

ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ПРИХОДА И ДЛИТЕЛЬНОСТИ РАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Ю. Э. Корчагин, К. Д. Титов, С. В. Корольков

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 01.06.2018 г.

Аннотация. Выполнены синтез и анализ алгоритмов оценки времени прихода и длительности узкополосного радиосигнала с неизвестной начальной фазой, использующих различные способы преодоления априорной параметрической неопределённости. Исследованы квазиправдоподобный, максимально правдоподобный и квазиоптимальный алгоритмы оценки, определены различия в их аппаратной или программной реализациях. Найдены асимптотические выражения для смещений, рассеяний и коэффициента корреляции оценок времени прихода и длительности, справедливые при больших отношениях сигнал/шум. Исследовано влияние априорного незнания начальной фазы сигнала на точность оценок времени прихода и длительности радиосигнала.

Ключевые слова: время прихода, длительность, оценка максимального правдоподобия, радиосигнал, моменты появления и исчезновения, смещение, рассеяние, точность оценки.

ESTIMATION THE TIME OF ARRIVAL AND DURATION OF THE SIGNAL WITH UNKNOWN INITIAL PHASE

Yu. E. Korchagin, K. D. Titov, S. V. Korolkov

Abstract. The synthesis and analysis of algorithms for estimating the arrival time and duration of a narrow-band radio signal with an unknown initial phase are performed, using different ways to overcome a priori parametric uncertainty. Investigated quasilielihood, maximum likelihood and quasi-optimal estimation algorithms, differences in their hardware or software implementations are determined. Asymptotic expressions for the bias, dispersion, and correlation coefficient of the arrival time and duration estimates are found to be valid for large signal-to-noise ratios. The influence of a priori ignorance of the initial phase of the signal on the accuracy of the arrival time estimates is investigated and the duration of the radio signal.

Keywords: arrival time, duration, maximum likelihood estimation, radio signal, moments of appearance and disappearance, bias, dispersion, the accuracy of the estimation.

ВВЕДЕНИЕ

Задача приёма сигнала с неизвестными временем прихода и длительностью известна достаточно давно, однако не потеряла актуальности для теории связи, локации, сейсмологии, радиоастрономии и др. Оценки максимального правдоподобия (МП) времени прихода и длительности видеоимпульса прямоугольной и произвольной формы синтезированы в работах [1], [2]. При этом предполагалось, что сигнал появляется и исчезает скачком, а время прихода и длительность можно выразить через моменты появления и исчезновения (положения переднего и заднего фронтов) сигнала [1]. В работе [3] результаты синтеза и анализа оценок времени прихода и длительности [2] обобщены на видеоимпульс произвольной формы с неизвестной амплитудой. Исследовано влияние априорного незнания амплитуды на точность

оценок времени прихода и длительности. Однако во многих практических приложениях используются сигналы с высокочастотным заполнением (радиосигналы), которые в силу специфики распространения имеют неизвестную начальную фазу. Ниже выполнены синтез и анализ оценок времени прихода и длительности узкополосного радиосигнала с произвольной формой огибающей и неизвестной начальной фазой.

Пусть на фоне аддитивного гауссовского белого шума принимается сигнал

$$s(t, \varphi, \lambda, \tau) = a_0 f(t) \cos(\omega t - \varphi) I\left(\frac{t - \lambda}{\tau}\right), \quad (1)$$

форма огибающей которого описывается непрерывной функцией $f(t)$. Здесь

$$I(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1/2, \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases} \quad (2)$$

— индикатор единичной длительности, a_0 — амплитуда, $\varphi \in [0, 2\pi]$ — начальная фаза, λ и τ — время прихода и длительность сигнала соответственно, которые могут принимать значения из априорной области Λ , описываемой неравенствами $|\lambda| \leq \Lambda_0/2$, $T_1 \leq \tau \leq T_2$. Положим, что априори неизвестны начальная фаза, время прихода и длительность сигнала.

Для того, чтобы сигнал не мог исчезнуть раньше, чем он появляется, потребуем выполнения неравенства

$$\Lambda_0 \leq T_1. \quad (3)$$

Также будем считать, что $f(\theta_{0i}) \neq 0$, $i = 1, 2$, где $\theta_{01} = \lambda_0 - \tau_0/2$ и $\theta_{02} = \lambda_0 + \tau_0/2$ — соответственно моменты появления и исчезновения сигнала. Следовательно, сигнал (1) появляется и исчезает скачком, то есть является разрывным [4], [5]. Располагая наблюдаемой на интервале времени $[-T/2, T/2]$ реализацией

$$\xi(t) = s(t, \varphi_0, \lambda_0, \tau_0) + n(t), \quad (4)$$

необходимо сформировать совместную оценку времени прихода и длительности. Здесь φ_0 , λ_0 , τ_0 — истинные значения начальной фазы, времени прихода и длительности принимаемого сигнала соответственно, а $n(t)$ — реализация гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 .

При априори известной начальной фазе сигнала, можно воспользоваться МП алгоритмом оценивания [4]. Такой измеритель находит оценки времени прихода и длительности как координаты положения наибольшего максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП) [4], [5]. При неизвестных начальной фазе, времени прихода и длительности логарифм ФОП зависит от трёх неизвестных параметров [4]

$$L(\varphi, \lambda, \tau) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\lambda - \tau/2}^{\lambda + \tau/2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a_0}{N_0} \int_{\lambda - \tau/2}^{\lambda + \tau/2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt. \quad (5)$$

Первое слагаемое здесь и далее представляет собой стохастический интеграл в смысле Ито. Таким образом, имеется априорная параметрическая неопределённость относительно начальной фазы.

1. КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ

Для преодоления априорной параметрической неопределённости относительно начальной фазы можно воспользоваться квазиправдоподобным (КП) алгоритмом оценки [6], согласно

которому логарифм ФОП формируется (5) для некоторого ожидаемого значения начальной фазы φ^* и всех возможных значений времени прихода и длительности

$$L^*(\lambda, \tau) = L(\varphi^*, \lambda, \tau). \quad (6)$$

Тогда КП оценка времени прихода и длительности определяется как координаты абсолютного (наибольшего) максимума случайного поля (6)

$$(\lambda^*, \tau^*) = \arg \sup L^*(\lambda, \tau). \quad (7)$$

Введем аналогично [1], [2], [3] новые переменные

$$\theta_1 = \lambda - \tau/2, \quad \theta_2 = \lambda + \tau/2 \quad (8)$$

— положения переднего и заднего фронтов сигнала (1) соответственно. Обозначим область их возможных значений Θ . Очевидно, что линейные преобразования (8) взаимно однозначны, поэтому, определив характеристики КП оценок положений фронтов θ_1^* и θ_2^* , можно затем найти характеристики КП оценок времени прихода и длительности

$$\lambda^* = \frac{\theta_2^* + \theta_1^*}{2}, \quad \tau^* = \theta_2^* - \theta_1^*. \quad (9)$$

Для параметров θ_1 и θ_2 логарифм ФОП (6) принимает вид

$$L^*(\theta_1, \theta_2) = L_1^*(\theta_1) + L_2^*(\theta_2) \quad (10)$$

где

$$L_1^*(\theta_1) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt - \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi^*) dt, \quad (11)$$

$$L_2^*(\theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt - \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi^*) dt. \quad (12)$$

а θ — фиксированная точка из интервала $[-(T_1 - \Lambda_0)/2, (T_1 - \Lambda_0)/2]$. Квазиравдоподобные оценки θ_1^* и θ_2^* определяются как координаты положения абсолютного максимума случайного поля (10) при $(\theta_1, \theta_2) \in \Theta$. Для упрощения реализации алгоритма и определения характеристик оценок расширим аналогично [1], [2], [3] априорную область Θ до квадрата минимальной площади Θ_a со сторонами параллельными осям θ_1, θ_2 , и включающий в себя область Θ . Тогда область Θ_a задаётся неравенствами

$$\begin{aligned} \theta_{i \min} &\leq \theta_i \leq \theta_{i \max}, \quad i = 1; 2, \\ \theta_{1 \min} &= -\beta, \quad \theta_{1 \max} = -\alpha, \quad \theta_{2 \min} = \alpha, \quad \theta_{2 \max} = \beta, \\ \alpha &= (T_1 - \Lambda_0)/2, \quad \beta = (T_2 - \Lambda_0)/2. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку выражения (11) и (12) содержат интегралы от гауссовского белого шума на неперекрывающихся интервалах, то $L_1^*(\theta_1)$ и $L_2^*(\theta_2)$ — статистически независимые гауссовские случайные процессы. Следовательно, положение максимума случайного поля $L^*(\theta_1, \theta_2)$ по переменным θ_1 и θ_2 можно искать отдельно как положения максимумов случайных процессов (11) и (12) соответственно:

$$\theta_i^* = \arg \sup L_i^*(\theta_i), \quad i = 1; 2, \quad (\theta_1, \theta_2) \in \Theta_a. \quad (14)$$

На рис. 1 показана блок-схема формирования КП оценок времени прихода и длительности. Здесь обозначено: И1 — интегратор на интервале времени $[\theta_{1\min}, t]$, $t \in [\theta_{1\min}, \theta]$, И2 — интегратор на интервале $[\theta, t]$, где $t \in [\theta, \theta_{2\max}]$, ЛЗ — линия задержки на время $t = \theta - \theta_{1\min}$, А — аттенюатор с коэффициентом передачи $1/2$, Э1 и Э2 — экстрематоры, которые осуществляют поиск положений максимумов сигнала на интервалах времени $[\theta, \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ и $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$. Эти положения являются КП оценками моментов появления и исчезновения соответственно (14), из которых формируются оценки (9).

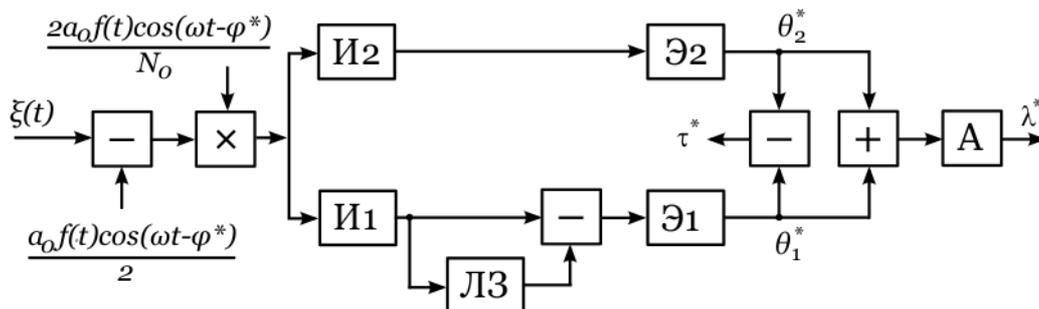


Рис. 1. Блок-схема КП измерителя времени прихода и длительности

На основе методики [7] были найдены плотности вероятностей оценок (14) [8]:

$$W_j^*(\theta_j | \theta_{0j}) = W_{l_j}^*(l_j | l_{0j}) \left| \frac{dl_j}{d\theta_j} \right|, \quad (15)$$

где

$$W_{l_j}^*(l_j | l_{0j}) = \frac{1}{2} \begin{cases} R^2 \Psi \left(R^2 \frac{l_{0j} - l_j}{2}, R^2 \frac{l_{0j} - l_{j\min}}{2}, \frac{l_{j\max} - l_{0j}}{2}, \frac{1}{R} \right), & l_j \leq l_{0j}, \\ \Psi \left(\frac{l_j - l_{0j}}{2}, \frac{l_{j\max} - l_{0j}}{2}, R^2 \frac{l_{0j} - l_{j\min}}{2}, R \right), & l_j > l_{0j}, \end{cases} \quad (16)$$

— плотности вероятностей случайных величин l_j , связанных с оценками (14) взаимно-однозначными преобразованиями $l_j = (-1)^j Q(\theta, \theta_j)$, $l \in [l_{j\min}, l_{j\max}]$, $l_{j\min} = (-1)^j Q(\theta, \theta_{j\min})$, $l_{j\max} = (-1)^j Q(\theta, \theta_{j\max})$, $l_{0j} = (-1)^j Q(\theta, \theta_{0j})$,

$$Q(\theta_1, \theta_2) = \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt \quad (17)$$

— отношение сигнал-шум (ОСШ) на выходе приёмника МП, $\theta_{0j}^* = \lambda_0 + (-1)^j \tau_0 / 2$, $j = 1, 2$, $R = 2 \cos \Delta\varphi - 1$, $\Delta\varphi = \varphi^* - \varphi_0$ — расстройка КП измерителя по начальной фазе,

$$\Psi(y, y_1, y_2, y_3) = \left\{ \Phi \left(\sqrt{\frac{y_1 - y}{2}} \right) + \exp \left[-\frac{y_1 - y}{4} \right] / \sqrt{\pi(y_1 - y)} \right\} \frac{1}{2|y|^{3/2} \sqrt{\pi}} \times \int_0^\infty x \exp \left[-\frac{(x + y)^2}{4y} \right] \left[\Phi \left(\frac{y_3 x + y_2}{\sqrt{2y_2}} \right) - \exp(-y_3 x) \Phi \left(\frac{-y_3 x + y_2}{\sqrt{2y_2}} \right) \right] dx. \quad (18)$$

В [8] также были найдены асимптотические значения смещений и рассеяний КП оценок моментов появления и исчезновения (14)

$$B(\theta_j^* | \theta_{0j}) = \langle \theta_j^* - \theta_0 \rangle = (-1)^j \frac{2T_{\max}}{\rho_j^2} \cdot \frac{(R^2 - 1)}{R^2}, \quad (19)$$

$$V(\theta_j^*|\theta_{0j}) = \langle (\theta_j^* - \theta_0)^2 \rangle = \frac{8T_{\max}^2}{\rho_j^4} \cdot \frac{R^5(2R^2 + 6R + 5) + (5R^2 + 6R + 2)}{(R + 1)^3 R^4}, \quad (20)$$

где $\rho_j^2 = 2f^2(\theta_{0j})T_{\max}/N_0$, $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ — максимально возможная длительность сигнала.

Согласно (8) и (9) смещение и рассеяние оценок (7), а также коэффициент корреляции ошибок оценок, можно выразить через смещение и рассеяние КП оценок моментов появления и исчезновения

$$B(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = \langle \tau^* - \tau_0 \rangle = B(\theta_2^*|\theta_{02}) - B(\theta_1^*|\theta_{01}) = \frac{2T_{\max}P_B(R) \cdot (\rho_1^2 + \rho_2^2)}{\rho_1^2\rho_2^2}, \quad (21)$$

$$B(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = \langle \lambda^* - \lambda_0 \rangle = [B(\theta_2^*|\theta_{02}) + B(\theta_1^*|\theta_{01})]/2 = \frac{T_{\max}P_B(R) \cdot (\rho_1^2 - \rho_2^2)}{\rho_1^2\rho_2^2}, \quad (22)$$

$$V(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = \langle (\tau^* - \tau_0)^2 \rangle = V(\theta_1^*|\theta_{01}) + V(\theta_2^*|\theta_{02}) = 8T_{\max}^2 \cdot \frac{P_V(R) \cdot (\rho_1^4 + \rho_2^4)}{\rho_1^4\rho_2^4}, \quad (23)$$

$$V(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = \langle (\lambda^* - \lambda_0)^2 \rangle = [V(\theta_1^*|\theta_{01}) + V(\theta_2^*|\theta_{02})]/4 = 2T_{\max}^2 \cdot \frac{P_V(R) \cdot (\rho_1^4 + \rho_2^4)}{\rho_1^4\rho_2^4}, \quad (24)$$

$$K(\lambda^*, \tau^*|\lambda_0, \tau_0) = \frac{\langle (\lambda^* - \lambda_0)(\tau^* - \tau_0) \rangle}{\sqrt{\langle (\tau^* - \tau_0)^2 \rangle \langle (\lambda^* - \lambda_0)^2 \rangle}} = \frac{V(\theta_2^*|\theta_{02}) - V(\theta_1^*|\theta_{01})}{V(\theta_2^*|\theta_{02}) + V(\theta_1^*|\theta_{01})} = \frac{q^4 - 1}{q^4 + 1}, \quad (25)$$

где обозначено

$$q^2 = \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2}, \quad P_B(R) = \frac{R^2 - 1}{R^2}, \quad P_V(R) = \frac{R^5(2R^2 + 6R + 5) + (5R^2 + 6R + 2)}{R^4(R + 1)^3}. \quad (26)$$

Точность выражений (21) – (25) увеличивается с ростом ОСШ $Q(\theta_{01}, \theta_{02})$ для принятого сигнала. При $\Delta\varphi = 0$ они совпадают со смещением и рассеянием оценки МП времени прихода и длительности радиосигнала с априори известной начальной фазой, найденными в [2], а именно

$$B_{0\tau} = B_{0\lambda} = 0, \quad (27)$$

$$V_{0\tau} = \frac{26T_{\max}^2(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{\rho_1^4\rho_2^4}, \quad (28)$$

$$V_{0\lambda} = \frac{13T_{\max}^2(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{2\rho_1^4\rho_2^4}. \quad (29)$$

Введем величины

$$b_\tau(\Delta\varphi) = B(\tau^*|\lambda_0, \tau_0)/\sqrt{V(\tau^*|\lambda_0, \tau_0)}, \quad b_\lambda(\Delta\varphi) = B(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0)/\sqrt{V(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0)}$$

— нормированные смещения и $v = v_\tau = v_\lambda = V(\tau^*|\lambda_0, \tau_0)/V_{0\tau} = V(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0)/V_{0\lambda}$ — нормированные рассеяния. Величины $v_\tau = v_\lambda$ показывают, во сколько раз рассеяния КП оценок времени прихода и длительности больше рассеяний МП оценок тех же параметров сигнала с априори известной начальной фазой.

На рис. 2 показаны зависимости нормированного смещения оценки длительности b_τ от расстройки по начальной фазе $\Delta\varphi$ для различных значений параметра $q = \rho_1/\rho_2$. Сплошная линия соответствует $q = 0,1$ и $q = 10$, штриховая кривая — $q = 0,5$ и $q = 2$, штрих-пунктирная кривая — $q = 0,8$ и $q = 1,25$.

На рис. 3 представлены зависимости нормированного смещения оценки времени прихода b_λ от расстройки по начальной фазе $\Delta\varphi$ при различных q . Кривая 1 соответствует значению

$q = 10$, кривая 2 — $q = 2$, кривая 3 — $q = 1,25$, кривая 4 — $q = 0,8$, кривая 5 — $q = 0,5$ и кривая 6 — $q = 0,1$.

На рис. 4 представлены совпадающие зависимости нормированных рассеяний оценок длительности и времени прихода v_τ и v_λ от величины $\Delta\varphi$ для значения параметра $q = 1$. При изменении значения параметра q кривая на рис. 4 претерпевает незначительные изменения.

Как видно из рис. 2 – 4, смещения оценок времени прихода b_τ и длительности b_λ существенно зависят от значения параметра q . Кроме того, при отсутствии расстройки по начальной фазе ($\Delta\varphi = 0$) КП оценки времени прихода и длительности сигнала обладают нулевым смещением, а их рассеяние совпадает с рассеянием МП оценок. Наличие расстройки по начальной фазе приводит к появлению смещений оценок времени прихода и длительности и к увеличению рассеяния в десятки раз.

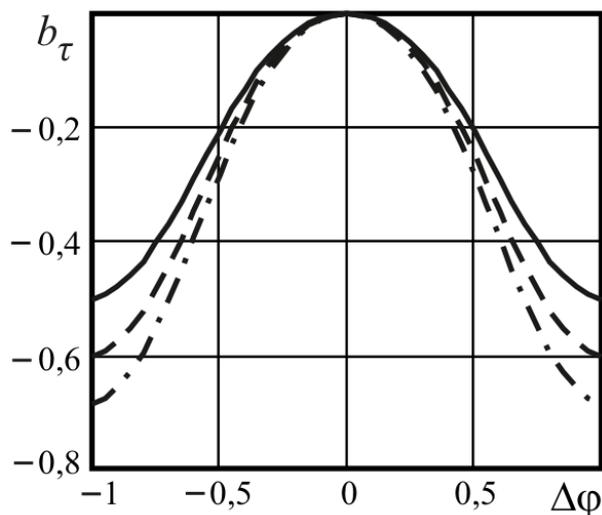


Рис. 2. Нормированное смещение КП оценки длительности

2. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ

С целью улучшения точности оценивания времени прихода и длительности можно применить МП алгоритм, согласно которому неизвестную начальную фазу в выражении (5) необходимо заменить на оценку МП φ_m . Это равносильно максимизации логарифма ФОП (5) по начальной фазе

$$L(\lambda, \tau) = L(\varphi_m, \lambda, \tau) = \max_{\varphi} L(\varphi, \lambda, \tau). \quad (30)$$

Оценки МП времени прихода и длительности определяются как положения наибольшего максимума решающей статистики (30)

$$(\lambda_m, \tau_m) = \arg \sup L(\lambda, \tau). \quad (31)$$

Максимизацию логарифма ФОП (5) по переменной φ можно выполнить аналитически. Для этого подставим сигнал (1) в выражение (5) и представим логарифм ФОП в виде

$$L(\varphi, \lambda, \tau) = X(\lambda, \tau) \cos \varphi + Y(\lambda, \tau) \sin \varphi - \frac{a_0^2}{2N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} f^2(t) dt, \quad (32)$$

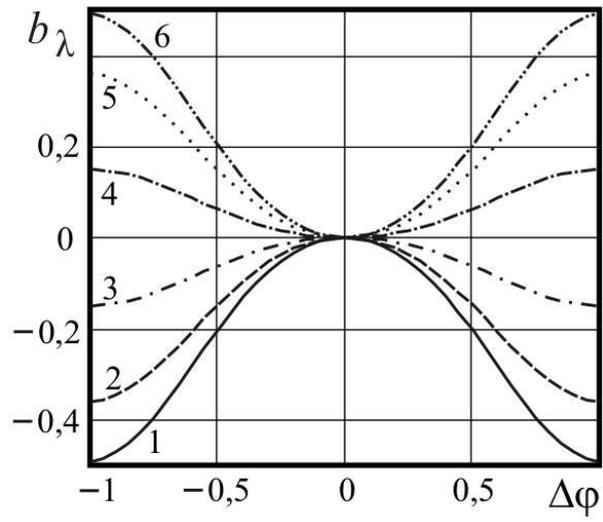


Рис. 3. Нормированное смещение КП оценки времени прихода

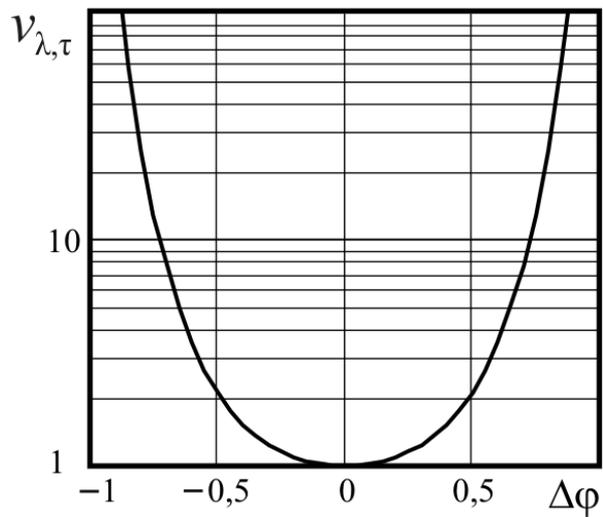


Рис. 4. Нормированные рассеяния КП оценки длительности и времени прихода

где обозначено:

$$X(\lambda, \tau) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t) dt,$$

$$Y(\lambda, \tau) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} \xi(t) f(t) \sin(\omega t) dt$$

и отброшены интегралы от функций, осциллирующих с удвоенной частотой. Найдём производную функции (32) по φ , приравняем её нулю

$$\frac{dL(\varphi, \lambda, \tau)}{d\varphi} = -X(\lambda, \tau) \sin \varphi + Y(\lambda, \tau) \cos \varphi = 0$$

и решим полученное уравнение относительно φ

$$\varphi = \text{arctg} (Y(\lambda, \tau)/X(\lambda, \tau)).$$

Подставляя решение в (32), находим

$$L(\lambda, \tau) = \sqrt{X^2(\lambda, \tau) + Y^2(\lambda, \tau)} - \frac{a_0^2}{2N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} f^2(t) dt. \quad (33)$$

На основании выражения (33) можно определить структуру измерителя. Он должен формировать случайное поле (33) и находить оценки как координаты его максимума. Получить значение (33) как непрерывную функцию времени прихода и длительности не удаётся, поэтому измеритель должен формировать отсчёты $L_{mg} = L(\lambda_m, \tau_g) = L(m\Delta\lambda, g\Delta\tau)$ случайного поля (33) для дискретного набора значений своих аргументов. Здесь $\Delta\lambda$, $\Delta\tau$ — шаги дискретизации времени прихода и длительности, $m = 1, 2, \dots, n_1$ и $g = 1, 2, \dots, n_2$ — целые числа. Причём чем точнее необходимо оценить время прихода и длительность, тем большие необходимо брать значения n_1 и n_2 и тем большее число каналов необходимо для построения измерителя. На рис. 5 изображена блок-схема одного канала измерителя, который формирует логарифм ФОП (33) для фиксированных значений λ_m и τ_g . На рис. 5 обозначено: И — интеграторы, работающие на интервале времени $[\lambda_m - \tau_g/2, \lambda_m + \tau_g/2]$.

Случайное поле (32) зависит от регулярного параметра φ и двух разрывных параметров λ и τ . В [9] показано, что в условиях высокой апостериорной точности, когда ОСШ $Q(\theta_{01}, \theta_{02})$ велико, характеристики ОМП разрывных параметров при неизвестных значениях регулярного параметра асимптотически такие же, как при известных значениях регулярного параметра. Поэтому при больших ОСШ рассеяния ОМП времени прихода и длительности радиосигнала с неизвестной начальной фазой такие же, как при априори известной начальной фазе. Следовательно, характеристики ОМП (31) при неизвестной начальной фазе и больших ОСШ определяются из формул (27) – (29). Соответственно рис. 4 показывает выигрыш в точности ОМП (31) (рис. 5) по сравнению с точностью КПО (7) (рис. 1).

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ

Необходимость формирования двумерного случайного поля (33) для всех возможных значений времени прихода и длительности приводит к трудностям в технической реализации

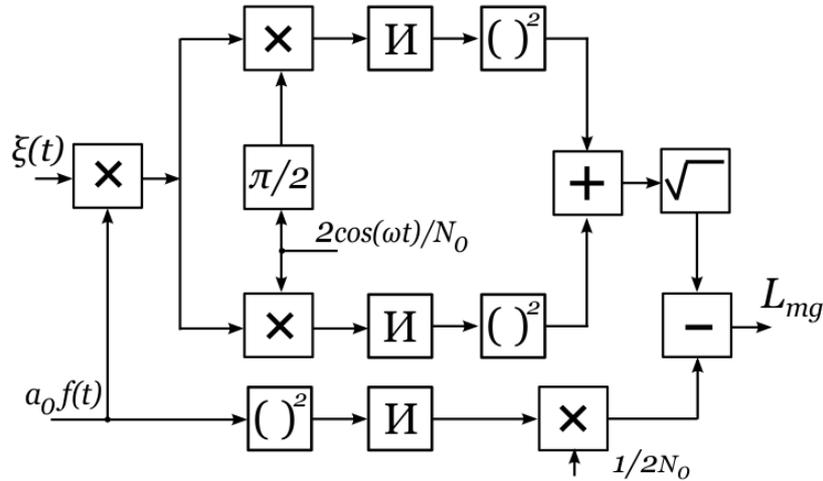


Рис. 5. Блок-схема одного канала МП измерителя времени прихода и длительности.

приёмного устройства. Чтобы их избежать, можно воспользоваться квазиоптимальным (КО) алгоритмом. Для этого перейдём в (5) к новым переменным (8)

$$L(\varphi, \theta_1, \theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt \quad (34)$$

и представим случайное поле (34) в виде суммы $L(\varphi, \theta_1, \theta_2) = L_1(\varphi, \theta_1) + L_2(\varphi, \theta_2)$ двух случайных процессов, один из которых зависит только от момента появления, второй — от момента исчезновения

$$L_1(\varphi, \theta_1) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt, \quad (35)$$

$$L_2(\varphi, \theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt, \quad (36)$$

где θ — произвольная точка, принадлежащая интервалу $(\theta_{1 \max}, \theta_{2 \min})$. Обозначим $L_j(\theta_j) = \max_{\varphi} L_j(\varphi, \theta_j)$ и введём в рассмотрение оценки

$$\theta_{mj}^* = \arg \sup L_j(\theta_j). \quad (37)$$

Оценки (37) не являются оценками МП, но их использование позволяет существенно упростить техническую реализацию измерителя. Выполняя аналогично (32) – (33) максимизацию функций (35) и (36) по переменной φ , получаем

$$L_1(\theta_1) = \sup_{\varphi} L_1(\varphi, \theta_1) = \sqrt{X_1^2(\theta_1) + Y_1^2(\theta_1)} - \frac{a_0^2}{2N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} f^2(t) dt. \quad (38)$$

$$L_2(\theta_2) = \sup_{\varphi} L_2(\varphi, \theta_2) = \sqrt{X_2^2(\theta_2) + Y_2^2(\theta_2)} - \frac{a_0^2}{2N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} f^2(t) dt, \quad (39)$$

где обозначено

$$X_1(\theta_1) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t)f(t) \cos(\omega t) dt, \quad Y_1(\theta_1) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t)f(t) \sin(\omega t) dt, \quad (40)$$

$$X_2(\theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t)f(t) \cos(\omega t) dt, \quad Y_2(\theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t)f(t) \sin(\omega t) dt. \quad (41)$$

На рис. 6 показана блок-схема устройства формирования оценок (37), построенная на основе выражений (38), (39). На рис. 6 обозначено: И1 и И2 — интеграторы, работающие на

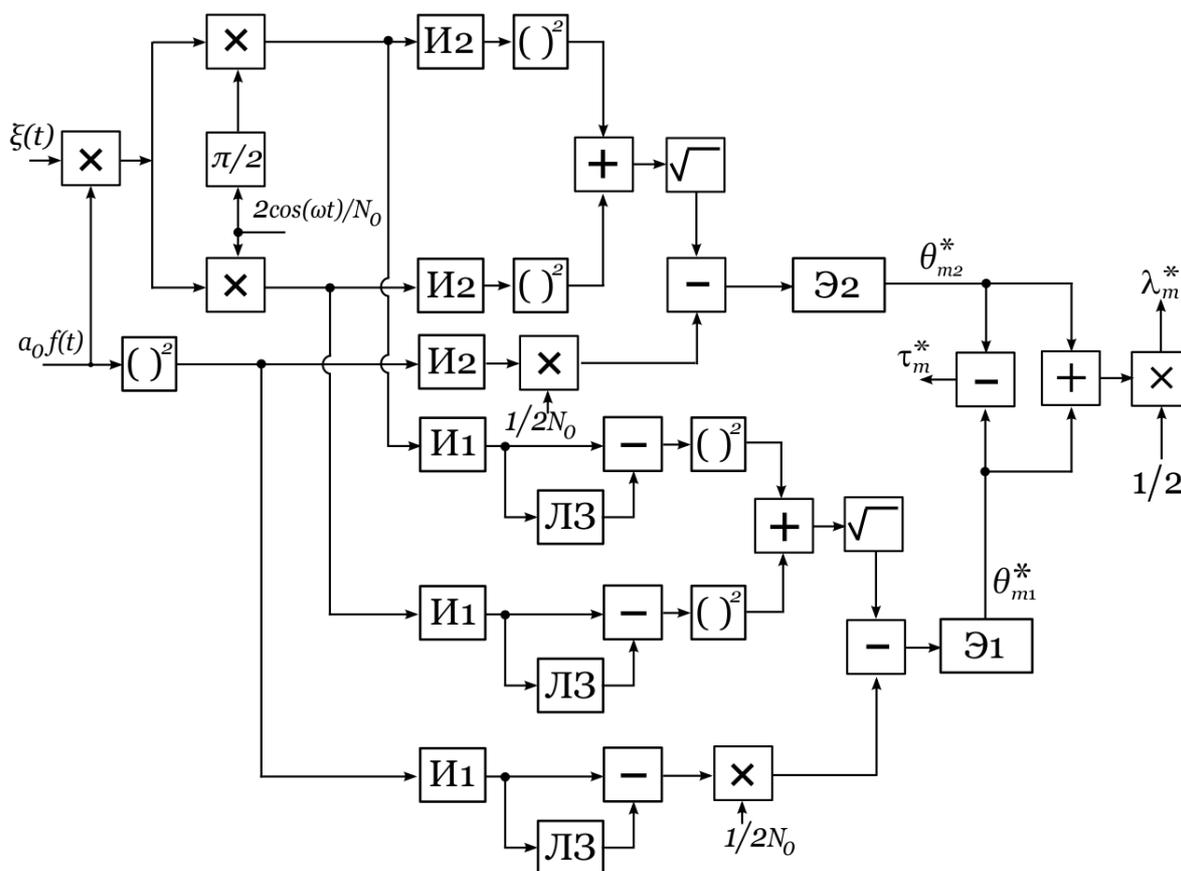


Рис. 6. Блок-схема КО измерителя времени прихода и длительности.

интервалах времени $[\theta_{1\min}, \theta]$ и $[\theta, \theta_{2\max}]$, ЛЗ — линии задержки на время $\theta - \theta_{1\min}$, Э1 и Э2 — экстрематоры, фиксирующие положения абсолютных максимумов сигналов на отрезках времени $[\theta, \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ и $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$ соответственно. Таким образом, использование оценок (37) позволяет существенно упростить техническую реализацию измерителя. Действительно, для реализации МП алгоритма оценивания (31) требуется построение многоканального измерителя. Для реализации оценок (37) достаточно двухканальной схемы. Характеристики оценок (37) были найдены в [8]

$$B_{\varphi}(\theta_{mj}^* | \theta_{0j}) = 0, \quad V_{\varphi}(\theta_{mj}^* | \theta_{0j}) = 26T_{\max}^2 / \rho_j^4. \quad (42)$$

Располагая оценками (37) можно получить оценки времени прихода и длительности сигнала

$$\lambda_m^* = \frac{\theta_{m2}^* + \theta_{m1}^*}{2}, \quad \tau_m^* = \theta_{2m}^* - \theta_{m1}^*. \quad (43)$$

и их асимптотические характеристики

$$B_\varphi(\lambda_m^*|\lambda_0, \tau_0) = B_\varphi(\tau_m^*|\lambda_0, \tau_0) = 0, \quad (44)$$

$$V_\varphi(\lambda_m^*|\lambda_0, \tau_0) = \frac{13T_{\max}^2(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{2\rho_1^4\rho_2^4}, \quad V_\varphi(\tau_m^*|\lambda_0, \tau_0) = \frac{26T_{\max}^2(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{\rho_1^4\rho_2^4}. \quad (45)$$

Эти выражения совпадают с аналогичными выражениями для смещения и рассеяния МП оценок времени прихода и длительности при априори известной начальной фазе, найденными в [2]. Следовательно, эффективность КО оценок (37) асимптотически совпадает с эффективностью МП оценок при известной начальной фазе. Это обстоятельство позволяет интерпретировать зависимости, изображенные на рис. 2 – 4 как выигрыш в точности МП оценок или КО оценок по сравнению с КП оценками.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезированы квазиправдоподобный, максимально правдоподобный и квазиоптимальный алгоритмы оценки времени прихода и длительности узкополосного радиосигнала с априори неизвестной начальной фазой. Найденны асимптотически (с ростом отношения сигнал/шум) точные выражения для характеристик синтезированных алгоритмов. Наибольшей асимптотической точностью оценки обладают максимально правдоподобный и квазиоптимальный алгоритмы. Однако аппаратная или программная реализация максимально правдоподобного алгоритма является существенно более сложной, чем для квазиоптимального алгоритма. Показано, что априорное незнание начальной фазы радиосигнала при больших отношениях сигнал/шум асимптотически не влияет на точность максимально правдоподобной и квазиоптимальной оценок времени прихода и длительности радиосигнала. Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между измерителями рис. 1, рис. 5 и рис. 6 в зависимости от имеющейся априорной информации, а также в зависимости от требований, предъявляемым к точности оценок и к степени простоты технической реализации измерителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов, А. П. Совместная оценка двух параметров разрывного сигнала на фоне белого шума / А. П. Трифонов, В. К. Бутейко // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 34, № 11. — С. 2323–2329.
2. Трифонов, А. П. Оценка времени прихода и длительности сигнала / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2000. — Т. 5, № 6. — С. 33–42.
3. Трифонов, А. П. Оценка времени прихода и длительности сигнала с неизвестной амплитудой / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, П. А. Кондратович // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2012. — Т. 17, № 7. — С. 4–15.
4. Куликов, Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.
5. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986. — 264 с.
6. Мудров, В. И. Методы обработки измерений. Квазиправдоподобные оценки / В. И. Мудров, В. Л. Кушко. — М. : Радио и связь, 1983. — 304 с.

7. Трифонов, А. П. Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, М. Б. Беспалова // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 4. — С. 54–65.

8. Estimate of the Moments of Appearance and Disappearance of a Radio Signal with Unknown Initial Phase / A. P. Trifonov, Yu. E. Korchagin, M. V. Trifonov, O. V. Chernoyarov // Wulfenia journal. Klagenfurt, Austria. — 2015. — V. 22, № 9. — P. 105–116.

9. Трифонов, А. П. Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности / А. П. Трифонов, В. К. Бутейко // Радиотехника и электроника. — 1991. — Т. 36, № 2. — С. 319–327.

REFERENCES

1. Trifonov A.P., Buteyko V.K. Joint estimation of the two parameters of a discontinuous signal in white noise. [Trifonov A.P., Buteyko V.K. Sovmestnaia ocenka dvuh parametrov razryvnogo signala na fone belogo shuma]. *Radiotekhnika i elektronika — Journal of Communications Technology and Electronics*, 1989, vol. 34, no. 11, pp. 2323–2329.

2. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Time estimation arrival and signal duration. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Ocenka vremeni prihoda i dlitelnosti signala]. *Elektromagnitnye volny i elektronnyye sistemy — Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2000, vol. 5, no. 6, pp. 33–42.

3. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A. Estimation of time of arrival and duration of signal with unknown amplitude. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A. Ocenka vremeni prihoda i dlitelnosti signala s neizvestnoi amplitudoi]. *Elektromagnitnye volny i elektronnyye sistemy — Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, 2012, vol. 17, no. 7, pp. 4–15.

4. Kulikov E.I., Trifonov A.P. Parameter estimation of signals in noise. [Kulikov E.I., Trifonov A.P. Ocenka parametrov signalov na fone pomekh]. Moscow, 1978, 296 p.

5. Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. The joint assessment of the distinction between signals and their parameters on the background noise. [Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. Sovmestnoe razlichenie signalov i ocenka ih parametrov na fone pomekh]. Moscow, 1986, 264 p.

6. Mudrov V.I., Kushko V.L. Methods of measurement processing. Quasi likelihood estimations. [Mudrov V.I., Kushko V.L. Metody obrabotki izmerenii. Kvazipravdopodobnye ocenki]. Moscow, 1983, 304 p.

7. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Беспалова М.В. Statistical properties of height and provisions of absolute maximum Markov processes Bachelier type. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Беспалова М.В. Statisticheskie svoistva vysoty i polozheniia absoliotnogo maksimuma markovskogo sluchai'nogo protcessa tipa Bashele]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 4, pp. 54–65.

8. Trifonov, A.P., Korchagin Yu.E., Trifonov M.V., Chernoyarov O.V. Estimate of the Moments of Appearance and Disappearance of a Radio Signal with Unknown Initial Phase. Wulfenia journal. Klagenfurt, Austria, 2015, vol. 22, no. 9, pp. 105–116.

9. Trifonov A.P., Buteyko V.K. Characteristics of joint estimations of signal parameters at partial violation of regularity conditions. [Trifonov A.P., Buteyko V.K. Harakteristiki sovmestnyh ocenok parametrov signala pri chastichnom narushenii uslovii reguliarnosti]. *Radiotekhnika i elektronika — Journal of Communications Technology and Electronics*, 1991, vol. 36, no. 2, p. 319–327.

Корчагин Юрий Эдуардович, доктор физико-математических наук, доцент, зав. каф. радиоп физики ВГУ, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Тел.: +7(473)220-89-16

Korchagin Yuri Eduardovich, Doctor of physico-mathematical sciences, Head of the Department of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Tel.: +7(473)220-89-16

Титов Константин Дмитриевич, ассистент кафедры радиоп физики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: titovkd@bk.ru
Тел.: +7(473)220-89-16

Titov Konstantin Dmitrievich, Assistant professor of the Department of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: titovkd@bk.ru
Tel.: +7(473)220-89-16

Корольков Сергей Вячеславович, аспирант каф. радиоп физики ВГУ, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: sergeik1991@rambler.ru
Тел.: +7(473)220-89-16

Korolkov Sergey Vyacheclavovich, Aspirant of the Department of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: sergeik1991@rambler.ru
Tel.: +7(473)220-89-16