^2$ и принять условие [4]:

Если $\sigma^2 \leqslant E \leqslant B$, то это измерение отбросить, если $E \geqslant B$, то принять гипотезу, что цель маневрирует. Значение k можно принять равным двум или трем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый способ определения маневра цели только по угломерной информации без определения координат и параметров движения цели. Наблюдатель при этом должен двигаться равномерно и прямолинейно, что позволяет определять маневрирование сразу несколько целей. В основе способа определения маневра по пеленгам лежит полученное в работе уравнение линейно связывающее котангенс разности пеленгов с величиной обратной времени (уравнение (14). Следствием этого уравнения является уравнение линейной регрессии (15). Применяя метод наименьших квадратов, из уравнения (15) получаем формулу (21) для вычисления прогнозируемого пеленга при движении цели равномерно и прямолинейно. Критерием маневра принят второй момент измеренного пеленга относительно прогнозируемого пеленга (22). Отметим, что чем точнее будет вычислен прогнозируемый пеленг (21), тем быстрее будет определен маневр цели (22).

Использование данного способа позволит определить характер маневрирования цели, что само по себе полезно и может быть использовано при определении элементов движения цели [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисов, В. Г. Определение координат и параметров движения цели на прямолинейных курсах / В. Г. Борисов, Г. Л. Поляк // Сборник “Труды крыловского государственного центра”. — 2014. — Вып. 81 (365). — С. 151–160.

2. Поляк, Г. Л. Определение координат и параметров движения при маневрировании цели или преследователя / Г. Л. Поляк // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2016. — № 2. — С. 138–144.

3. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ. Книга 1 / Н. Дрейпер, Г. Смит. — М. : «Финансы и статистика», 1986.

4. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. — Москва : Физматгиз, 1960.

REFERENCES

1. Borisov V.G., Polyak G.L. Determination of coordinates and motion parameters purposes on straight courses. [Borisov V.G., Polyak G.L. Opredelenie koordinat i parametrov dvizheniya celi na pryamolinejnyx kursax]. *Trudy krylovskogo gosudarstvennogo centra — Proceedings of the Krylov state center*, 2014, iss. 81 (365), pp. 151–160.

2. Polyak G.L. Determining the coordinates and driving parameters in maneuvering purpose or pursuers. [Polyak G.L. Opredelenie koordinat i parametrov dvizheniya pri manevrirovanii celi ili presledovatelya]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2016, no. 2, pp. 138–144.

3. Draper N., Smith G. Applied regression analysis. Book 1. [Dreyjper N., Smit G. Prikladnoyj regressionnyyj analiz. Kniga 1]. Moscow, Finance and statistics, 1986.

4. Wald A. Sequential analysis. [Val'd A. Posledovatel'nyyj analiz]. Moscow, 1960.

Поляк Г. Л., Старший научный сотрудник, Институт проблем управления РАН имени В. А. Трапезникова, Москва, Россия
E-mail: lfplk@ipu.ru
Тел.: +7(495)334–78–01

Polyak G. L., Senior researcher, Institute of control Sciences named after V. A. Trapeznikova, Moscow, Russia
E-mail: lfplk@ipu.ru
Tel.: +7(495)334–78–01