

# СПЕКТРОГРАММЫ ЧИРПИРОВАННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

А. Ф. Клинских, Н. П. Стадная

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 25.03.2019 г.

**Аннотация.** В настоящее время большой интерес представляет исследование параметров фемтосекундных чирпированных импульсов. Это связано с разнообразными практическими приложениями в физических, химических, биологических процессах. Для их характеристики в экспериментальных исследованиях используются частотно-временные спектрограммы. В работе проведён расчёт спектрограмм чирпированных оптических импульсов, проанализированы спектрограммы импульсов с различными несущими частотами и длительностями, отличающимися по знаку и величине чирпирования. Установлено изменение вида спектрограммы при вариации входных параметров импульсов, что может служить основой алгоритмов по оценке параметров импульсов, как входных, так и рассеянных.

**Ключевые слова:** спектрограмма, чирпированный импульс, чирп, “оконая” функция, волоконная оптика.

## SPECTROGRAMS OF CHIRPED OPTICAL PULSES

A. F. Klinskikh, N. P. Stadnaya

**Abstract.** Femtosecond chirped pulses parameters study is of great current interest. This is due to different applications in physical, chemical, biological processes. The time-frequency spectrograms used for experimental studies descriptions. In present paper spectrograms of chirped optical pulses are calculated, spectrograms of pulses with different carrier frequencies and durations, which differed by magnitude and sign, are studied. The changing of input pulse parameters affect by the spectrogram and can serve as a basis for algorithms for evaluation pulse parameters both input and scattered.

**Keywords:** spectrogram, chirped pulse, chirp, gating function, fiber optics.

## ВВЕДЕНИЕ

Современные экспериментальные приложения фемтосекундных импульсов связаны с зондированием сверхбыстрых физических, химических и биологических процессов [1–4]. При интерпретации получаемых результатов основной интерес представляют данные о параметрах импульсов, таких как длительность и интенсивность. Особое внимание обращают на экспериментальное исследование чирпированных импульсов, частота которых плавно меняется со временем [5–9]. Чирп (величина чирпирования) определяет характер частотной модуляции, то есть зависимость частоты от времени.

Определение характеристик сверхкоротких оптических импульсов проводится в настоящее время с использованием методики частотно-разрешённого оптического стробирования. Она позволяет получать частотно-временную спектрограмму  $S(f, \tau)$  как функцию двух переменных (частоты  $f$  и времени задержки  $\tau$ ).

В работе рассматривается простой и наглядный аналитический способ определения параметров чирпированных импульсов с использованием спектрограмм.

## АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СПЕКТРОГРАММ

Решение задачи определения характеристик (интенсивности, частоты, длительности) сверхкоротких оптических импульсов стало возможным после применения в 1991 году Р. Требино и Д. Дж. Кейном методики частотно-разрешённого оптического стробирования (техника FROG) [10]. Общая идея этого метода состоит в наложении (формировании суперпозиции) импульса вида  $U(t)$  с импульсом той же формы в нелинейной среде. При этом “копия” импульса отстаёт от него на время задержки  $\tau$  и выражается через “оконную” функцию  $W(t-\tau)$ . Метод позволяет получать информацию об интенсивности и спектре сигнала. Таким образом, методика эксперимента обеспечивает получение оптической спектрограммы  $S(f, \tau)$  (функции интенсивности в зависимости от частоты и времени задержки):

$$S(f, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(t) W(t - \tau) e^{i \cdot 2\pi f t} dt \right|^2 . \quad (1)$$

В том случае, когда  $W(t)=U(t)$ , сигнал формируется в результате процесса генерации второй гармоники. Вариации данного метода позволяют получать спектрограммы с использованием и других нелинейных процессов [1, 11, 12]. Так, если выбрать в качестве “оконной” функции  $W(t) = |U(t)|^2$ , то это будет соответствовать использованию эффекта Керра, а при  $W(t) = U^2(t)$  – использованию процесса генерации третьей гармоники [1, 13].

Представляет интерес построение и сравнительный анализ спектрограмм, полученных при использовании “оконных” функций различного вида, а также анализ характеристик chirпированного импульса по знаку и величине chirпа, длительности и амплитуде импульса. Далее проводится сравнение трёх вышеприведённых “оконных” функций для импульса с линейным chirпированием, который задаётся уравнением:

$$U(t) = A_0 e^{-\frac{t^2}{\gamma^2} - i \cdot 2\pi f_0 t - i a \cdot \frac{t^2}{\gamma^2}} , \quad (2)$$

где  $A_0$  и  $f_0$  – амплитуда и несущая частота сигнала соответственно,  $\gamma$  – длительность импульса,  $a$  – величина chirпирования. Вид импульса показан на рис. 1.

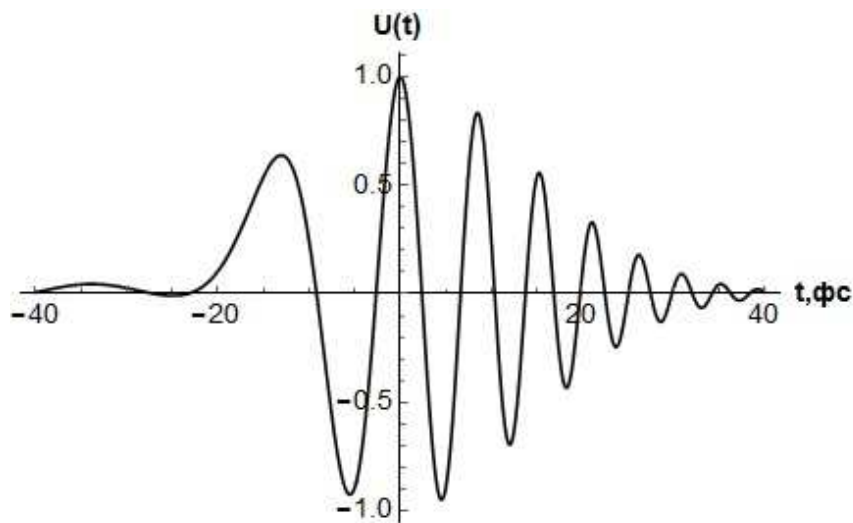


Рис. 1. Вид импульса  $Re\{U(t)\}$  при  $A_0 = 1$ ,  $a = 5$ ,  $f_0 = 0,1$  ПГц,  $\gamma = 20$  фс

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Отметим, что для выбранных “оконных” функций возможен аналитический расчёт спектрограмм. Особенностью результата является схожая структура  $S(f, \tau)$  вида:

$$S(f, \tau) = \frac{\pi F}{\sqrt{C^2 + D^2}} \exp\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{AC + BD}{C^2 + D^2}\right), \quad (3)$$

где коэффициенты  $A, B, C, D$  и  $F$  зависят от вида  $W(t)$  (таблица 1). Отметим, что величины  $A, B, C$  и  $D$  имеют размерность [время<sup>-2</sup>].

Таблица 1.

$W$	$F$	$A$	$B$	$C$	$D$
$W_1 =  U(t) ^2$	$A_0^6 e^{-\frac{4\tau^2}{\gamma^2}}$	$\frac{16\tau^2}{\gamma^4} - 4\pi^2 (f - f_0)^2$	$\frac{16\pi\tau}{\gamma^2} (f - f_0)$	$\frac{3}{\gamma^2}$	$\frac{a}{\gamma^2}$
$W_2 = U(t)$	$A_0^4 e^{-\frac{2\tau^2}{\gamma^2}}$	$\frac{4\tau^2}{\gamma^4} - \left(\frac{2a\tau}{\gamma^2} + 2\pi (f - 2f_0)\right)^2$	$\frac{4\tau}{\gamma^2} \left(\frac{2a\tau}{\gamma^2} + 2\pi (f - 2f_0)\right)$	$\frac{2}{\gamma^2}$	$\frac{2a}{\gamma^2}$
$W_3 = U^2(t)$	$A_0^6 e^{-\frac{4\tau^2}{\gamma^2}}$	$\frac{16\tau^2}{\gamma^4} - \left(\frac{4a\tau}{\gamma^2} + 2\pi (f - 3f_0)\right)^2$	$\frac{8\tau}{\gamma^2} \left(\frac{2a\tau}{\gamma^2} + 2\pi (f - 3f_0)\right)$	$\frac{3}{\gamma^2}$	$\frac{3a}{\gamma^2}$

На рис. 2 представлены спектрограммы для случая импульса с положительным chirпированием величиной  $a = 5$  (несущая частота импульса  $f_0 = 0,1$  ПГц, амплитуда  $A_0 = 1$ , длительность импульса  $\gamma = 20$  фс).

Из спектрограмм видно, что сам эффект chirпирования фиксируется с использованием “оконной” функции вида  $W_1 = |U(t)|^2$ , соответствующей реализации эффекта Керра, причём качественно это отображается в виде наклона линий уровня функции  $S(f, \tau)$  (рис. 2а). Протяжённость линий уровня спектрограммы соответствует длительности импульса. Отметим, что пики спектрограмм в случае использования процессов генерации второй и третьей гармоник отвечают значениям частот  $2f_0$  и  $3f_0$  соответственно.

При другом знаке chirпа изменения будут наблюдаться только на спектрограмме, полученной с помощью “оконной” функции вида  $W_1 = |U(t)|^2$ , а именно, изменится наклон линий уровня спектрограммы (рис. 3а).

Далее будут представлены спектрограммы, полученные только с использованием “оконной” функции  $W_1 = |U(t)|^2$ . Изменение величины chirпа отражается на спектрограмме изменением угла наклона (рис. 4). Причём, чем больше величина chirпа, тем больше угол наклона линий уровня спектрограммы, отсчитываемый от вертикали.

При изменении длительности импульса соответственно изменяется протяжённость линий уровня спектрограммы (рис. 5).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Спектрограммы в методе частотно-разрешённого оптического стробирования позволяют получать информацию об интенсивности импульса и его спектре. В случае исследования chirпированного импульса оказывается, что данные о величине chirпа можно получить только с использованием “оконной” функции, отвечающей эффекту Керра. При этом сам эффект chirпирования проявляется в виде наклона линий уровня спектрограммы, знак chirпа определяет направление наклона (положительный chirп – наклон вправо, отрицательный – влево), а величина chirпа – значение угла наклона линий уровня спектрограммы относительно вертикали. Отметим, что помимо информации о характере chirпирования, по спектрограмме можно определить длительность и интенсивность сигнала. Представляет интерес дальнейшее исследование спектрограмм chirпированных оптических импульсов, как входных, так и рассеянных.

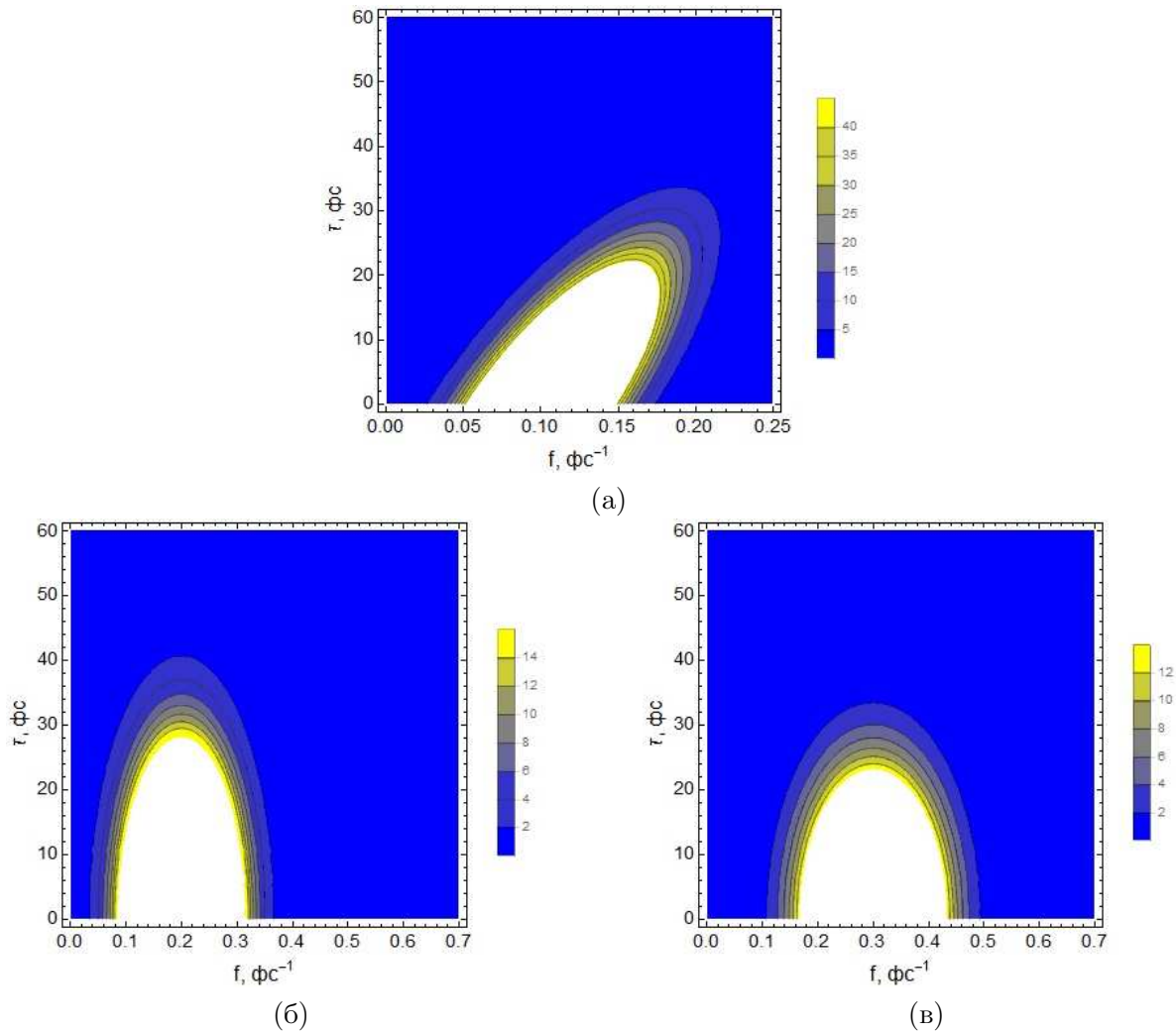


Рис. 2. Спектрограммы для chirпированного импульса ( $a=5$ ) с  $f_0 = 0,1$  ПГц,  $A_0 = 1$ ,  $\gamma = 20$  фс и “оконными” функциями вида  $W_1(t)$  (а),  $W_2(t)$  (б),  $W_3(t)$  (в).

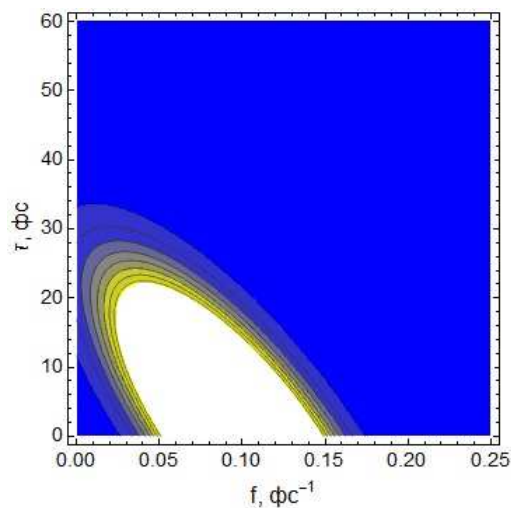


Рис. 3. Спектрограммы для chirпированного импульса ( $a = -5$ ) с  $f_0 = 0,1$  ПГц,  $\gamma = 20$  фс и “оконными” функциями вида  $W_1(t)$  (а),  $W_2(t)$  (б),  $W_3(t)$  (в).

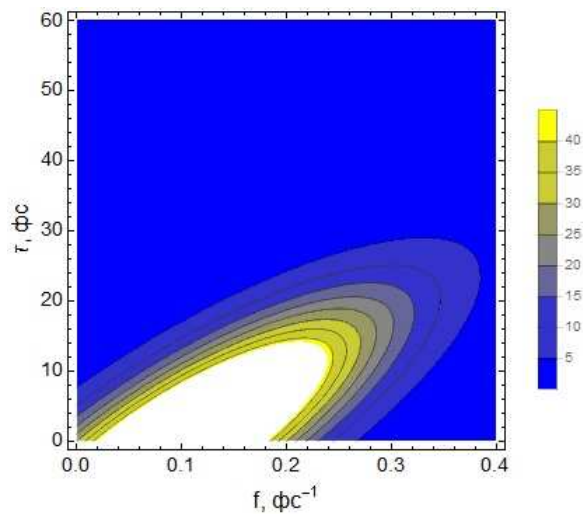


Рис. 4. Спектрограмма для chirпованного импульса ( $a = 15$ ) с  $f_0 = 0,1$  ПГц,  $A_0 = 1$ ,  $\gamma = 20$  фс и “оконной” функцией вида  $W_1(t)$ .

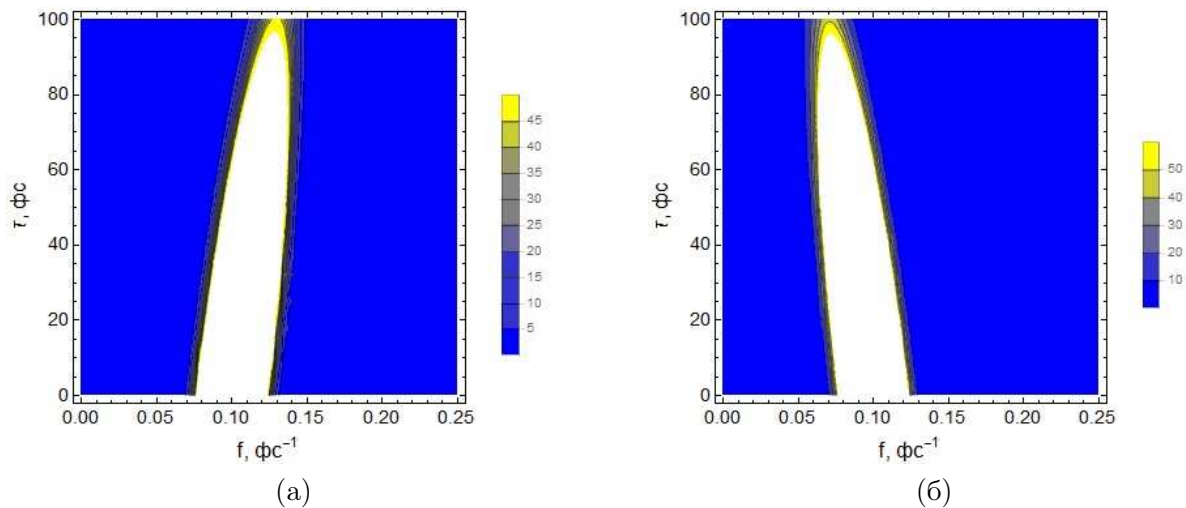


Рис. 5. Спектрограммы для импульса с  $f_0 = 0,1$  ПГц,  $A_0 = 1$ ,  $\gamma = 100$  фс и “оконной” функции вида  $W_1(t)$  с  $a = 5$  (а),  $a = -5$  (б).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Салех, Б. Оптика и фотоника. Принципы и применения. В 2 т. Т. 2 / Б. Салех, М. Тейх. — Долгопрудный : Издательский дом “Интеллект”, 2012. — 784 с.
2. Krausz, F. Attosecond physics / F. Krausz, M. Ivanov // *Reviews of Modern Physics*. — 2009. — V. 81. — P. 163–234.
3. Dudley, J. M. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber / J. M. Dudley, G. Genty, S. Coen // *Reviews of Modern Physics*. — 2006. — V. 78. — P. 1135–1184.
4. Крюков, П. Г. Фемтосекундные импульсы / П.Г.Крюков. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 208 с.
5. Ekert, A. Chirped pulses and squeezing in parametric down-conversion / A. Ekert, K. Rzazewski // *Physical Review A*. — 1988. — V. 15, № 4. — P. 1366–1367.
6. Hollstein, M. Stimulated resonant inelastic x-ray scattering with chirped, broadband pulses / M. Hollstein, N. Rohringer // *Physical Review A*. — 2019. — 99, 013425. — P. 1–11.
7. Intrinsic chirp of single-cycle pulses / Q. Lin, J. Zheng, H. Chen, X.-C. Zhang // *Physical Review A*. — 2010. — 81, 043821. — P. 1–4.
8. Coherent control of ultracold  $^{85}\text{Rb}$  trap-loss collisions with nonlinearly frequency-chirped light / J. A. Pechkis, J. L. Carini, C. E. Rogers, P. L. Gould // *Physical Review A*. — 2011, — 83, 063403. — P. 1–5.
9. Ярив А. Оптические волны в кристаллах // А.Ярив, П.Юх - М.: Мир, 1987. — 616 с.
10. Trebino, R. Frequency-resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses / R. Trebino. — Kluwer Academic, Dordrecht, 2002.
11. Measurement and control of the frequency chirp rate of high-order harmonic pulses / J. Mauritsson et. al. // *Physical Review A*. — 2004. — 70, 021801(R). — P. 1–4.
12. High-order-harmonic generation driven by pulses with angular spatial chirp / C. Hernandez-Garcia et. al. // *Physical Review A*. — 2016. — V. 93. — P. 1–7.
13. Демтрёдер, В. Современная лазерная спектроскопия // В. Демтрёдер. — Долгопрудный : Издательский дом “Интеллект”, 2014. — 1072 с.

## REFERENCES

1. Saleh B., Teich M. Fundamentals of Photonics. [Saleh B., Teich M. Optika i fotonika. Principy i primeneniya]. Dolgoprudny, 2012, 784 p.
2. Krausz F., Ivanov M. Attosecond physics. *Reviews of modern physics*, 2009, vol. 81, pp. 163–234.
3. Dudley J.M., Genty G., Coen S. Supercontinuum generetaion in photonic crystal fiber. *Reviews of modern physics*, 2006, vol. 78, pp. 1135–1184.
4. Krukov P.G. Femtosecond pulses. [Kryukov P.G. Femtosekundnye impul'sy]. Moscow, 2008, 208 p.
5. Ekert A., Rzazewski K. Chirped pulses and squeezing in parametric down-conversion. *Physical review A*, 1988, V. 15, № 4, pp. 1366–1367.
6. Hollstein M., Rohringer N. Stimulated resonant inelastic x-ray scattering with chirped, broadband pulses, *Physical review A*, 2019, 99, 013425, pp. 1–11.
7. Lin Q., Zheng J., Chen H., Zhang X.-C. Intrinsic chirp of single-cycle pulses. *Physical Review A*, 2010, 81, 043821, pp. 1–4.
8. Pechkis J.A., Carini J.L., Rogers C.E., Gould P.L. Coherent control of ultracold  $^{85}\text{Rb}$  trap-loss collisions with nonlinearly frequency-chirped light. *Physical Review A*, 2011, 83, 063403, pp. 1–5.
9. Yariv A., Yuh P. Optical waves in crystals. [Yariv A., Yuh P. Opticheskie volny v kristallax]. Moscow: Mir, 1987, 616 p.

10. Trebino R. Frequency-resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses. Kluwer Academic, Dordrecht, 2002.

11. Mauritsson J., Johnsson P., López-Martens R., Varjú K., Kornelis W. Measurement and control of the frequency chirp rate of high-order harmonic pulses. *Physical Review A*, 2004, 70, 021801(R), pp. 1–4.

12. Hernandos-Garcia C., Becker-Jaron A., Hickstein D., Becker A., Durfee C.D. High-order-harmonic generation driven by pulses with angular spatial chirp. *Physical Review A*, 2016, vol. 93, pp. 1–7.

13. Demtredner V. Contemporary laser spectroscopy. [Demtroyder V. *Sovremennaya lazernaya spektroskopiya*]. Dolgoprudnyu, 2014, 1072 p.

*Клинских Александр Федотович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей физики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия  
E-mail: klinskikh@phys.vsu.ru*

*Klinckikh Alexander Fedotovich, Doctor of Physical and Mathematical sciences, Professor, Head of the Department General Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia  
E-mail: klinskikh@phys.vsu.ru*

*Стадная Надежда Павловна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия  
E-mail: St.hope11@gmail.com*

*Stadnaya Nadezhda Pavlovna, Candidat Physical and Mathematical sciences, Associate Professor of the Department General Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia,  
E-mail: St.hope11@gmail.com*