

УДК 519.7

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

И. Ф. Астахова<sup>1</sup>, Е. И. Киселева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> — Воронежский государственный университет;

<sup>2</sup> — Воронежский государственный педагогический университет

Поступила в редакцию 11.01.2017 г.

**Аннотация.** В статье рассматривается математическая модель для обучающей системы. Математическая модель содержит компоненты, описывающие цели обучения, содержательный компонент, деятельность преподавателя в системе, организацию процесса обучения, деятельность обучающегося в системе, компонент сбора и анализ статистики, компонент контроля, компонент оптимизации. В модели рассматриваются новые составляющие учебного процесса такие, как множество компетенций, формируемых у обучающегося в результате освоения курса. Рассматриваются дидактические единицы курса и фонд оценочных знаний. Вводятся операции с курсами, которые позволяют создавать интегрированные курсы и выделять общую часть. Рассматриваются утверждения об интегрированных курсах. Оказывается, создавать интегрированный курс на базе какого-то курса эквивалентно созданию интегрированного курса на базе первого, то есть все равно, какой курс брать за основу и добавлять к нему элементы.

**Ключевые слова:** обучающая система, интегрированный курс, операции объединения и пресечения.

## MATHEMATICAL MODEL OF THE TRAINING SYSTEM

F. I. Astachova, E. I. Kiseleva

**Abstract.** The mathematical model for the training system is considered in the paper. The mathematical model contains the components that describe the training objectives, the content component, the activity of the teacher in the system, the organization of the training process, the activity of the pupil in the system, the collection component and the statistics analysis, the control component, the optimization component. The model considers modern components of the training process: the set of competences during training process of the course. The didactic units of the course and the fund of estimated knowledge are considered. Operations are introduced with courses, they allow to create integrated courses and receive a common part. The statements about integrated courses are considered. It turns out that creating an integrated course based on a course is equivalent to creating an integrated course based on the first, that is, there is not matter what course to take as a basis and add elements to it.

**Keywords:** training system, integrated course, operations of association and suppression.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широкое распространение получили системы обучения с применением компьютерных технологий. Дистанционное обучение прочно вошло в образовательную практику, для его поддержки созданы системы управления обучением. Образовательные системы

с использованием компьютерных технологий отличаются степенью распределения функции управления между системой и пользователем, степенью сочетания теоретического и практического аспектов образовательного процесса, наличию средств контроля обучения [1-16].

Назначение системы определяет ее параметры. В процессе функционирования всех обучающих систем накапливается статистическая информация об учебном процессе. Как правило, разработчики предоставляют доступ к статистике, однако интерпретация данных зависит от возможностей пользователя. Между тем, такая информация может быть использована эффективным образом для оптимизации процесса обучения.

Одной из задач при проектировании подобной системы является построение математической модели обучающей системы и выбор средств ее оптимизации.

В данной работе рассматривается построение и исследование математической модели обучающей системы, элементами которой являются множества и их наборы. Подобный подход ранее был использован в работе [9] при проектировании электронных учебных пособий.

## 1. СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Автоматизированная система управления обучением реализует функции планирования, организации работы, координации и регулирования взаимодействия участников, учета и анализа результатов процесса обучения. Система инструментов коммуникации реализует взаимодействие различных модулей системы управления и общение участников процесса обучения. Система создания и хранения контента предоставляет участникам возможности создания и хранения учебных курсов, система сбора и хранения результатов обучения предназначена для сбора статистической информации о процессе обучения, автоматизированная система организации контроля обучения предназначена для автоматизации создания, проверки и обработки результатов тестирования обучающихся (рисунок 1).

Компонент сбора и анализа статистики использует данные о результатах контроля и о деятельности обучающихся в системе. Затем эти данные могут быть предъявлены преподавателю по запросу или переданы компоненту оптимизации для внесения изменений в содержание и методы обучения.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

На основе структурной модели была разработана математическая модель обучающей системы, которая может быть представлена следующим образом:

Математическую модель обучающей системы можно представить следующим образом:

$$URS = \langle K, C, PP, PO \rangle, \quad (1)$$

где  $K$  — множество учебных курсов обучающей системы,  $C$  — множество компетенций, формируемых у обучающихся в результате освоения курсов системы,  $PP$  — множество профилей преподавателей,  $PO$  — множество профилей обучающихся в системе.

Пусть множество учебных курсов

$$K = \{K_i\}, i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где  $K_i$  — учебный курс, который представлен кортежем

$$K_i = \langle G_i, CT_i, EM_i, Q_i \rangle, i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где  $G_i$  — множество компетенций, формируемых в результате изучения курса,  $CT_i$  — граф содержания курса,  $EM_i$  — учебный контент курса,  $Q_i$  — фонд оценочных средств.



Рис. 1. Структурная модель обучающей системы.

Множество компетенций

$$G_i = \{g_{ij}\}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m, \tag{4}$$

формируемых в результате изучения  $i$ -го курса, является подмножеством множества  $S$  компетенций и включает  $g_{ij}$  — компетенции, формируемые в процессе изучения  $i$ -го курса,  $n$  — количество учебных курсов в системе,  $m$  — количество компетенций, формируемых в процессе изучения курса с номером  $i$ . Множество компетенций формируется при проектировании учебного процесса, реализуемого обучающей системой.

Граф учебного содержания может быть представлен следующим образом:

$$CT_i \langle CTN_i, CTR_i \rangle, \tag{5}$$

где  $CTN_i$  — вершин графа, каждая из которых соответствует дидактической единице данного курса,  $CTR_i$  — множество ребер графа, отражающих связи между дидактическими единицами курса. Элемент  $(ctn_{ir}, ctn_{it}) \in CTR_i$  указывает на наличие непосредственной связи между дидактическими единицами  $ctn_{ir}$  и  $ctn_{it}$ .

Операция объединения курсов определяется следующим образом:

$$K_{un} = K_i \cup K_j = \langle G_i \cup G_j, CT_i \cup CT_j, EM_i \cup EM_j, Q_i \cup Q_j \rangle. \tag{6}$$

Операция выполняется как объединение соответствующих множеств для компонентов модели, представляющих множества. Операция объединения учебных курсов используется при создании интегрированных учебных курсов, а так же расширении содержания существующего курса. Для графов учебного содержания операция осуществляется на основе определения

операции объединения графов следующим образом:

$$CTN_{un} = CTN_i \cup CTN_j,$$

$$CTR_{un} = CTR_i \cup CTR_j,$$

где  $CTN_i, CTN_j$  — множества вершин соответствующих графов,  $CTR_i, CTR_j$  — множества ребер соответствующих графов.

На основе операции объединения курсов введено понятие интегрированного курса.

*Интегрированным учебным курсом*  $K_{int}(K_i, K_j)$ , созданным на базе курса  $K_i$  путем присоединения курса  $K_j$ , назовем курс, полученный с помощью операции объединения курсов  $K_i, K_j$ .

*Утверждение 1.* Интегрированный курс  $K_{int}(K_i, K_j)$ , созданный на базе курса  $K_i$  путем присоединения курса  $K_j$ , совпадает с интегрированным курсом  $K_{int}(K_j, K_i)$ , созданным на базе курса  $K_j$ , путем присоединения курса  $K_i$ , то есть  $K_{int}(K_i, K_j) = K_{int}(K_j, K_i)$ .

*Операция пересечения курсов* определена следующим образом:

$$K_{int} = K_i \cap K_j = \langle G_i \cap G_j, CT_i \cap CT_j, EM_i \cap EM_j, Q_i \cap Q_j \rangle.$$

Для компонентов модели  $G_i, EM_i, Q_i$  операция пересечения представляет пересечение соответствующих множеств. Пересечение компонентов  $CT_i$  и  $CT_j$  определяется на основании операции пересечения графов:

$$CTN_{sec} = CTN_i \cap CTN_j,$$

где  $CTN_{sec}$  — множество вершин графа курса, полученного пересечением курсов  $i$  и  $j$ ,  $CTR_{sec}$  — множество ребер этого графа.

*Утверждение 2.* Операция пересечения курсов обладает свойствами коммутативности и ассоциативности.

Операция пересечения позволяет выделить повторяющиеся разделы и исключить их из рассмотрения в одном из курсов в целях оптимизации процесса обучения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана структурная модель обучающей системы. На основе структурной модели разработана математическая модель обучающей системы. Проведено исследование модели обучающей системы с использованием теории алгебр. Введены операции объединения, пересечения учебных курсов, позволяющие получать новые курсы на основе уже существующих.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев, В. Н. Электронные учебники и автоматизированные обучающие системы / В. Н. Агеев. — Москва : Мир, 2001. — 79 с.
2. Астахова, И. Ф. Модель гибридной системы обучения / И. Ф. Астахова, Е. И. Киселева // Современные наукоемкие технологии. — 2016. — № 12, вып. 3. — С. 450–453.
3. Баринаева, С. Н. Автоматизированные учебные курсы и их влияние на качество процесса обучения / С. Н. Баринаева // Информационные технологии в образовании : Материалы конф., 1999. — <http://ito.bitro.ru/>
4. Башмаков, А. И. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем / А. И. Башмаков, И. А. Башмаков. — Москва : Информационно-издательский дом “Филинь”, 2003. — 616 с.

5. Березин, Н. В. Перспективы создания системы адаптивного тестирования как элемента централизованного тестирования / Н. В. Березин // Научный вестник МГТУ ГА, серия "Информатика". — 2001. — № 38. — С. 26–30.
6. Бессонов А. А. Интеллектуальные обучающие системы / А. А. Бессонов, В. Я. Мамаев, П. П. Парамонов. — СПб. : ГУАП, 2016. — 172 с.
7. Брусиловский, П. Л. Интеллектуальные обучающие системы / П. Л. Брусиловский // Информатика. Научно-технический сборник. Серия Информационные технологии. Средства и системы. — 1990. — № 2. — С. 3–22.
8. Власенко, А. А. Разработка адаптивной системы дистанционного обучения в сфере информационных технологий: автореф. дис. . . . канд. техн. наук / А. А. Власенко. — Воронеж, 2014. — 20 с.
9. Гапанюк, Ю. Е. Исследование и разработка модели, методики и средств создания автоматизированных учебных пособий с использованием технологии XML автореф. Дис. . . . канд. техн. наук / Ю. Е. Гапанюк. — Москва, 2006. — 24 с.
10. Киселева, Е. И. Проектирование автоматизированной обучающей системы на основе гибридных технологий / Е. И. Киселева // Современные информационные технологии и ИТ-образование: Сб. науч. Тр. I Межд. Науч. Конф. — Москва : Московский государственный университет, 2016. — С. 119–125.
11. Корчажкина, О. М. Измерение метапредметных образовательных результатов : постановка задачи моделирования нечёткого автомата / О. М. Корчажкина // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2015. — № 11. — С. 106–116.
12. Латыпова, А. Ф. Модель коммуникативной компетентности в терминах нечеткой логики / А. Ф. Латыпова, Г. Х. Абсалямова // Современные проблемы науки и образования в техническом вузе: материалы Всероссийской научно-практической конференции, 24–26 июня 2013 г. — г. Стерлитамак, 2013. — С. 231–236.
13. Монахов, В. М. О возможностях методологии нечеткого моделирования как нового инструмента информатизации педагогических объектов / В. М. Монахов // Современные информационные технологии и ИТ-образование : материалы III Международной науч.-практ. конф. [Электронный ресурс], Москва, 6–9 декабря 2008 г. / МГУ имени М. В. Ломоносова. Режим доступа: <http://2008.it-edu/pages/>.
14. Моисеев, В. Б. Внутривузовская система обеспечения качества подготовки специалистов / В. Б. Моисеев, А. Б. Андреев // Инж. образование. — 2005. — № 3. — С. 62–74.
15. Нефедов, В. Н. Курс дискретной математики / В. Н. Нефедов, В. А. Осипова. — Москва : Издательство МАИ, 1992. — 264 с.
16. Павлов, Е. Н. Мониторинг эффективности деятельности участников образовательного проекта методами нечеткой логики / Е. Н. Павлов, И. А. Шуйкова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. — 2014. — № 2. — С. 69–74.

## REFERENCES

1. Ageev V.N. Electronic books and the automated training systems. [Ageev V.N. Elektronnye uchebniki i avtomatizirovannye obuchayushhie sistemy]. Moscow, 2001, 79 p.
2. Astachova I.F., Kiseleva E.I. Model of hybrid training system. [Astachova I.F., Kiseleva E.I. Model' gibridnoj sistemy obucheniya]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii — Modern high technology*, 2016, no. 12, iss. 3, pp. 450–453.
3. Barinova S.N. The automated training courses and their influence on quality of process of training. [Barinova S.N. Avtomatizirovannye uchebnye kursy i ix vliyanie na kachestvo processa obucheniya]. Information technologies in education. Proceeding of conf. , 1999, <http://ito.bitro.ru/>.

4. Bashmakov A.I., Bashmakov I.A. Development of computer books and the training systems. [Bashmakov A.I., Bashmakov I.A. Razrabotka komp'yuternyx uchebnikov i obuchayushhix sistem]. Moscow, 2003, 616 p.
5. Berezin N.V. The prospects of creation system of adaptive testing as element of the centralized testing. [Berezin N.V. Perspektivy sozdaniya sistemy adaptivnogo testirovaniya kak elementa centralizovannogo testirovaniya]. *Nauchnyy vestnik MGTU GA, seriya "Informatika" – Scientific Vestnik MSTU. Informatics*, 2001, no. 38, pp. 26–30.
6. Bessonov A.A., Mamaev V.Ya., Paramonov P.P. The intellectual training systems. [Bessonov A.A., Mamaev V.Ya., Paramonov P.P. Intellektual'nye obuchayushhie sistemy]. Sankt-Petersburg, 2016, 172 p.
7. Brysilovsky P.L. Intellectual learning system. [Brusilovskiy P.L. Intellektual'nye obuchayushhie sistemy]. *Informatika. Nauchno-tekhnicheskij sbornik. Seriya Informacionnye tehnologii. Sredstva i sistemy – Informatics. Scientific and technical systems. Informatics. Scientific and technical collection. Information Technology Series. Tools and Systems*, 1990, no. 2, pp. 3–22.
8. Vlasenko A.A. Development of adaptive system of distance learning in the sphere of information technologies. [Vlasenko A.A. Razrabotka adaptivnoy sistemy distancionnogo obucheniya v sfere informacionnyx tehnologiy]. Avtoref. Diss., Voronezh, 2014, 20 p.
9. Gzpanyul Yu.E. Research and development of model, technique and tools for the automated manuals with use of XML technology. [Gapanyuk Yu.E. Issledovanie i razrabotka modeli, metodiki i sredstv sozdaniya avtomatizirovannyx uchebnyx posobiyy s ispol'zovaniem tehnologii XML]. Avtoref. Diss., Moscow, 2006, 24 p.
10. Kiseleva E.I. Design of the automated training system on the basis of hybrid technologies. [Kiseleva E.I. Proektirovanie avtomatizirovannoy obuchayushhey sistemy na osnove gibridnyx tehnologiy]. Modern information technologies and IT education: Scientific conf., Moscow, 2016, pp. 119–125.
11. Korchazhkina O.M. Measurement of metasubject educational results: problem of definition of modeling of the fuzzyt automatic machine. [Korchazhkina O.M. Izmerenie metapredmetnyx obrazovatel'nyx rezul'tatov: postanovka zadachi modelirovaniya nechyotkogo avtomata]. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie – Modern information technologies and IT education*, 2015, no. 11, pp. 106–116.
12. Latipova A.F., Absalyamova G.H. Model of communicative competence of terms of fuzzy logic. [Latypova A.F., Absalyamova G.X. Model' kommunikativnoy kompetentnosti v terminax nechetkoj logiki]. Modern problems of science and education in technical college, proceeding of Russian scientific and practical conference, June 24–26, Sterlitamak, 2013, pp. 231–236.
13. Monahov V.M. Opportunities of methodology of indistinct modeling as new instrument of informatization of pedagogical objects. [Monahov V.M. O vozmozhnostyax metodologii nechetkogo modelirovaniya kak novogo instrumenta informatizatsii pedagogicheskix ob'ektov]. Modern information technologies and IT education, 2008, Moscow, <http://2008.it-edu/pages/>.
14. Moiseev V.B., Andreev A.B. Intra high school system of ensuring quality of training of experts. [Moiseev V.B., Andreev A.B. Vnutrivuzovskaya sistema obespecheniya kachestva podgotovki specialistov]. *Inzh. obrazovanie – Engineering education*, 2005, no. 3, pp. 62–74.
15. Nefedov V.N., Osipova V.A. Course of discrete mathematics. [Nefedov V.N., Osipova V.A. Kurs diskretnoy matematiki]. Moscow, 1992, 264 p.
16. Pavlov E.N., Chuikova I.A. Monitoring of efficiency of activity of participants of the educational project by methods of fuzzy logic. [Pavlov E.N., Shuyjkova I.A. Monitoring effektivnosti deyatel'nosti uchastnikov obrazovatel'nogo proekta metodami nechetkoj logiki]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemnyy analiz i informacionnye tehnologii – Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems analysis and information*

*technologies*, 2014, no. 2, pp. 69–74.

*Астахова Ирина Федоровна, доктор технических наук, профессор, профессор каф. математического обеспечения ЭВМ факультета прикладной математики, информатики и механики, Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия  
Тел.: 8473-220-86-98*

*Astakhova Irina Fedorovna, doctor of technical Sciences, Professor, Professor of the Department of computer mathematical support of the faculty of applied mathematics, Informatics and mechanics, Voronezh State University, Voronezh, Russia  
Tel.: 8473-220-86-98*

*Киселева Екатерина Игоревна, ассистент каф. педагогики и методики дошкольного и начального образования психолого-педагогического образования, Воронежский государственный педагогический университет, Воронеж, Россия  
Тел.: +7473-255-24-11*

*Kiseleva Ekaterina Igorevna, assistant of the Department of pedagogy and methodology of preschool and primary education of psychological and pedagogical education, Voronezh State Pedagogical University, Voronezh, Russia  
Tel.: +7473-255-24-11*