

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНО–ИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ КВАНТОВЫХ НАНОСТРУКТУР

Т. Х. Нгуен, Ю. В. Коновалова, Н. П. Стадная, А. Ф. Клинских

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 07.05.2018 г.

**Аннотация.** Исследование эффекта электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) в поле лазерного излучения продолжает оставаться актуальной задачей в настоящее время. При этом целесообразно выбирать системы, для которых, с одной стороны, могут быть получены точные аналитические выражения характеристик эффекта, а, с другой стороны, имеющие широкие практические приложения. Важным примером таких систем является одномерная квантовая яма конечной глубины в электромагнитном поле. Обычно задача об ЭИП рассматривается для газовых сред. В данной работе проводится анализ для наноструктур, что важно для понимания эффектов прозрачности в волоконной оптике и оптоэлектронике.

**Ключевые слова:** эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП), квантовая яма, оптоэлектроника, волоконная оптика.

## ELECTROMAGNETIC–INDUCED TRANSPARENCY OF QUANTUM NANOSTRUCTURES

T. H. Nguen, Y. V. Konovalova, N. P. Stadnaya, A. F. Klinskikh

**Abstract.** The study of the effect of electromagnetic induced transparency (EIT) in the field of laser radiation continues being an urgent task even to date. For this reason, it is advisable to choose systems for which, on one hand, accurate analytical expressions of such characteristics can be obtained, and on other hand they have broad practical applications. An important example of such systems is a one-dimensional quantum well of finite depth in an electromagnetic field. Usually this problem is considered for a gas medium. In this paper, we analyze it for nanostructures and this is important for understanding effect of transparency in the fiber optics and optoelectronics.

**Keywords:** effect of electromagnetic induced transparency (EIT), quantum well, optoelectronics, fiber optics.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие когерентного света с квантовыми системами, имеющими несколько энергетических уровней, приводит к целому ряду интересных квантовых эффектов. Среди них большое внимание уделяется эффекту электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Этот эффект является проявлением квантовой интерференции между амплитудами вероятностей переходов в системах при когерентном возбуждении одним или несколькими электромагнитными полями. Вследствие эффекта квантовой интерференции среда становится прозрачной по отношению к пробному излучению при наличии в среде другого, сильного, светового излучения. Теоретическая основа этого явления была дана О. А. Кочаровской и Я. И. Ханиным в 1988 году [1] и группой Харриса в 1989 году [2] и экспериментально проверена для газовых сред в 1990 году с трехуровневыми холодными атомами хрома [3].

На сегодняшний день эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности нашёл приложение в таких областях, как создание оптических переключателей [4], замедление скорости света [5], хранение и обработка квантовой информации, повышение производительности нелинейных оптических процессов, спектров высокого разрешения, объяснение проявления “темновых” состояний у трехуровневого атома [6]. Отметим работу [7], в которой рассмотрен эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности в системе трёх связанных квантовых ям в резонаторе. В данной работе проведен анализ и детальный расчёт эффекта для квантовой наноструктуры, представляющей собой одиночную квантовую яму.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим одномерную квантовую яму (рис. 1) шириной  $2a = 5.5$  нм и глубиной  $U_0 = 350$  мэВ, в которой уровни (1) и (4) зондируются пробным полем, имеющим амплитуду  $\varepsilon$  и частоту  $\omega$ . Нас будет интересовать дисперсия и поглощение этого поля. Верхний уровень (4) связывается с уровнем (3) сильным когерентным полем частоты  $\nu_\mu$ , комплексная частота Раби которого равна  $\Omega_\mu \exp(-i\varphi_\mu)$ , где  $\Omega_\mu = \frac{|d_{43}|F}{\hbar}$ ,  $\varphi_\mu$  — фаза дипольного момента.

В дальнейшем будем использовать следующие обозначения:

$$k_i^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(|U_0| - |E_i|),$$

$$q_i^2 = \frac{2m|E_i|}{\hbar^2}.$$

Индекс  $i$  обозначает связанное состояние электрона,  $m$  — масса электрона,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $|U_0|$  — глубина ямы.

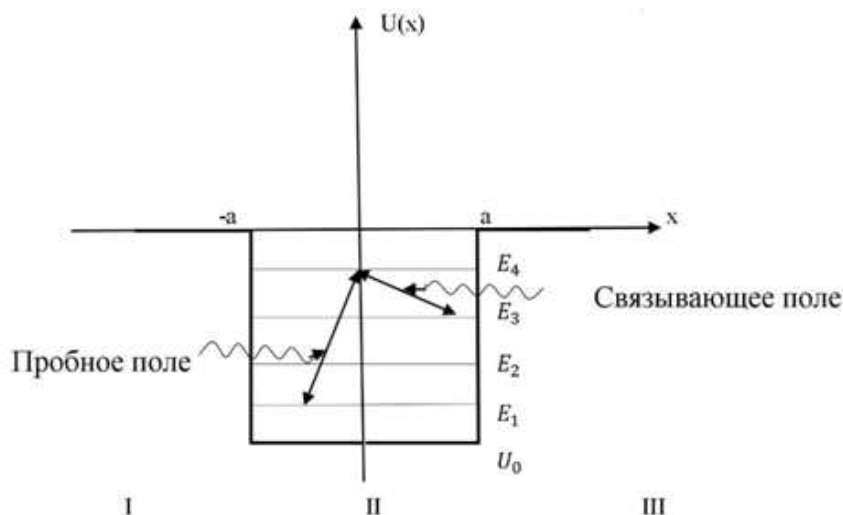


Рис. 1. Модель квантовой ямы конечной глубины

Так как в процессе поглощения происходит изменение чётности состояния, удобно строить решения определённой чётности. Хорошо известно, что для прямоугольной квантовой ямы такой выбор волновых функций возможен, при этом чётные функции будем снабжать индексом “+”, а нечётные — “-”.

Волновые функции и соответствующие энергии начального состояния определяются из решения уравнения Шрёдингера (1) в областях I, II, III (рис. 1) с последующим сшиванием

решений на границах областей

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial_i^2 \Psi}{\partial x^2} + U(x)\Psi_i = -|E_i|\Psi_i. \quad (1)$$

Решение (1) даёт следующий набор состояний [8, гл. IV]:

$$|i\rangle_+ = \begin{cases} A_+ \cos(k_i x), & \text{если } 0 \leq x \leq a; \\ A_+ \cos(k_i x) e^{q_i(a-x)}, & \text{если } x > a, \end{cases} \quad (1')$$

$$|i\rangle_- = \begin{cases} A_- \sin(k_i x), & \text{если } 0 \leq x \leq a; \\ A_- \sin(k_i x) e^{q_i(a-x)}, & \text{если } x > a, \end{cases} \quad (1'')$$

Здесь  $A_+ = A_- = \left(a + \frac{1}{q_i}\right)^{-1/2}$  — нормировочные постоянные,  $k_i^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(|U_0| - |E_i|)$ ,  $q_i^2 = \frac{2m|E_i|}{\hbar^2}$ . Условия сшивания функций на границах областей дают уравнения на спектр:

$$\text{tg}(k_i a) = \frac{q_i}{k_i} \text{ — для чётных,}$$

$$\text{ctg}(k_i a) = -\frac{q_i}{k_i} \text{ — для нечётных решений.}$$

Решение данного уравнения даёт для ямы с параметрами, приведёнными на рис. 1, значения уровней энергии, представленных в таблице 1.

Таблица 1. Значения уровней энергии.

$I$	$E_i$ (мэВ)
1	-340,10
2	-310,53
3	-261,71
4	-194,60

Отметим, что  $E_1$  и  $E_3$  — чётные,  $E_2$  и  $E_4$  — нечётные уровни энергии,

$$\omega_{34} = \omega_4 - \omega_3 = \frac{E_4 - E_3}{\hbar}.$$

Обратим внимание на разницу уровней энергий  $E_3$  и  $E_4$ :  $E_3 - E_4 = -67.11$  мэВ. Отсюда можно получить длину волны перехода  $|3\rangle \rightarrow |4\rangle$ :  $\lambda_{34} = 2,94$  мкм. Мы специально подбирали параметры квантовой ямы так, чтобы длина волны перехода  $|3\rangle \rightarrow |4\rangle$  находилась в диапазоне длин волн для титан-сапфирового лазера ( $\lambda_{Ti:Sa} \approx 10$  мкм).

В [3, гл. 7] приведены следующие уравнения для элементов матрицы плотности для трех-уровневой системы  $a$ ,  $b$  и  $c$  (соответствие с уровнями  $E_4$ ,  $E_1$  и  $E_3$ ):

$$\dot{\tilde{\rho}}_{ab} = -(\gamma_1 + i\Delta)\tilde{\rho}_{ab} + \frac{i}{2} \frac{d_{ab}\varepsilon}{\hbar} + \frac{i}{2} \Omega_\mu \exp[-i\varphi_\mu] \tilde{\rho}_{cb},$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{cb} = -(\gamma_3 + i\Delta)\tilde{\rho}_{cb} + \frac{i}{2} \Omega_\mu \exp[-i\varphi_\mu] \tilde{\rho}_{ab},$$

где  $\Delta = \omega_{ab} - \omega$  — отстройка пробного поля,  $\nu_\mu = \omega_{ac}$ ,  $\tilde{\rho}_{ab}$ ,  $\tilde{\rho}_{cb}$  — недиагональные элементы матрицы плотности,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_3$  — скорости затухания недиагональных элементов  $\tilde{\rho}_{ab}$  и  $\tilde{\rho}_{cb}$ ,  $d_{ab}$  — дипольный момент.

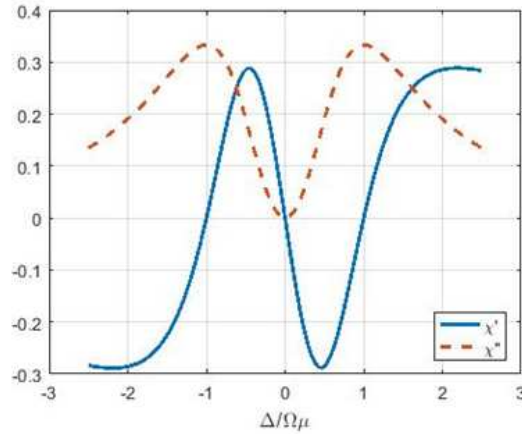


Рис. 2. Действительная (сплошная линия) и мнимая (пунктирная линия) части восприимчивости (в относительных единицах) как функции нормированной расстройки  $\Delta/\Omega_\mu$ .

Явное выражение для элементов матрицы плотности

$$\rho_{ab}(t) = \frac{id_{ab}\delta \exp[-i\omega t](\gamma_3 + i\Delta)}{2\hbar \left[ (\gamma_1 + i\Delta)(\gamma_3 + i\Delta) + \frac{\Omega_\mu^2}{4} \right]} \quad (2)$$

обеспечивает получение следующих выражений для действительной и мнимой частей комплексной восприимчивости  $\chi = \chi' + i\chi''$ :

$$\chi' = \frac{N_a |d_{ab}|^2 \Delta}{\varepsilon_0 \hbar Z} \left[ \gamma_3(\gamma_1 + \gamma_3) + \left( \Delta^2 - \gamma_1 \gamma_3 - \frac{\Omega_\mu^2}{4} \right) \right], \quad (3)$$

$$\chi'' = \frac{N_a |d_{ab}|^2}{\varepsilon_0 \hbar Z} \left[ \Delta^2(\gamma_1 + \gamma_3) - \gamma_3 \left( \Delta^2 - \gamma_1 \gamma_3 - \frac{\Omega_\mu^2}{4} \right) \right], \quad (3')$$

где  $N_a$  — плотность квантовых ям в единице объёма,

$$Z = \Delta^2(\gamma_1 + \gamma_3)^2 + \left( \Delta^2 - \gamma_1 \gamma_3 - \frac{\Omega_\mu^2}{4} \right)^2.$$

Величины  $\chi'$  и  $\chi''$  связаны с дисперсией и поглощением. На рис. 2 приведены зависимости  $\chi'$  и  $\chi''$  от величины расстройки  $\Delta$ , выраженной в единицах  $\Omega_\mu$ , для случая, когда  $\Omega_\mu = 2\gamma_1$  и  $\gamma_1 \gg \gamma_3$  ( $\gamma_3 = 10^{-4}\gamma_1$ ). Расчет соответствует результатам из [3].

Теперь рассмотрим частотную зависимость коэффициента экстинкции, который характеризует ослабление пробного поля. Этот коэффициент пропорционален мнимой части комплексной восприимчивости и имеет размерность обратной длины ( $\text{см}^{-1}$ ):

$$D = \omega \cdot \chi''(\omega) \quad (4)$$

или

$$D = \omega \frac{|d_{41}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{\Delta^2(\gamma_1 + \gamma_3) + \gamma_3 \left( \gamma_1 \gamma_3 - \Delta^2 + \frac{\Omega_\mu^2}{4} \right)}{\Delta^2(\gamma_1 + \gamma_3)^2 + \left( \gamma_1 \gamma_3 - \Delta^2 + \frac{\Omega_\mu^2}{4} \right)^2}, \quad (5)$$

где  $\Delta = \omega_4 - \omega_1 - \omega$ ;  $\Omega_\mu = \frac{|d_{43}|F}{\hbar}$ ;  $F$  — величина напряженности сильного поля.

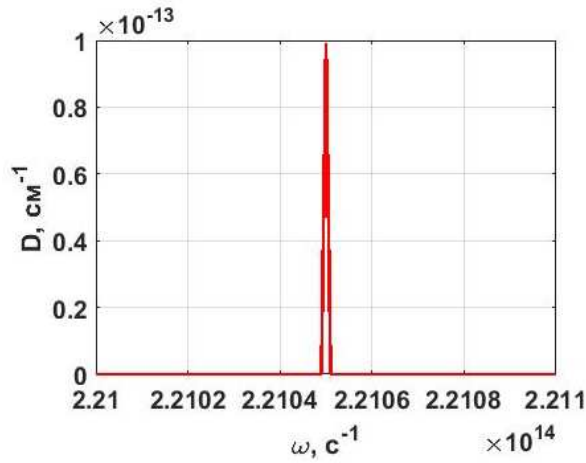


Рис. 3. Частотная зависимость коэффициента экстинкции при напряженности поля  $F = 1$  (В/м)

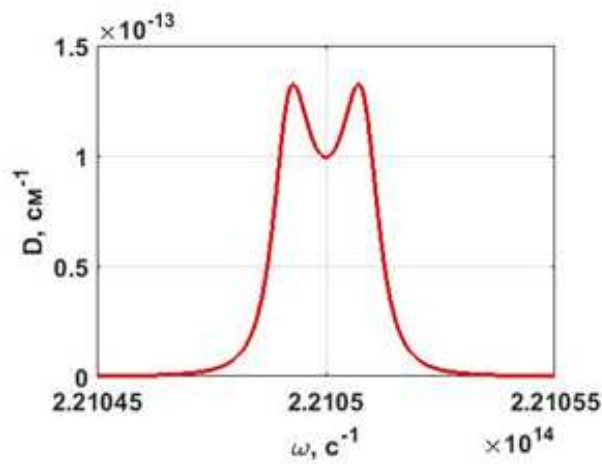


Рис. 4. Частотная зависимость коэффициента экстинкции при напряженности поля  $F = 10^3$  (В/м).

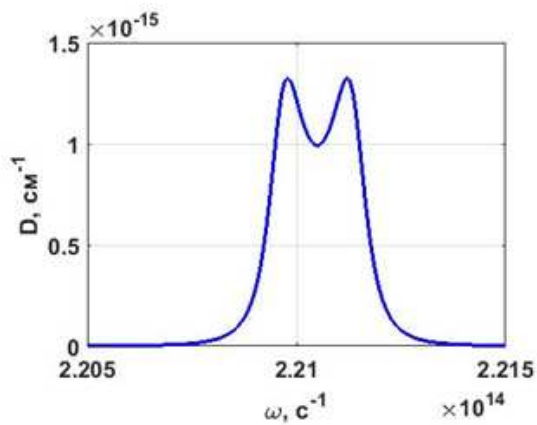


Рис. 5. Частотная зависимость коэффициента экстинкции при напряженности поля  $F = 10^3$  (В/м).

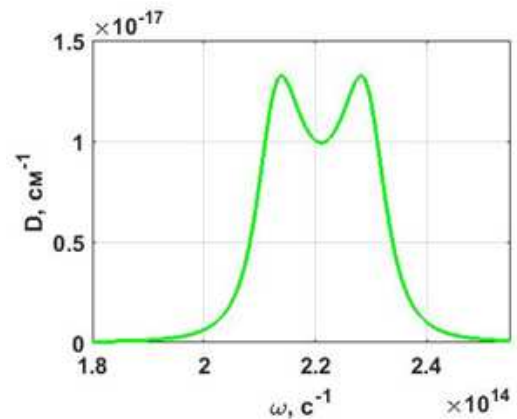


Рис. 6. Частотная зависимость коэффициента экстинкции при напряженности поля.

В этом выражении величины дипольных моментов  $d_{ij} = -e\langle i|x|j\rangle$ ,  $e$  — элементарный заряд принимают конкретные значения, определяемые структурой ямы

$$d_{14} = -4.3217 \cdot 10^{-18} \text{ ед. СГСЭ см,}$$

$$d_{34} = -6.3660 \cdot 10^{-17} \text{ ед. СГСЭ см.}$$

Расчеты выполнены с использованием волновых функций ( $1'$ ) и ( $1''$ ).

На рис. 3 приведена частотная зависимость коэффициент экстинкции для пробного поля в отсутствие сильного. Далее рассмотрим коэффициент экстинкции для разных значений напряжённости сильного поля с целью иллюстрации эффекта ЭИП в квантовой наноструктуре.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Выберем для определённости в качестве основного состояние  $|1\rangle$  с  $E_1 = -340,10$  мэВ и возбужденное состояние  $|4\rangle$  с  $E_4 = -194,60$  мэВ. Эти состояния связаны пробным полем с частотой  $\omega_4 - \omega_1 = 2.2105 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Расчёт по формуле (5) для различных значений напряжённости  $F$  даёт зависимости коэффициента экстинкции от частоты поглощаемого фотона, представленные на рис. 4–6. Отметим, что используемые при расчёте значения напряжённости много меньше атомной. Напомним, что атомная напряжённость поля равна  $5.13 \cdot 10^{11} \text{ В/м}$ .

На рисунках для сравнения представлены три кривые. На графиках видно, что при увеличении значений напряжённости сильного поля кривая экстинкции (ослабления) в области исходного поглощения стремится к минимуму, т.е. по отношению к пробному полю квантовая наноструктура становится прозрачной. Это необходимо учитывать при рассмотрении задач оптоэлектроники и волоконной оптики в наноструктурах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кочаровская, О. А. Когерентное усиление ультракороткого импульса в трехуровневой среде без инверсии населенностей / О. А. Кочаровская, Я. И. Ханин // Письма в ЖЭТФ. — 1988. — Т. 48, № 11. — С. 581–584.
2. Harris, S. E. Lasers without Inversion : Interference of Lifetime-Broadened Resonances / S. E. Harris // Phys. Rev. Lett. — 1989. — V. 62, № 9. — P. 1033–1036.
3. Скалли, М. О. Квантовая оптика / М. О. Скалли, М. С. Зубайри. — М. : Физматлит. — 2003. — 512 с.
4. Harris, S. E. Photon Switching by Quantum Interference / S. E. Harris, Y. Yamamoto // Phys. Rev. Lett. — 1998. — V. 81, № 17. — P. 3611–3614.
5. Александров, Е. Б. Легенда об остановленном свете / Е. Б. Александров, В. С. Запасский // УФН. — 2004. — Т. 174, № 10. — С. 1105–1108.
6. Pack, M. V. Transients of the electromagnetically-induced-transparency-enhanced refractive Kerr nonlinearity : Theory / M. V. Pack, R. M. Camacho, J. C. Howell // Phys. Rev. A. — 2006. — Т. 74. — С. 013812–1/9.
7. Wang, Z. Optical bistability via dual electromagnetically induced transparency in a coupled quantum-well nanostructure / Z. Wang, B. Yu // Journal of applied physics. — 2013. — V. 113, № 11. — С. 113101–1/6.
8. Давыдов, А. С. Квантовая механика / А. С. Давыдов. — М. : Наука. — 1973. — 704 с.

### REFERENCES

1. Kocharovskaya O.A., Khanin Y.I. Coherent amplification of an ultrashort pulse in a three-level medium without population inversion. [Kocharovskaya O.A., Khanin Y.I. Kogerentnoe usilenie ul'trakorotkogo impul'sa v trexurovnevoyj srede bez inversii naseleinnosteyj]. *Pis'ma v*

*Zhurnal e'ksperimental'noj i teoreticheskoy fiziki — Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters (JETP Letters)*, 1988, vol. 48, no. 11, pp. 581–584.

2. Harris S.E. Lasers without Inversion: Interference of Lifetime-Broadened Resonances. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, vol. 62, no. 9, pp. 1033–1036.

3. Scully M.O., Zubairi M. S. Quantum optics. [Skalli M.O., Zubayjri M.S. *Kvantovaya optika*]. Moscow, 2003, 512 p.

4. Harris S.E., Yamamoto Y. Photon Switching by Quantum Interference. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 81, no. 17, pp. 3611–3614.

5. Alexandrov E.B., Zapassky V.S. The legend of the halted light. [Aleksandrov E.B., Zapasskiy V.S. *Legenda ob ostanovlennom svete*]. *Uspehi fizicheskix nauk — Physics-Uspekhi*, 2004, vol. 174, no. 10, pp. 1105–1108.

6. Pack M.V., Camacho R.M., Howell J.C. Transients of the electromagnetically-induced-transparency-enhanced refractive Kerr nonlinearity: Theory. *Phys. Rev. A*, 2006, vol. 74, pp. 013812–1/9.

7. Wang Z., Yu B. Optical bistability via dual electromagnetically induced transparency in a coupled quantum-well nanostructure. *Journal of applied physics*, 2013, vol. 113, no. 11, pp. 113101–1/6.

8. Davydov A.S. Quantum mechanics. [Davydov A.S. *Kvantovaya mexanika*]. Moscow, 1973, 704 p.

*Нгуен Тхи Ханг, магистрант кафедры теоретической физики физического факультета Воронежского государственного университета, Воронеж, Россия  
E-mail: hangspk60@gmail.com*

*Nguen T. H., master student of Department of Theoretical Physic of Physical faculty Voronezh State University, Voronezh, Russia  
E-mail: hangspk60@gmail.com*

*Коновалова Юлия Владимировна, магистрант кафедры теоретической физики физического факультета Воронежского государственного университета, Воронеж, Россия  
E-mail: konovalova@gmail.com*

*Konovalova Y. V., master student of Department of Theoretical Physic of Physical faculty Voronezh State University, Voronezh, Russia  
E-mail: konovalova@gmail.com*

*Стадная Надежда Павловна, доцент кафедры общей физики физического факультета Воронежского государственного университета, Воронеж, Россия  
E-mail: St.hope11@gmail.com*

*Stadnaya N. P., Associate Professor of the Department of General Physics faculty Voronezh State University, Voronezh, Russia  
E-mail: St.hope11@gmail.com*

*Клинских Александр Федотович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей физики Воронежского государственного университета, Воронеж, Россия  
E-mail: klinskikh@phys.vsu.ru*

*Klinskikh A. F., Doctor of Physical and Mathematical sciences, Professor, Head of the Department General Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia  
E-mail: klinskikh@phys.vsu.ru*