

# ОБНАРУЖЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО СКАЧКООБРАЗНОГО ИЗМЕНЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГАУССОВСКОГО ПРОЦЕССА\*

Л. А. Голпайегани, К. С. Калашников, М. М. Шахморadian

*Национальный исследовательский университет "МЭИ",  
Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 08.10.2018 г.

**Аннотация.** Предложен максимально правдоподобный алгоритм обнаружения скачкообразного изменения неизвестных математического ожидания и дисперсии быстрофлуктуирующего гауссовского случайного процесса в неизвестный момент времени, допускающий техническую реализацию, существенно более простую по сравнению с получаемыми на основе известных подходов. С помощью совместного применения методов малого параметра и локально-марковской аппроксимации найдены асимптотически точные формулы для вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода. Методами статистического имитационного моделирования на ЭВМ установлено удовлетворительное согласование полученных теоретических результатов с соответствующими экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** разладка случайного процесса, математическое ожидание, дисперсия, метод максимального правдоподобия, разрывный параметр, метод малого параметра, метод локально-марковской аппроксимации, вероятность ложной тревоги, вероятность пропуска сигнала, статистическое моделирование.

## DETECTING THE UNKNOWN STEPWISE CHANGE OF THE GAUSSIAN PROCESS ENERGY PARAMETERS

L. A. Golpaiegani, K. S. Kalashnikov, M. M. Shahmoradian

**Abstract.** The maximum likelihood algorithm is introduced for detecting the abrupt change of the unknown mathematical expectation and the dispersion of a fast-fluctuating Gaussian random process at the unknown point of time. This algorithm can be technically implemented much simpler than the ones obtained by means of the common approaches. By applying the joint application of the small parameter method and the local Markov method, the closed asymptotically exact expressions are found for the error probabilities of the type I and II. By means of the statistical computer simulation, the satisfactory agreement is established between the obtained theoretical results and the corresponding experimental data.

**Keywords:** abrupt change of random process, mathematical expectation, dispersion, maximum likelihood method, discontinuous parameter, small parameter method, local Markov approximation method, false alarm probability, missing probability, statistical simulation.

### ВВЕДЕНИЕ

Задача статистического анализа разладки (скачкообразного изменения в некоторый момент времени) среднего значения и средней мощности случайного процесса имеет широкие приложения в технической и медицинской диагностике, теории управления, при обработке данных измерений и пр. [1-3]. Как правило, в известной литературе при ее постановке

\* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 17-71-10057)

© Голпайегани Л. А., Калашников К. С., Шахморadian М. М., 2019

помимо предположения о гауссовском характере реализации наблюдаемых данных накладываются некоторые дополнительные ограничения. Так в [1] предполагается, что отсчеты наблюдаемого процесса статистически независимы, в [2,3] рассматриваются в основном лишь авторегрессионные модели информационного сигнала и т.д. Кроме того, синтез алгоритмов обнаружения момента разладки во многих случаях проводился в условиях полной априорной определенности относительно других характеристик анализируемого случайного процесса. В [4] предложен эффективный алгоритм определения разладки неизвестного математического ожидания гауссовского случайного процесса, а в [5] – неизвестной дисперсии. Однако достаточно часто имеет место совместная априорная неопределенность относительно одновременно скачкообразно изменяющихся указанных энергетических параметров случайного процесса [1,3,6 и др.].

В настоящей работе предложен технически простой способ обнаружения момента разладки неизвестных математического ожидания и дисперсии гауссовского случайного процесса в предположении лишь быстроты его флуктуаций (сильное условие) и относительной равномерности его спектральной плотности (слабое условие). Теоретически и экспериментально найдены характеристики синтезированного обнаружителя.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Представим аналитически разладку математического ожидания и дисперсии гауссовского случайного процесса  $\xi(t)$  в некоторый момент времени  $\lambda_0$  следующим образом:

$$\xi(t) = a_{01} + (a_{02} - a_{01}) \theta(t - \lambda_0) + [\sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1) \theta(t - \lambda_0)] \nu(t). \quad (1)$$

Здесь  $\theta(t) = 0$  при  $t < 0$  и  $\theta(t) = 1$  при  $t \geq 0$  – функция Хевисайда,  $a_{01}$ ,  $a_{02}$  и  $\sigma_1^2$ ,  $\sigma_2^2$  – математические ожидания и дисперсии процесса  $\xi(t)$  при  $t < \lambda_0$  и  $t \geq \lambda_0$  соответственно, а  $\nu(t)$  – стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым средним значением и средней мощностью, равной 1.

Полагаем, что случайный процесс  $\nu(t)$  занимает всю рабочую полосу частот  $\Omega$ , так что его спектральную плотность можно представить как [4-6]

$$G(\omega) = \frac{2\pi}{\Omega} \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \Omega/2, \\ 0, & |\omega| > \Omega/2. \end{cases} \quad (2)$$

Помехи и погрешности регистрации процесса (1) аппроксимируем гауссовским белым шумом  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . Таким образом, на интервале  $t \in [0, T]$  наблюдается аддитивная смесь вида

$$x(t) = \xi(t) + n(t). \quad (3)$$

Параметры  $\lambda_0$ ,  $a_{01}$ ,  $a_{02}$ ,  $\sigma_1^2$ ,  $\sigma_2^2$  являются неизвестными и принимают значения из априорных интервалов  $\lambda_0 \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$ ,  $a_{01} \in (-\infty, \infty)$ ,  $a_{02} \in (-\infty, \infty)$ ,  $\sigma_1^2 \in [0, \infty)$ ,  $\sigma_2^2 \in [0, \infty)$ . При этом будем считать, что флуктуации процесса  $\xi(t)$  являются “быстрыми”, так что выполняется условие

$$\mu_{\min} = T_{\min} \Omega / 4\pi \gg 1, \quad (4)$$

где  $T_{\min} = \min(\lambda_0, T - \lambda_0)$ .

На основе наблюдаемой реализации (3) и имеющейся априорной информации необходимо вынести решение о наличии или отсутствии скачкообразного изменения математического ожидания и дисперсии процесса  $\xi(t)$ .

## 2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ

При синтезе алгоритма обнаружения разладки математического ожидания и дисперсии процесса  $\xi(t)$  выделим два возможных случая: 1) гипотеза  $H_0$ :  $a_{01} = a_{02}$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2$ , т. е. разладка отсутствует; 2) гипотеза  $H_1$ :  $a_{01} \neq a_{02}$  и/или  $\sigma_1 \neq \sigma_2$ . Для решения задачи проверки гипотез воспользуемся методом максимального правдоподобия [6, 7], в соответствии с которым найдем выражения решающих статистик — логарифмов функционалов отношения правдоподобия (ФОП) — для сформулированных альтернатив. Используя результаты [6], при гипотезах  $H_0$ ,  $H_1$  против альтернативы  $H$ :  $x(t) = n(t)$  для логарифмов ФОП имеем

$$\begin{aligned}
 H_0 : \quad L_0(a_1, d_1) &= \frac{d_1}{N_0(N_0 + d_1)} \int_0^T y^2(t) dt + \frac{2a_1}{N_0 + d_1} \int_0^T x(t) dt - \\
 &\quad - \frac{a_1^2 T}{N_0 + d_1} - \frac{\Omega T}{4\pi} \ln \left( 1 + \frac{d_1}{N_0} \right), \\
 L_1(a_1, a_2, d_1, d_2) &= \frac{d_1}{N_0(N_0 + d_1)} \int_0^\lambda y^2(t) dt + \frac{d_2}{N_0(N_0 + d_2)} \int_\lambda^T y^2(t) dt + \\
 H_1 : \quad &+ \frac{2a_1}{N_0 + d_1} \int_0^\lambda x(t) dt + \frac{2a_2}{N_0 + d_2} \int_\lambda^T x(t) dt - \frac{a_1^2 \lambda}{N_0 + d_1} - \frac{a_2^2 (T - \lambda)}{N_0 + d_2} - \\
 &\quad - \frac{\Omega \lambda}{4\pi} \ln \left( 1 + \frac{d_1}{N_0} \right) - \frac{\Omega (T - \lambda)}{4\pi} \ln \left( 1 + \frac{d_2}{N_0} \right).
 \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь  $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t - t') dt'$  — отклик фильтра, передаточная функция которого  $H(\omega)$  удовлетворяет условию  $|H(\omega)|^2 = \Omega G(\omega)/2\pi$  (2), на реализацию наблюдаемых данных (3);  $\lambda$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  — текущие значения неизвестных параметров  $\lambda_0$ ,  $a_{01}$ ,  $a_{02}$ ,  $d_{01} = 4\pi\sigma_1^2/\Omega$ ,  $d_{02} = 4\pi\sigma_2^2/\Omega$  соответственно.

Для принятия решения в пользу одной из гипотез необходимо осуществить сравнение абсолютных максимумов решающих статистик для каждой гипотезы между собой. Максимизация функционалов (5) по переменным  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  может быть выполнена аналитически. В результате получаем следующий обобщенный максимально правдоподобный алгоритм обнаружения [6,7] скачкообразного изменения неизвестных энергетических параметров быстроплуктуирующего гауссовского случайного процесса:

$$\max_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} M(\lambda) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} c. \tag{6}$$

Здесь

$$M(\lambda) = \ln [M_3/M_2(\lambda)] - (\lambda/T) \ln [M_1(\lambda)/M_2(\lambda)], \tag{7}$$

$c$  — порог, выбираемый в соответствии с принятым критерием оптимальности, а

$$\begin{aligned}
 M_1(\lambda) &= Y_1(\lambda) - X_1^2(\lambda), \quad M_2(\lambda) = Y_2(\lambda) - X_2^2(\lambda), \quad M_3 = Y_3 - X_3^2, \\
 Y_1(\lambda) &= \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda y^2(t) dt, \quad X_1(\lambda) = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda x(t) dt, \quad Y_2(\lambda) = \frac{1}{T - \lambda} \int_\lambda^T y^2(t) dt,
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$X_2(\lambda) = \frac{1}{T-\lambda} \int_{\lambda}^T x(t) dt, \quad Y_3 = \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt, \quad X_3 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt.$$

Из (6)–(8) следует, что синтезированный алгоритм обнаружения является инвариантным к спектральной плотности белого шума, а также к направлению (увеличению или уменьшению) изменения математического ожидания и дисперсии случайного процесса.

### 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ

Для количественного определения эффективности работы обнаружителя (6) запишем замкнутые асимптотические выражения для вероятностей ложной тревоги (ошибки 1-го рода)  $\alpha$  и пропуска сигнала (ошибки 2-го рода)  $\beta$  [6, 7]. С этой целью представим функционалы  $Y_1(\lambda)$ ,  $X_1(\lambda)$ ,  $Y_2(\lambda)$ ,  $X_2(\lambda)$ ,  $Y_3$ ,  $X_3$  (8) как суммы регулярных и шумовых составляющих [7]:

$$Y_i(\lambda) = S_{Y_i}(l) + N_{Y_i}(l), \quad X_i(\lambda) = S_{X_i}(l) + N_{X_i}(l), \quad i = 1, 2, \quad (9)$$

$$Y_3 = S_{Y_3} + N_{Y_3}, \quad X_3 = S_{X_3} + N_{X_3}.$$

Здесь  $S_{Y_i}(l) = \langle Y_i(\lambda) \rangle$ ,  $S_{X_i}(l) = \langle X_i(\lambda) \rangle$ ,  $S_{Y_3} = \langle Y_3 \rangle$ ,  $S_{X_3} = \langle X_3 \rangle$  — регулярные,  $N_{Y_i}(l) = Y_i(\lambda) - \langle Y_i(\lambda) \rangle$ ,  $N_{X_i}(l) = X_i(\lambda) - \langle X_i(\lambda) \rangle$ ,  $N_{Y_3} = Y_3 - \langle Y_3 \rangle$ ,  $N_{X_3} = X_3 - \langle X_3 \rangle$  — шумовые составляющие,  $l = \lambda/T$  — текущее значение неизвестного нормированного момента разладки  $l_0 = \lambda_0/T$ , а усреднение  $\langle \cdot \rangle$  осуществляется по всем возможным реализациям  $x(t)$  при фиксированных значениях параметров  $\lambda_0$ ,  $a_{01}$ ,  $a_{02}$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ . С учетом (4) получаем следующие асимптотически точные (с ростом  $\mu_{\min}$ ) аппроксимации:

$$S_{Y_1}(l) = E_N \{ 1 + q_1 + \eta_{01}^2/2 + [q_2 - q_1 + (\eta_{02}^2 - \eta_{01}^2)/2] \max(0, l - l_0)/l \},$$

$$S_{X_1}(l) = \sqrt{E_N/2} [\eta_{01} + (\eta_{02} - \eta_{01}) \max(0, l - l_0)/l],$$

$$S_{Y_2}(l) = E_N \{ 1 + q_1 + \eta_{01}^2/2 + [q_2 - q_1 + (\eta_{02}^2 - \eta_{01}^2)/2] [1 - \max(l_0, l)]/(1 - l) \},$$

$$S_{X_2}(l) = \sqrt{E_N/2} [\eta_{01} + (\eta_{02} - \eta_{01}) (1 - \max(l_0, l))/(1 - l)],$$

$$S_{Y_3} = E_N \{ 1 + q_1 + \eta_{01}^2/2 + [q_2 - q_1 + (\eta_{02}^2 - \eta_{01}^2)/2] (1 - l_0) \},$$

$$S_{X_3} = \sqrt{E_N/2} [\eta_{01} + (\eta_{02} - \eta_{01}) (1 - l_0)],$$

$$\langle N_{Y_1}(l_1) N_{Y_1}(l_2) \rangle = (E_N^2/\mu l_1 l_2) \{ (1 + q_1 + \eta_{01}^2) (1 + q_1) \min(l_1, l_2) + \quad (10)$$

$$+ [(q_2 - q_1) (2 + q_1 + q_2) + \eta_{02}^2 (1 + q_2) - \eta_{01}^2 (1 + q_1)] \max(0, \min(l_1, l_2) - l_0) \},$$

$$\langle N_{X_1}(l_1) N_{X_1}(l_2) \rangle = (E_N/2\mu l_1 l_2) \times$$

$$\times [(1 + q_1) \min(l_1, l_2) + (q_2 - q_1) \max(0, \min(l_1, l_2) - l_0)],$$

$$\langle N_{Y_2}(l_1) N_{Y_2}(l_2) \rangle = [E_N^2/\mu (1 - l_1) (1 - l_2)] \{ (1 + q_1 + \eta_{01}^2) (1 + q_1) [1 - \max(l_1, l_2)] +$$

$$+ [(q_2 - q_1) (2 + q_1 + q_2) + \eta_{02}^2 (1 + q_2) - \eta_{01}^2 (1 + q_1)] [1 - \max(l_0, l_1, l_2)] \},$$

$$\langle N_{X_2}(l_1) N_{X_2}(l_2) \rangle = [E_N/2\mu (1 - l_1) (1 - l_2)] \times$$

$$\times \{ (1 + q_1) [1 - \max(l_1, l_2)] + (q_2 - q_1) [1 - \max(l_0, l_1, l_2)] \},$$

$$\langle N_{Y_3}^2 \rangle = (E_N^2/\mu) \{ (1 + q_1 + \eta_{01}^2) (1 + q_1) +$$

$$+ [(q_2 - q_1) (2 + q_1 + q_2) + \eta_{02}^2 (1 + q_2) - \eta_{01}^2 (1 + q_1)] (1 - l_0) \},$$

$$\langle N_{X_3}^2 \rangle = (E_N/2\mu) [1 + q_1 + (q_2 - q_1) (1 - l_0)].$$

В (10) обозначено:  $q_1 = \sigma_1^2/E_N$ ,  $q_2 = \sigma_2^2/E_N$ ,  $\mu = T\Omega/4\pi$ ,  $\eta_{0i}^2 = z_{0i}^2/\mu$ ,  $z_{0i}^2 = 2a_{0i}^2 T/N_0$ ,  $i = 1, 2$ , а  $E_N = N_0\Omega/4\pi$  — средняя мощность белого шума  $n(t)$  в полосе частот  $\Omega$ .

С учетом (4) введем в рассмотрение малый параметр

$$\varepsilon = \mu^{-1/2} \quad (11)$$

и, используя (9)–(11), представим функционал (7) следующим образом

$$M(\lambda) = \ln \left[ \frac{\tilde{S}_{Y3} + \varepsilon \tilde{N}_{Y3} - \left( \tilde{S}_{X3} + \varepsilon \tilde{N}_{X3} \right)^2 / 2}{\tilde{S}_{Y2}(l) + \varepsilon \tilde{N}_{Y2}(l) - \left( \tilde{S}_{X2}(l) + \varepsilon \tilde{N}_{X2}(l) \right)^2 / 2} \right] - \quad (12)$$

$$- l \ln \left[ \frac{\tilde{S}_{Y1}(l) + \varepsilon \tilde{N}_{Y1}(l) - \left( \tilde{S}_{X1}(l) + \varepsilon \tilde{N}_{X1}(l) \right)^2 / 2}{\tilde{S}_{Y2}(l) + \varepsilon \tilde{N}_{Y2}(l) - \left( \tilde{S}_{X2}(l) + \varepsilon \tilde{N}_{X2}(l) \right)^2 / 2} \right].$$

Здесь  $\tilde{S}_{Y_i}(l) = S_{Y_i}(l)/E_N$ ,  $\tilde{S}_{X_i}(l) = S_{X_i}(l) \sqrt{2/E_N}$ ,  $\tilde{N}_{Y_i}(l) = N_{Y_i}(l) \sqrt{\mu}/E_N$ ,  $\tilde{N}_{X_i}(l) = N_{X_i}(l) \sqrt{2\mu/E_N}$ ,  $i = 1, 2$  – нормированные функции, а  $\tilde{S}_{Y3} = S_{Y3}/E_N$ ,  $\tilde{S}_{X3} = S_{X3} \sqrt{2/E_N}$ ,  $\tilde{N}_{Y3} = N_{Y3} \sqrt{\mu}/E_N$ ,  $\tilde{N}_{X3} = N_{X3} \sqrt{2\mu/E_N}$  – нормированные величины.

Рассмотрим вначале случай, когда разладка по энергетическим параметрам процесса  $\xi(t)$  (1) отсутствует, т. е.

$$\eta_{01} = \eta_{02}, \quad q_1 = q_2.$$

Определим вероятность ложной тревоги как

$$\alpha = P \left[ \max_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} M(\lambda) > c \right] = 1 - P_N(c), \quad (13)$$

где  $P_N(c) = P[M(\lambda) < c]$ ,  $\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$ .

Для нахождения (13) преобразуем функционал  $M(\lambda)$  (7), (12) с учетом представлений (9)–(11) к виду

$$M(\lambda) = M(l) = \ln \left[ \frac{1 + q_1 + \varepsilon \tilde{N}_{Y3} - \varepsilon \eta_{01} \tilde{N}_{X3} - \varepsilon^2 \tilde{N}_{X3}^2 / 2}{1 + q_1 + \varepsilon \tilde{N}_{Y2}(l) - \varepsilon \eta_{01} \tilde{N}_{X2}(l) - \varepsilon^2 \tilde{N}_{X2}^2(l) / 2} \right] - \quad (14)$$

$$- l \ln \left[ \frac{1 + q_1 + \varepsilon \tilde{N}_{Y1}(l) - \varepsilon \eta_{01} \tilde{N}_{X1}(l) - \varepsilon^2 \tilde{N}_{X1}^2(l) / 2}{1 + q_1 + \varepsilon \tilde{N}_{Y2}(l) - \varepsilon \eta_{01} \tilde{N}_{X2}(l) - \varepsilon^2 \tilde{N}_{X2}^2(l) / 2} \right],$$

$l \in [\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2]$ . Здесь  $\tilde{\Lambda}_i = \Lambda_i/T$ ,  $i = 1, 2$ .

Полагая, что удовлетворяется неравенство (4), выполним разложение выражения (14) в ряд Маклорена по малому параметру  $\varepsilon$  (11) и, устремляя  $\varepsilon \rightarrow 0$ , ограничимся зависящими от реализации наблюдаемых данных  $x(t)$  (3) членами ряда, имеющими порядок малости не ниже  $\varepsilon^2$ . Тогда имеем

$$M(l) = \left[ \varepsilon^2 l / 2 (1-l) (1+q_1)^2 \right] \times \quad (15)$$

$$\times \left\{ \left[ \tilde{N}_{Y3} - \tilde{N}_{Y1}(l) - \eta_{01} \left( \tilde{N}_{X3} - \tilde{N}_{X1}(l) \right) \right]^2 + (1+q_1) \left[ \tilde{N}_{X3} - \tilde{N}_{X1}(l) \right]^2 \right\},$$

$l \in [\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2]$ . Из (8) следует, что функционалы  $\tilde{N}_{X_i}(l)$ ,  $i = 1, 2$ ,  $\tilde{N}_{X3}$  являются гауссовскими как линейные преобразования от гауссовских случайных процессов. Кроме того, согласно [6]

при выполнении (4) функционалы  $\tilde{N}_{Y_i}(l), i = 1, 2$  можно приближенно считать гауссовскими случайными процессами, а функционал  $\tilde{N}_{Y_3}$  — гауссовской случайной величиной, причем

$$\langle \tilde{N}_{X_i}(l_1) \tilde{N}_{Y_j}(l_2) \rangle = 0, \quad i, j = 1, 2, \quad \langle \tilde{N}_{X_3} \tilde{N}_{Y_3} \rangle = 0. \quad (16)$$

Тогда решающую статистику (15) можно представить в виде

$$M(l) = \varepsilon^2 [ N_Y^2(l) + N_X^2(l) ] / 2, \quad (17)$$

где  $N_Y(l) = \sqrt{l/(1-l)} [\tilde{N}_{Y_3} - \tilde{N}_{Y_1}(l) - \eta_{01} (\tilde{N}_{X_3} - \tilde{N}_{X_1}(l))] / (1+q_1)$ ,  $N_X(l) = [\tilde{N}_{X_3} - \tilde{N}_{X_1}(l)] \sqrt{l/(1-l)(1+q_1)}$  — гауссовские случайные процессы, обладающие характеристиками

$$\langle N_Y(l) \rangle = \langle N_X(l) \rangle = 0,$$

$$\langle N_Y(l_1) N_Y(l_2) \rangle = \sigma_Y^2 \sqrt{l''(1-l')/l'(1-l'')}, \quad \langle N_X(l_1) N_X(l_2) \rangle = \sqrt{l''(1-l')/l'(1-l'')}.$$

Здесь обозначено:  $\sigma_Y^2 = 1 + 2\eta_{01}^2/(1+q_1)$ ,  $l' = \max(l_1, l_2)$ ,  $l'' = \min(l_1, l_2)$ .

Выполним в (17) замену переменных

$$\theta = \ln [ l/(1-l) ], \quad \theta \in [\Theta_1, \Theta_2], \quad \Theta_i = \ln [ \tilde{\Lambda}_i / (1 - \tilde{\Lambda}_i) ], \quad i = 1, 2$$

и представим вероятность (13) следующим образом:

$$P_N(c) = P [ \sigma_Y^2 X_1^2(\theta) + X_2^2(\theta) < 2\mu c ], \quad \theta \in [\Theta_1, \Theta_2]. \quad (18)$$

Здесь  $X_i(\theta), i = 1, 2$  — гауссовские случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми корреляционными функциями  $\langle X_i(\theta_1) X_i(\theta_2) \rangle = \exp(-|\theta_2 - \theta_1|/2)$ .

Ограничимся важным с практической точки зрения случаем, когда  $\eta_{01}^2 \ll 1$ . Тогда с учетом (16) случайные процессы  $X_1(\theta)$  и  $X_2(\theta)$  можно считать приближенно статистически независимыми. Методика определения характеристик наибольшего максимума нелинейных преобразований статистически независимых гауссовских случайных процессов изложена, например, в [8]. На ее основе для (18) находим

$$P_N(c) = \begin{cases} \exp [ -(\Theta_2 - \Theta_1) \varphi(2\mu c/\sigma_Y^2)/2 ] , & c \geq c_{\min} , \\ 0 , & c < c_{\min} , \end{cases}$$

где  $c_{\min} = 9\sigma_Y^2/2\mu(2 + \sigma_Y^2)$ , а

$$\varphi(h) = I_0 \left[ \frac{h(\sigma_Y^2 - 1)}{4} \right] \exp \left[ -\frac{h(\sigma_Y^2 + 1)}{4} \right] \left\{ h \left[ \frac{\sigma_Y^2 + 1}{2} - \frac{\sigma_Y^2 - 1}{2} \frac{I_1(h(\sigma_Y^2 - 1)/4)}{I_0(h(\sigma_Y^2 - 1)/4)} \right] - 1 \right\}.$$

Соответственно, для вероятности ложной тревоги (13) получаем

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \exp [ -(\Theta_2 - \Theta_1) \varphi(2\mu c/\sigma_Y^2)/2 ] , & c \geq c_{\min} , \\ 1 , & c < c_{\min} , \end{cases} \quad (19)$$

Формула (19) является приближенной, но ее точность возрастает с увеличением  $c$  и отношения  $m = \tilde{\Lambda}_2(1 - \tilde{\Lambda}_1) / \tilde{\Lambda}_1(1 - \tilde{\Lambda}_2)$ .

Положим теперь, что выполняется хотя бы одно из условий

$$\eta_{01} \neq \eta_{02}, \quad q_1 \neq q_2 \quad (20)$$

и определим вероятность пропуска разрядки следующим образом

$$\beta = P \left[ \max_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} M(\lambda) < c \right] = P \left[ M(\lambda) < c \right]. \quad (21)$$

Аналогично (15) выполним в (12) разложение в ряд Маклорена по малому параметру  $\varepsilon$  (11) и ограничимся членами разложения первого порядка малости по  $\varepsilon$ , зависящими от реализации наблюдаемых данных. Тогда при  $\varepsilon \rightarrow 0$  для решающей статистики (12) получаем аппроксимацию вида

$$M(\lambda) = M(l) \approx S(l) + \varepsilon N(l), \quad (22)$$

где

$$S(l) = \ln \left[ \frac{\tilde{S}_{Y3} - \tilde{S}_{X3}^2/2}{\tilde{S}_{Y2}(l) - \tilde{S}_{X2}^2(l)/2} \right] - l \ln \left[ \frac{\tilde{S}_{Y1}(l) - \tilde{S}_{X1}^2(l)/2}{\tilde{S}_{Y2}(l) - \tilde{S}_{X2}^2(l)/2} \right] \quad (23)$$

— регулярная, а

$$N(l) = \frac{\tilde{N}_{Y3} - \tilde{S}_{X3}\tilde{N}_{X3}}{\tilde{S}_{Y3} - \tilde{S}_{X3}^2/2} - \frac{(1-l) \left[ \tilde{N}_{Y2}(l) - \tilde{S}_{X2}(l)\tilde{N}_{X2}(l) \right]}{\tilde{S}_{Y2}(l) - \tilde{S}_{X2}^2(l)/2} - \frac{l \left[ \tilde{N}_{Y1}(l) - \tilde{S}_{X1}(l)\tilde{N}_{X1}(l) \right]}{\tilde{S}_{Y1}(l) - \tilde{S}_{X1}^2(l)/2} \quad (24)$$

— шумовая составляющие функционала  $M(\lambda)$ .

Определим выходное ОСШ как [7]

$$z^2 = \mu S^2(l_0) / \langle N^2(l_0) \rangle = \frac{\mu}{\tilde{\sigma}^2} \left[ \ln \left( \frac{1+q_2+l_0(q_1-q_2)+l_0(1-l_0)(\eta_{01}-\eta_{02})^2/2}{1+q_2} \right) - l_0 \ln \left( \frac{1+q_1}{1+q_2} \right) \right]^2, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}^2 = & 1 + \frac{2\eta_{01}^2 l_0}{1+q_1} + \frac{2\eta_{02}^2 (1-l_0)}{1+q_2} - \\ & - 2 \frac{1+l_0(q_1+\eta_{01}^2) + (1-l_0)(q_2+\eta_{02}^2) + [\eta_{01}l_0 + \eta_{02}(1-l_0)]^2}{1+l_0q_1 + q_2(1-l_0) + l_0(1-l_0)(\eta_{02}-\eta_{01})^2/2} + \\ & + \frac{l_0(1+q_1)(1+q_1+\eta_{01}^2) + (1-l_0)(1+q_2)(1+q_2+\eta_{02}^2) +}{[1+l_0q_1 + q_2(1-l_0) +} \\ & \rightarrow \frac{[1+l_0q_1 + q_2(1-l_0)] [\eta_{01}l_0 + \eta_{02}(1-l_0)]^2}{+l_0(1-l_0)(\eta_{02}-\eta_{01})^2/2} \Big]^2. \end{aligned}$$

Из (25) следует, что ОСШ  $z \rightarrow \infty$  при выполнении хотя бы одного из условий (20) и  $\mu \rightarrow \infty$ . Таким образом, соотношение (4) при не слишком малых значениях  $|q_1 - q_2|$  или  $|\eta_{01} - \eta_{02}|$  обеспечивает достаточно большие значения ОСШ.

Согласно [6, 7] с увеличением ОСШ  $z$  положение абсолютного максимума функционала  $M(l)$  сходится к значению  $l_0$  в среднеквадратическом. Следовательно, в случае достаточно большого ОСШ  $z$  (25) для определения искомой вероятности пропуска сигнала (21) достаточно найти характеристики решающей статистики  $M(l)$  (22) в малой окрестности точки  $l = l_0$  [6, 7]. Обозначим  $\Delta = \max \{ |l_1 - l_0|, |l_2 - l_0|, |l_1 - l_2| \}$ , причем  $\Delta \rightarrow 0$ , если  $z \rightarrow \infty$ .

Тогда в условиях высокой апостериорной точности (когда  $z \gg 1$ ) для (23), (24) справедливы представления

$$S(l) = \ln \left[ \frac{1 + q_2 + l_0(q_1 - q_2) + l_0(1 - l_0)(\eta_{01} - \eta_{02})^2/2}{1 + q_2} \right] - l \ln \left( \frac{1 + q_1}{1 + q_2} \right) +$$

$$+ \frac{q_1 - q_2 + (\eta_{01} - \eta_{02})^2/2}{1 + q_2} \min(0, l - l_0) +$$

$$+ \frac{q_1 - q_2 - (\eta_{01} - \eta_{02})^2/2}{1 + q_1} \max(0, l - l_0) + o(\Delta), \tag{26}$$

$$\langle N(l_1) N(l_2) \rangle = \tilde{\sigma}^2 + A(\tilde{l}_1 + \tilde{l}_2) + B \left[ \max(0, \tilde{l}_1) + \max(0, \tilde{l}_2) \right] + \left( 1 + \frac{2\eta_{01}^2}{1 + q_1} \right) \min(\tilde{l}_1, \tilde{l}_2) +$$

$$+ \frac{1 + q_1 + \eta_{01}(\eta_{01} + \eta_{02})}{1 + q_2} |\tilde{l}_2 - \tilde{l}_1| - \frac{(1 + q_1)(1 + q_1 + \eta_{01}^2 + \eta_{02}^2)}{(1 + q_2)^2} \max(\tilde{l}_1, \tilde{l}_2) -$$

$$- \frac{(1 + q_1)^2 - (1 + q_2)^2 + \eta_{01}^2(1 + q_1) - \eta_{02}^2(1 + q_2) + \eta_{01}^2(q_1 - q_2)}{(1 + q_1)^2} \max(0, \min(\tilde{l}_1, \tilde{l}_2)) +$$

$$- \frac{(q_1 - q_2)(2 + q_1 + q_2) + (\eta_{01} + \eta_{02})[\eta_{01}(1 + q_1) - \eta_{02}(1 + q_2)]}{(1 + q_1)(1 + q_2)} \times$$

$$\times \left[ \max(0, \tilde{l}_2 - \max(0, \tilde{l}_1)) + \max(0, \tilde{l}_1 - \max(0, \tilde{l}_2)) \right] +$$

$$+ \frac{(1 + q_1)(1 + q_1 + \eta_{01}^2) - (1 + q_2)(1 + q_2 + \eta_{02}^2) + \eta_{02}^2(q_1 - q_2)}{(1 + q_2)^2} \max(0, \tilde{l}_1, \tilde{l}_2) + o(\Delta),$$

где  $\tilde{l}_i = l_i - l_0$ ,  $i = 1, 2$ , а  $A$  и  $B$  — несущественные величины, которые могут зависеть от  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $\eta_{01}$ ,  $\eta_{02}$ ,  $l_0$  и не зависят от  $l_1$ ,  $l_2$ .

Обозначим

$$\varsigma_x(l) = [M(l) - M(x)]/\sigma, \quad l, x \in \Lambda_\delta.$$

Здесь  $\sigma^2 = \tilde{\sigma}^2/\mu$  (25),  $\Lambda_\delta = [l_0 - \delta, l_0 + \delta]$ , а величина  $\delta$  полагается фиксированной и настолько малой, что при  $\Delta < \delta$  характеристики (26) с требуемой точностью описываются главными членами своих асимптотических разложений. Тогда в условиях высокой апостериорной точности, когда  $z^2 \gg 1$  (25), вероятность пропуска разрядки (21) приближенно может быть представлена в виде

$$\beta \approx P \left[ \underset{l \in [l_0 - \delta, l_0 + \delta]}{\varsigma_{l_0}(l)} < c/\sigma - \kappa_0 \right] = P_S(c/\sigma), \tag{27}$$

где  $\kappa_0 = M(l_0)/\sigma$ .

Аналогично [7] можно показать, что на интервале  $\Lambda_\delta$  процесс  $\varsigma_x(l)$  удовлетворяет условиям теоремы Дуба [9], т. е. является марковским случайным процессом диффузионного типа, а при выполнении условия  $\mu \rightarrow \infty$ , кроме того, — асимптотически гауссовским. Коэффициенты сноса  $K_1$  и диффузии  $K_2$  процесса  $\varsigma_x(l)$  определяются как

$$K_1 = \frac{1}{\sigma} \begin{cases} a_1, & l \leq l_0, \\ -a_2, & l > l_0, \end{cases} \quad K_2 = \frac{1}{\sigma^2} \begin{cases} b_1, & l \leq l_0, \\ b_2, & l > l_0, \end{cases}$$

где

$$a_1 = \frac{q_1 - q_2 + (\eta_{01} - \eta_{02})^2/2}{1 + q_2} - \ln \left( \frac{1 + q_1}{1 + q_2} \right), \quad a_2 = \frac{q_2 - q_1 + (\eta_{01} - \eta_{02})^2/2}{1 + q_1} - \ln \left( \frac{1 + q_2}{1 + q_1} \right),$$

(28)

$$b_1 = \frac{[\eta_{01}(1+q_2) - \eta_{02}(1+q_1)]^2 + (q_1 - q_2)^2(1+q_1 + \eta_{01}^2)}{\mu(1+q_1)(1+q_2)^2},$$

$$b_2 = \frac{[\eta_{01}(1+q_2) - \eta_{02}(1+q_1)]^2 + (q_1 - q_2)^2(1+q_2 + \eta_{02}^2)}{\mu(1+q_1)^2(1+q_2)}.$$

Согласно (26) на интервалах  $[l_0 - \delta, l_0]$  и  $(l_0, l_0 + \delta]$  реализации процесса  $\varsigma_{l_0}(l)$  являются некоррелированными и соответственно, в силу его асимптотической гауссовости, при выполнении неравенства (4) приближенно статистически независимыми. Тогда вероятность  $P_S(\kappa)$  (27) переписать следующим образом

$$P_S(\kappa) = F_1(\kappa - \kappa_0) F_2(\kappa - \kappa_0), \quad (29)$$

где

$$F_1(\kappa) = P \left[ \begin{matrix} \varsigma_{l_0}(l) \\ l_0 - \delta \leq l \leq l_0 \end{matrix} < \kappa \right], \quad F_2(\kappa) = P \left[ \begin{matrix} \varsigma_{l_0}(l) \\ l_0 < l \leq l_0 + \delta \end{matrix} < \kappa \right].$$

Случайная величина  $\kappa_0$  в (27), как значение асимптотически гауссовского случайного процесса  $\varsigma_{l_0}(l)$  в точке  $l_0$ , также является асимптотически гауссовской и обладает характеристиками  $\sim N(z, 1)$ . Здесь  $z$  определяется из (25). Следовательно, для вероятности (29) получаем

$$P_S(\kappa) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\kappa} F_1(\kappa - y) F_2(\kappa - y) \exp \left[ -(y - z)^2 / 2 \right] dy. \quad (30)$$

Аналитические выражения для функций распределения  $F_1(\kappa)$ ,  $F_2(\kappa)$  могут быть найдены, используя марковские свойства процесса  $\varsigma_{l_0}(l)$  и методику определения предельных характеристик марковских случайных процессов, описанную в [10]. Следуя [10], после соответствующих преобразований имеем

$$F_1(\kappa) = \Phi \left[ (a_1\delta + \sigma\kappa) / \sqrt{b_1\delta} \right] - \exp(-2\sigma a_1\kappa/b_1) \Phi \left[ (a_1\delta - \sigma\kappa) / \sqrt{b_1\delta} \right], \quad (31)$$

$$F_2(\kappa) = \Phi \left[ (a_2\delta + \sigma\kappa) / \sqrt{b_2\delta} \right] - \exp(-2\sigma a_2\kappa/b_2) \Phi \left[ (a_2\delta - \sigma\kappa) / \sqrt{b_2\delta} \right],$$

где  $a_1, a_2, b_1, b_2$  определяются из (28).

Подставим теперь (31) в (30) и воспользуемся асимптотическим (при  $z \rightarrow \infty$ ) представлением для функции  $\Phi(x)$  [11]:

$$\Phi(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 1 - \exp(-x^2/2) / \sqrt{2\pi}x.$$

Пренебрегая далее слагаемыми более высоких порядков малости по  $z$ , после выполнения операции интегрирования для вероятности пропуска разрядки  $\beta$  (27) окончательно имеем

$$\begin{aligned} \beta \approx & \Phi(c/\sigma - z) - \exp \left[ \psi_-^2 z^2 / 2 + \psi_- z(z - c/\sigma) \right] \Phi \left[ c/\sigma - z(\psi_- + 1) \right] - \\ & - \exp \left[ \psi_+^2 z^2 / 2 + \psi_+ z(z - c/\sigma) \right] \Phi \left[ c/\sigma - z(\psi_+ + 1) \right] + \\ & + \exp \left[ z^2(\psi_- + \psi_+)^2 / 2 + z(\psi_- + \psi_+)(z - c/\sigma) \right] \Phi \left[ c/\sigma - z(\psi_- + \psi_+ + 1) \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь обозначено:  $\psi_- = 2\sigma a_1 / z b_1$ ,  $\psi_+ = 2\sigma a_2 / z b_2$ . С увеличением параметров  $\mu$  и  $z$  точность формулы (32) возрастает.

При  $\eta_{01} = \eta_{02} = 0$  из (32) получаем формулу для вероятности пропуска разладки средней мощности случайного процесса (1) с известным (нулевым) средним значением [5].

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для того чтобы установить границы применимости найденных приближенных формул для характеристик синтезированных алгоритмов обнаружения и оценки, было выполнено статистическое имитационное моделирование работы обнаружителя (6) на ЭВМ. В процессе моделирования на интервале  $\tilde{t} \in [0,1]$ ,  $\tilde{t} = t/T$  в дискретные моменты времени  $\tilde{t}_n = n\Delta$ ,  $n = \overline{0, N}$ ,  $N = \text{int} \{1/\Delta\}$  формировались отсчеты  $\tilde{Y}_{1n} = \tilde{Y}_1(n\Delta)$ ,  $\tilde{X}_{1n} = \tilde{X}_1(n\Delta)$  реализаций нормированных случайных процессов  $\tilde{Y}(l) = \tilde{Y}_1(\lambda) T/N_0$ ,  $\tilde{X}_1(l) = X_1(\lambda)/\sqrt{N_0 T}$  (12):

$$\tilde{Y}_{1n} = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} \tilde{y}_m^2, \quad \tilde{X}_{1n}(n\Delta) = \frac{\Delta}{n} \sum_{m=0}^{n-1} \tilde{x}_m.$$

Здесь  $\tilde{y}_m = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(\tilde{t}') \tilde{h}(m\Delta - \tilde{t}') d\tilde{t}'$ ,  $\tilde{x}_m = \int_{m\Delta}^{(m+1)\Delta} \tilde{x}(\tilde{t}) d\tilde{t}$ ,  $\tilde{x}(\tilde{t}) = x(t) \sqrt{T/N_0}$ ,  $\tilde{h}(m\Delta) = \sin(2\pi\mu m\Delta)/\pi m\Delta$ ,  $\Delta$  — шаг дискретизации,  $\{\cdot\}$  — целая часть числа, а  $\mu$  определяется из (10).

На основе сформированных отсчетов  $\tilde{X}_{1n}$ ,  $\tilde{Y}_{1n}$  строились аппроксимации нормированных функционалов  $\tilde{M}_1(l) = TM_1(\lambda)/N_0$ ,  $\tilde{M}_2(l) = TM_2(\lambda)/N_0$ ,  $\tilde{M}_3 = TM_3/N_0$  (8) и решающей статистики  $M(l)$  (7) как функции дискретных значений нормированного текущего момента разладки  $l$  (9):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_1(n\Delta) &= \tilde{Y}_{1n} - \tilde{X}_{1n}^2, \quad \tilde{M}_3 = \tilde{Y}_{1N} - \tilde{X}_{1N}^2, \\ \tilde{M}_2(n\Delta) &= (\tilde{Y}_{1N} - n\tilde{Y}_{1n}) / (N - n) - \left[ (\tilde{X}_{1N} - n\tilde{X}_{1n}) / (N - n) \right]^2, \end{aligned} \tag{33}$$

$$M(n\Delta) = \ln \left[ \tilde{M}_3 / \tilde{M}_2(n\Delta) \right] - l \ln \left[ \tilde{M}_1(n\Delta) / \tilde{M}_2(n\Delta) \right].$$

При  $\Delta = 10^{-4}$  и  $\mu \leq 500$  среднеквадратическая погрешность ступенчатых аппроксимаций (33) случайных процессов (8) и решающей статистики (7) не превышала 10% [5]. Отсчеты процессов  $\tilde{x}_m$ ,  $\tilde{y}_m$  формировались на основе последовательности независимых гауссовских чисел методом скользящего суммирования [12]:

$$\tilde{x}_m = \tilde{\xi}_m + \frac{\alpha_m}{\sqrt{2\Delta}}, \quad \tilde{y}_m = \sum_{k=m-p}^{m+p-1} \tilde{x}_k H_{mk}, \quad \tilde{\xi}_{ik} = \frac{z_{0k}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{q_k}{2\Delta}} \sum_{m=0}^{2p} H_{mp} \beta_{im+k}. \tag{34}$$

Здесь  $\alpha_{ik}$ ,  $\beta_{ik}$  — независимые гауссовские случайные числа с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями,  $H_{nk} = \sin[2\pi\mu\Delta(n-k)]/\pi(n-k)$ ,  $z_{0k} = z_{01}$ ,  $q_k = q_1$ , если  $k < \text{int} \{l_0/\Delta\}$ , и  $z_{0k} = z_{02}$ ,  $q_k = q_2$ , если  $k \geq \text{int} \{l_0/\Delta\}$ , а  $z_{01}$ ,  $z_{02}$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $l_0$  определяются так же, как в (10).

Число слагаемых в суммах (34) соответствовало значению  $p = 200$ , что обеспечило относительное отклонение дисперсии сформированного отсчета от дисперсии моделируемого процесса не более 5% [5] при  $\mu \leq 500$ . Формирование независимых гауссовских чисел с параметрами (0,1) осуществлялось на основе стандартного датчика равномерно распределенных в интервале  $[0,1]$  независимых случайных чисел методом Корниша-Фишера, как описано в [13].

По полученным с использованием формул (33), (34) реализациям процессов  $\tilde{M}_1(l)$ ,  $\tilde{M}_2(l)$ ,  $M(l)$  согласно (6) выносилось решение о наличии или отсутствии скачкообразного изменения энергетических параметров процесса  $\xi(t)$ . Далее находились экспериментальные характеристики обнаружения и измерения.

На рис. 1, 2 представлены некоторые полученные в процессе статистического моделирования результаты, а также соответствующие им теоретические кривые. Для получения каждого экспериментального значения обрабатывалось не менее  $3 \cdot 10^4$  реализаций  $x(t)$  (4) при фиксированных  $l_0 = 0,25$ ,  $\tilde{\Lambda}_1 = 0,05$ ,  $\tilde{\Lambda}_2 = 0,95$ . Это позволило обеспечить отклонение границ доверительных интервалов от экспериментальных данных не более чем на 10 % с вероятностью 0,9.

На рис. 1 сплошными линиями изображены рассчитанные по формуле (19) теоретические зависимости вероятности ложной тревоги  $\alpha$  от величины порога  $c$ . Кривая 1 соответствует  $\mu = 50$ , 2 –  $\mu = 100$ , 3 –  $\mu = 200$ , 4 –  $\mu = 500$ . Экспериментальные значения вероятности ложной тревоги при  $\mu = 50, 100, 200, 500$  нанесены квадратиками, крестиками, ромбиками и кружочками.

На рис. 2 сплошными линиями показаны рассчитанные по формуле (32) теоретические зависимости вероятности пропуска  $\beta(\Delta q)$  от величины разладки  $\Delta q = q_2 - q_1$  нормированной средней мощности процесса  $\xi(t)$  (1) при фиксированном значении  $q_1 = 0,1$ . Расчет величины порога  $c$  осуществлялся из (19) в соответствии с критерием Неймана-Пирсона при выбранном уровне вероятности ложной тревоги, равном 0,01. Кривые 1 построены при  $\mu = 100$ , 2 –  $\mu = 200$ , 3 –  $\mu = 500$ . Экспериментальные значения характеристик обнаружения и оценивания обозначены квадратиками, крестиками и ромбиками соответственно для  $\mu = 100, 200$  и 500.

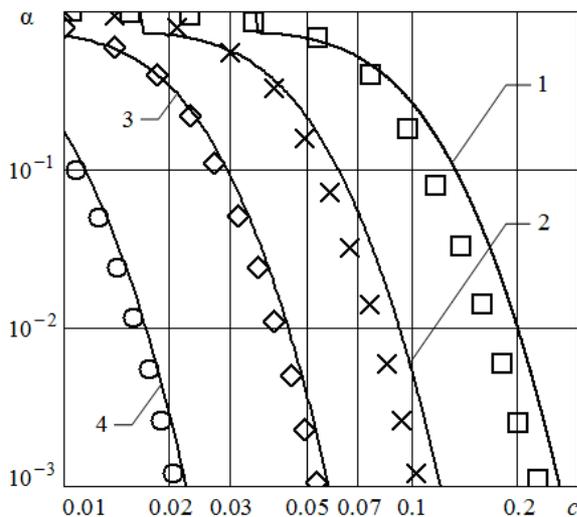


Рис. 1. Зависимости вероятности ложной тревоги

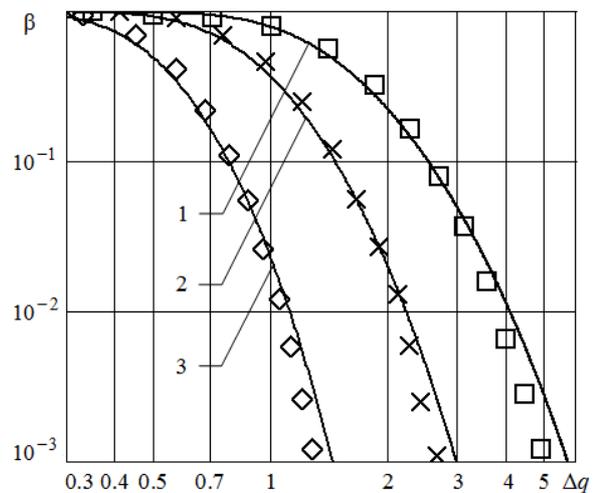


Рис. 2. Зависимости вероятности пропуска сигнала

Как следует из рис. 1, 2 и дополнительного проведенного анализа, полученные теоретические зависимости для вероятностей  $\alpha$  (19),  $\beta$  (32) хорошо соответствуют экспериментальным данным, по крайней мере, при  $\mu \geq 100$ ,  $|\Delta q| \geq 0,1$ ,  $\tilde{\Lambda}_1 \geq 0,05$ ,  $\tilde{\Lambda}_2 \leq 0,95$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для обнаружения момента разладки быстрофлуктуирующего гауссовского случайного процесса может быть эффективно использован метод максимального правдоподобия. Применение этого метода позволяет в пренебрежении величинами порядка времени корреляции ана-

лизируемого случайного процесса получить алгоритмы обнаружения разладки статистических свойств случайного процесса в условиях параметрической априорной неопределенности, технически существенно более простые по сравнению с известными аналогами. С помощью совместного применения методов малого параметра и локально-марковской аппроксимации удастся записать замкнутые аналитические выражения для характеристик эффективности максимально правдоподобного обнаружителя.

Методами статистического моделирования установлено, что полученные теоретические результаты хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными данными в широком диапазоне значений параметров реализации наблюдаемых данных. Как показывает дополнительный анализ, синтезированные на основе предложенного подхода обнаружители без заметных потерь в качестве функционирования могут использоваться также при приеме низкочастотных быстрофлуктуирующих негауссовских случайных процессов с неизвестными кусочно-постоянными энергетическими параметрами.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жиглявский, А. А. Обнаружение разладки случайных процессов в задачах радиотехники / А. А. Жиглявский, А. Е. Красковский. — Л. : ЛГУ, 1988.
2. Клигене, Н. Методы обнаружения моментов изменения свойств случайных процессов / Н. Клигене, Л. Телькснис // Автоматика и телемеханика. — 1983. — Вып. 10. — С. 5–56.
3. Basseville, M. Detection of Abrupt Changes: Theory and Application / M. Basseville, I. V. Nikiforov. — New Jersey : Prentice–Hall, 1993.
4. Чернояров, О. В. Разладка математического ожидания быстрофлуктуирующего гауссовского процесса с неизвестной интенсивностью / О. В. Чернояров, Сай Си Ту Мин // Вестник Московского энергетического института. — 2016. — № 4. — С. 135–142.
5. Detection and measurement of the fast-fluctuating Gaussian random process dispersion abrupt change / O. V. Chernoyarov, M. Vaculik, A. V. Salnikova, L. A. Golpayegani // International Journal of Control Theory and Applications. — 2017. — V. 10, № 32. — P. 261–276.
6. Трифонов, А. П. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами / А. П. Трифонов, Е. П. Нечаев, В. И. Парфенов. — Воронеж : ВГУ, 1991.
7. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986.
8. Chernoyarov, O. V. Definition of probability characteristics of the absolute maximum of non-Gaussian random processes by example of Hoyt process / O. V. Chernoyarov, A. V. Salnikova, Y. A. Kupriyanova // American Journal of Theoretical and Applied Statistics. — 2013. — V. 2, № 3. — P. 54–60.
9. Kailath, T. Some integral equations with nonrational kernels / T. Kailath // IEEE Transactions on Information Theory. — 1966. — V. 12, № 4. — P. 442–447.
10. Трифонов, А. П. Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, М. Б. Беспалова // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 4. — С. 54–65.
11. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М. : Наука, 1979.
12. Быков, В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В. В. Быков. — М. : Сов. радио, 1971.
13. Ермаков, С. М. Статистическое моделирование / С. М. Ермаков, Г. А. Михайлов. — М. : Наука, 1982.

## REFERENCES

1. Zhigljavsky A.A., Krasnovsky A.E. Detection of the abrupt change of random processes in radio engineering problems. [Zhigljavsky A.A., Krasnovsky A.E. Obnaruzhenie razladki sluchainykh protsessov v zadachakh radiotekhniki]. Leningrad: Leningrad State University, 1988.
2. Kligene N., Tel'ksnis L. Methods to determine the times when the properties of random processes change. [Kligene N., Tel'ksnis L. Metody obnaruzheniya momentov izmeneniya svoisny sluchainykh protsessov]. *Avtomatika i Telemekhanika — Automation and Remote Control*, 1983, vol. 41, no. 10, pp. 1241–1283.
3. Basseville M., Nikiforov I.V. Detection of abrupt changes: Theory and application. New Jersey: Prentice-Hall, 1993.
4. Chernoyarov O.V., Sai Si Thu Min Stepwise change of the mean value of the fast-fluctuating gaussian process with unknown intensity. [Chernoyarov O.V., Sai Si Thu Min Razladka matematicheskogo ozhidaniya bystrofluktuiruyushchego gaussovskogo protsessa s neizvestnoi intensivnost'yu]. *Vestnik Moskovskogo energeticheskogo instituta — Bulletin of MPEI*, 2016, no. 4, p. 135–142.
5. Chernoyarov O.V., Vaculik M., Salnikova A.V., Golpayegani L.A. Detection and measurement of the fast-fluctuating Gaussian random process dispersion abrupt change. *International Journal of Control Theory and Applications*, 2017, vol. 10, no. 32, pp. 261–276.
6. Trifonov A.P., Nechaev E.P., Parfenov V.I. Detection of stochastic signals with unknown parameters. [Trifonov A.P., Nechaev E.P., Parfenov V.I. Obnaruzhenie stokhasticheskikh signalov s neizvestnymi parametrami]. Voronezh: Voronezh State University, 1991.
7. Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. Joint discrimination of signals and estimation of their parameters against background. [Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. Sovmestnoe razlichenie signalov i otsenka ikh parametrov na fone pomekh]. Moscow: Radio i Svyaz', 1986.
8. Chernoyarov O.V., Salnikova A.V., Kupriyanova Y.A. Definition of probability characteristics of the absolute maximum of non-Gaussian random processes by example of Hoyt process. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 2013, vol. 2, no. 3, pp. 54–60.
9. Kailath T. Some integral equations with nonrational kernals. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1966, vol. 12, no. 4, pp. 442–447.
10. Trifonov A.P., Korchagin Y.E., Bespalova M.B. Statistical properties of height and provisions of absolute maximum Markov processes Bachelier type. [Trifonov A.P., Korchagin Y.E., Bespalova M.B. Statisticheskie svoistva vysoty i polozheniya absolyutnogo maksimuma markovskogo sluchainogo protsessa tipa Bachel'e]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika*.
11. Abramowitz M., Stegun I.A. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables. [Abramowitz M., Stegun I.A. Справочник по специальным функциям]. Moscow, 1979.
12. Bykov V.V. Numerical modeling in statistical radio engineering. [Bykov V.V. Tsifrovoe modelirovanie v statisticheskoi radiotekhnike]. Moscow: Sovetskoe Radio, 1971.
13. Ermakov S.M., Mikhailov G.A. Statistical simulation. [Ermakov S.M., Mikhailov G.A. Statishtcheskoe modelirovanie]. Moscow: Nauka, 1982.

*Голпайегани Лейла Абдолмаджид, аспирант кафедры электроники и наноэлектроники Национального исследовательского университета “МЭИ”, г. Москва, Российская Федерация*

*E-mail: leila.golpaiegany@gmail.com*

*Тел.: +7(495)362-71-68*

*Golpaiegani Leila Abdolmajid, postgraduate student of the Department of Electronics and Nanoelectronics of the National Research University “MPEI”, Moscow, Russian Federation*

*E-mail: leila.golpaiegany@gmail.com*

*Tel.: +7(495)362-71-68*

*Калашников Константин Сергеевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры радиофизики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Российская Федерация*

*E-mail: kalashks@gmail.com*

*Тел.: +7(473)220-89-16*

*Шахморadian Махди Мохаммаджафар, аспирант кафедры электроники и наноэлектроники Национального исследовательского университета "МЭИ", г. Москва, Российская Федерация*

*E-mail: mehdi\_shahmoradian@yahoo.com*

*Тел.: +7(495)362-71-68*

*Kalashnikov Konstantin Sergeevich, Candidate of technical sciences, Senior Scientist at the Department of Radio Physics of the Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation*

*E-mail: kalashks@gmail.com*

*Tel.: +7(473)220-89-16*

*Shahmoradian Mahdi Mohammadjafar, postgraduate student of the Department of Electronics and Nanoelectronics of the National Research University "MPEI", Moscow, Russian Federation*

*E-mail: mehdi\_shahmoradian@yahoo.com*

*Tel.: +7(495)362-71-68*