УДК 621.391

ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ РЕГУЛЯРНОГО СИГНАЛА С ЧАСТИЧНО НЕИЗВЕСТНОЙ АМПЛИТУДОЙ*

А. П. Трифонов, Н. С. Овчинникова

Воронежский государственный университет,
Национальный исследовательский университет "МЭИ"

Поступила в редакцию 01.06.2017 г.

Аннотация. Рассмотрена задача оценки длительности сигнала с неизвестной амплитудой, принимающей значения из ограниченного априорного интервала. Рассматривается два способа преодоления априорной параметрической неопределённости: квазиправдоподобный алгоритм оценки и максимально правдоподобный алгоритм без ограничений возможных значений амплитуды. Рассмотрен упрощённый вариант первого способа, в котором априорный интервал значений амплитуды предполагается малым. Для рассматриваемых алгоритмов были определены характеристики оценки длительности сигнала: смещение, дисперсия и рассеяние оценки. Выполнено сравнение точности квазиправдоподобной и максимально правдоподобной оценок.

Ключевые слова: амплитуда, длительность, оценка, смещение, дисперсия, рассеяние.

ESTIMATION OF THE DURATION OF A REGULAR SIGNAL WITH A PARTIALLY UNKNOWN AMPLITUDE

A. P. Trifonov, N. S. Ovchinnikova

Abstract. The estimation problem of a duration of the signal with unknown amplitude that possesses values from limited antecedent interval has been considered. There are considered two methods of overcoming antecedent parametric indetermination: quasi-likehood algorithm of estimation and maximally plausible algorithm without limitation of probable values of amplitude. The easier way of the first method has been observed where antecedent interval of the amplitude values is considered small. For the considered algorithms several characteristics of estimation of the duration of the signal were determined. Among them are displacement, variance and estimation scattering. Comparison of a certainty of quasi-plausible and maximally plausible estimation has been made.

Keywords: amplitude, duration, estimation, bias, variance, dissipation.

Задача приема сигнала с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне шума, актуальна в практических приложениях теории связи, локации, навигации и не раз обсуждалась в литературе [1] – [7]. Так, в работах [1],[4] рассматривается оценка длительности регулярного сигнала с известной амплитудой, а в работах [3],[4] оценка длительности регулярного и разрывного сигналов с неизвестной амплитудой. Однако, возможна ситуация, когда амплитуда сигнала частично известна, т.е. истинное значение амплитуды точно неизвестно, но известен некоторый ограниченный интервал, которому принадлежит это значение, т.е. частично неизвестная - это амплитуда, известная только с точностью до некоторого априорного интервала. В работе [5] рассмотрена оценка длительности сигнала с частично неизвестной амплитудой, но только для разрывной модели сигнала. В данной работе рассмотрены алгоритмы оценки длительности регулярного сигнала с частично неизвестной амплитудой.

* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14–49–00079)

Рассмотрим приём сигнала $s(t,\tau_0)$ на фоне белого гауссовского шума $n(t)$. Пусть реализация $\xi(t)$, являющаяся смесью сигнала и шума,

$$\xi(t) = s(t,\tau_0) + n(t)$$

наблюдается в течение интервала времени $t \in [0,T]$, где полезный сигнал

$$s(t,\tau_0) = a_0 f(t/\tau_0), \tag{1}$$

$n(t)$ - гауссовский белый шум с односторонней спектральной плотностью N_0, a_0, τ_0 - истинные значения амплитуды и эквивалентной длительности полезного сигнала $s(t,\tau_0)$, которая определяется соотношением [1]

$$\tau_0 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s^2(t,\tau_0)dt \Big/ [\max_t s(t,\tau_0)]^2,$$

$f(x)$ - функция, описывающая форму принимаемого сигнала. Она нормированна так, что

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = \sup f(x) = 1.$$

В (1) неизвестным информационным параметром является энергетический параметр τ. Нужно произвести оценку этого параметра. Для синтеза алгоритма оценивания длительности воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП) [1],[2], согласно которому оценка длительности представляет собой положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП). Однако при неизвестных как длительности, так и амплитуде логарифм ФОП зависит от двух неизвестных параметров [1],[2]

$$L(a,\tau) = \frac{2a}{N_0}\int\limits_0^T \xi(t) f(\frac{t}{\tau})dt - \frac{a^2\tau}{N_0}. \tag{2}$$

Следовательно, имеется априорная параметрическая неопределённость относительно частично неизвестной амплитуды. Преодолеть эту неопределённость можно, подставляя в выражение (2) вместо неизвестной амплитуды некоторые её значения из ограниченного априорного интервала.

Одним из способов преодоления априорной параметрической неопределённости относительно амплитуды является применение квзаиправдоподобного алгоритма оценки [8]. Тогда вместо логарифма ФОП формируется решающая статистика

$$\widetilde{L}(\tau) = \frac{2\widetilde{a}}{N_0}\int\limits_0^T \xi(t) f(\frac{t}{\tau})dt - \frac{\widetilde{a}^2\tau}{N_0}, \tag{3}$$

зависящая только от оцениваемого параметра τ. Здесь $\widetilde{a}$ - предполагаемое значение амплитуды. Тогда квазиправдоподобная оценка (КПО) будет определяться как положение наибольшего максимума решающей статистики (3)

$$\widehat{\tau} = \mathrm{argsup}\widetilde{L}(\tau). \tag{4}$$

Для того чтобы найти основные характеристики точности КПО, представим решающую статистику (3) в виде суммы сигнальной функции $S(\tau,\tau_0)$ и шумовой функции $N(\tau)$

$$\widetilde{L}(\tau) = S(\tau,\tau_0) + N(\tau) = z_0^2(1+\delta a)[S_0(\tau,\tau_0) - \frac{(1+\delta a)}{2}\frac{\tau}{\tau_0}] + N(\tau) \tag{5}$$

где

$$S(\tau,\tau_0) = \frac{2a_0\widetilde{a}}{N_0}\int\limits_0^T f(\frac{t}{\tau_0})f(\frac{t}{\tau})dt - \frac{\widetilde{a}^2\tau}{N_0} \tag{6}$$

-сигнальная функция,

$$N(\tau) = \frac{2\widetilde{a}}{N_0}\int\limits_0^T f(\frac{t}{\tau})n(t)dt \tag{7}$$

-шумовая функция,

$$S_0(\tau,\tau_0) = \frac{1}{\tau_0}\int\limits_0^T f(\frac{t}{\tau})f(\frac{t}{\tau_0})dt,$$

$$z_0^2 = 2a_0^2\tau_0/N_0 \tag{8}$$

-отношение сигнал/шум (ОСШ) для принимаемого сигнала [1],

$$\delta a = \frac{\widetilde{a} - a_0}{a_0} \tag{9}$$

-относительное отклонение предполагаемой амплитуды $\widetilde{a}$ от истинной a_0.
Учитывая, что время наблюдения много больше длительности сигнала ($T >> \tau$), заменим пределы интегрирования в (6) на бесконечные. Тогда

$$S(\tau,\tau_0) = z_0^2(1+\delta a)\frac{\tau}{\tau_0}[\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x\frac{\tau}{\tau_0})f(x)dx - \frac{1+\delta a}{2}].$$

Корреляционная функция гауссовской случайной функции (7) имеет вид

$$K(\tau_1,\tau_2) =< N(\tau_1,\tau_2) >= z_0^2(1+\delta a)^2 S_0(\tau_1,\tau_2).$$

Оценка длительности сигнала (4) может быть найдена как решение уравнения [4]

$$[\frac{d\widetilde{L}(\tau)}{d\tau}]|_{\widehat{\tau}} = 0, \tag{10}$$

при условии

$$[\frac{d^2\widetilde{L}(\tau)}{d\tau^2}]|_{\widehat{\tau}} < 0.$$

Здесь полагаем, что оценка параметра τ производится при малом уровне помех, т.е. при большом значении ОСШ (8). Учитывая явный вид решающей статистики (5), видим, что при очень большом ОСШ для принятого сигнала в окрестности максимума функции $\widetilde{L}(\tau)$ (5) можно пренебречь помеховым членом $N(\tau)$ по сравнению с первым слагаемым. Тогда положение максимума сигнальной функции определяется как

$$\widetilde{\tau} = \mathrm{argsup} S(\tau,\tau_0). \tag{11}$$

Приближенное решение уравнения (10) можно найти, используя метод малого параметра [4]. В качестве малого параметра выберем величину $\varepsilon = 1/z_0$, т.е. величину обратную ОСШ (8).

Полагаем в дальнейшем, что $|\delta a| < 1$. Разлагая в уравнении (10) выражение в левой части в ряд Тейлора и учитывая лишь первое приближение, получим условные смещение $\widetilde{b}(\widehat{\tau})$, дисперсию $\widetilde{D}(\widehat{\tau})$ и рассеяние $\widetilde{V}(\widehat{\tau})$ КПО (4) длительности регулярного сигнала [4]

$$\widetilde{b}(\widehat{\tau}) =< \widehat{\tau} - \tau_0 >= \tau_0 \delta\tau, \tag{12}$$

где

$$\delta\tau = \frac{\widetilde{\tau} - \tau_0}{\tau_0} \tag{13}$$

$$\widetilde{D}(\widehat{\tau}) = \widetilde{D} =< (\widehat{\tau} - < \widehat{\tau} >)^2 >= \{ \frac{\partial^2 K(\tau_1,\tau_2)}{\partial\tau_1 \partial\tau_2} / [\frac{d^2 S(\tau,\tau_0)}{d\tau^2}]^2 \}_{\widetilde{\tau}}, \tag{14}$$

$$\widetilde{V}(\widehat{\tau}) = \widetilde{V} =< (\widehat{\tau} - \tau_0)^2 >= \widetilde{b}^2 + \widetilde{D}. \tag{15}$$

Переписав выражения для условных дисперсии (14) и рассеяния (15) через функцию $f(x)$ (1), получим явную зависимость характеристик КПО от формы сигнала

$$\widetilde{D} = \frac{\tau_0^2 (1 + \delta\tau)}{z_0^2 \alpha^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} [x \frac{df(x)}{dx}]^2 dx,$$

где

$$\alpha = 2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} x \frac{df(x)}{dx} f[x(1 + \delta\tau)] dx + \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 \frac{d^2 f(x)}{dx^2} f[x(1 + \delta\tau)] dx.$$

Если амплитуда принимаемого сигнала априори известна, так что $\widetilde{a} = a_0$, то $\delta a = 0$ и КПО длительности регулярного сигнала совпадает с оценкой максимального правдоподобия (ОМП) длительности сигнала с априори известной амплитудой [4]. В этом случае смещение, дисперсия и рассеяние ОМП имеют вид соотвественно

$$b_m = 0, \tag{16}$$

$$D_m = \frac{\tau_0^2}{z_0^2} [\int\limits_{-\infty}^{\infty} [x \frac{df(x)}{dx}]^2 dx]^{-1}, \tag{17}$$

$$V_m = D_m \tag{18}$$

и совпадают с характеристиками ОМП для сигнала с априори известной амплитудой, найденными в [4].

Общие выражения для характеристик КПО (12), (14), (15) довольно громоздки. Кроме того, для их использования надо (обычно численно) искать решение трансцендентного уравнения, определяющего величину (11). Поэтому, чтобы упростить вычисления, рассмотрим случай малых δa, т.е. когда $|\delta a| << 1$. Тогда условные смещение, дисперсия и рассеяние КПО длительности соответственно принимают следующий вид [4]

$$b^* \simeq \tau_0 \widetilde{\delta\tau},$$

где

$$\widetilde{\delta\tau} = \delta a \Big/ 2\tau_0^2 [\frac{d^2 S_0(\tau,\tau_0)}{d\tau^2}]_{\tau=\tau_0} = -\delta a \Big/ 2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} [x \frac{df(x)}{dx}]^2 dx, \tag{19}$$

$$D^* \simeq D_m,$$

где D_m - условная дисперсия ОМП (17),

$$V^* = b^{*2} + D_m. \tag{20}$$

В качестве примера, иллюстрирующего полученные результаты, рассмотрим оценку длительности колокольного импульса, для которого в (1) подставим

$$f(x) = \exp[-\pi x^2/2]. \tag{21}$$

Для выбранной формы импульса перепишем характеристики в случае произвольных δa. Тогда условные смещение (12), дисперсия (14) и рассеяние (15) соотвественно примут вид

$$\widetilde{b} = \tau_0[\frac{\sqrt{2-(1+\delta a)^{\frac{2}{3}}}}{(1+\delta a)^{\frac{1}{3}}} - 1], \tag{22}$$

$$\widetilde{D} = \frac{\tau_0^2}{24 z_0^2}\frac{[1+(1+\delta\tau)^2]^5}{(1+\delta\tau)^3}, \tag{23}$$

$$\widetilde{V} = \frac{\tau_0^2}{24 z_0^2}[\frac{24 z_0^2 (1+\delta\tau)^3 \delta\tau^2 + [1+(1+\delta\tau)^2]^5}{(1+\delta\tau)^3}], \tag{24}$$

где относительное смещение (13)

$$\delta\tau = \frac{\sqrt{2-(1+\delta a)^{\frac{2}{3}}}}{(1+\delta a)^{\frac{1}{3}}} - 1 \tag{25}$$

В случае малых значений δa формулы (22)- (24) согласно (19), (20) перепишутся как

$$b^* = -\frac{2\delta a}{3}\tau_0,$$

$$D^* = D_m = 4\tau_0^2/3z_0^2,$$

$$V^* = \frac{4\tau_0^2}{9 z_0^2}[\delta a^2 z_0^2 + 3]. \tag{26}$$

В частном случае, когда $\delta a = 0$ КПО переходит в ОМП с характеристиками (16) - (18)

$$b_m = 0,$$

$$D_m = V_m = 4\tau_0^2/3z_0^2. \tag{27}$$

На рис. 1 представлена зависимость относительного смещения КПО длительности от относительного отклонения предполагаемой амплитуды от истинной δa (9).

Сплошной линией показана зависимость $\delta\tau$ (25), а пунктирной - зависимость $\widetilde{\delta\tau}$, следующая из упрощённой формулы (19), справедливой при малых величинах $|\delta a|$. Как следует из сопоставления сплошной и пунктирной кривых упрощённая формула (19) удовлетворительно аппроксимирует более сложную зависимость (25) в широком диапазоне значений δa.

На рис. 2 приведена зависимость рассеяния КПО длительности от относительного отклонения предполагаемой амплитуды от истинной δa (9)

$$\chi = V^*/V_m, \tag{28}$$

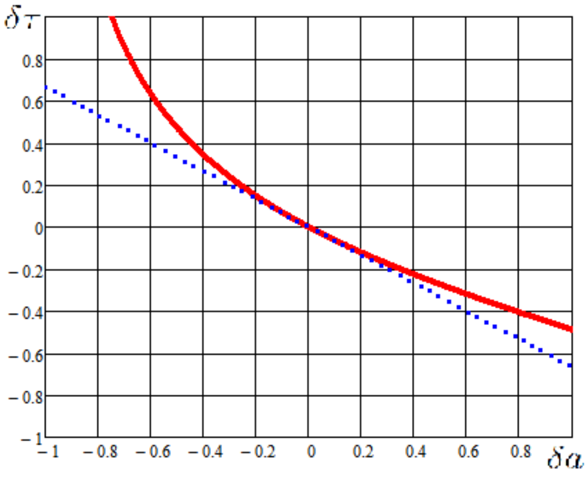

Рис. 1. *Относительное смещение оценки длительности сигнала*

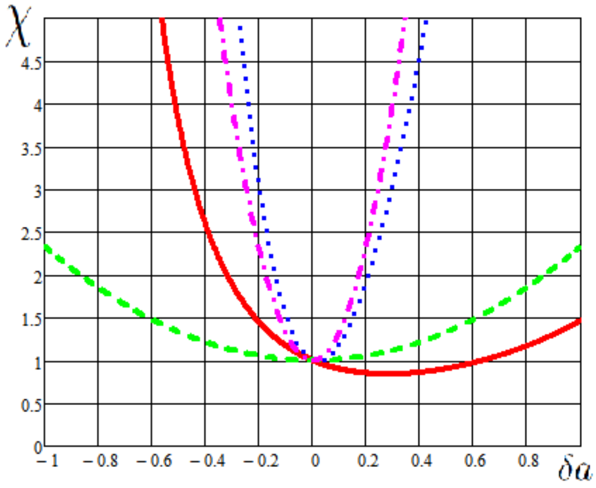

Рис. 2. *Нормированное рассеяние оценки длительности сигнала*

нормированная на рассеяние ОМП (27). Сплошная и пунктирная кривые расчитаны по формуле

$$\chi = \frac{1}{32}[\frac{24z_0^2(1+\delta\tau)^3\delta\tau^2 + [1+(1+\delta\tau)^2]^5}{(1+\delta\tau)^3}], \tag{29}$$

следующей из (24), а штриховая и штрих-пунктирная кривые расчитаны по формуле

$$\widetilde{\chi} = 1 + \delta a^2 z_0^2/3$$

следующей из упрощённой формулы (26).

Сплошная и штриховая кривые расчитаны при ОСШ $z_0 = 2$, а штрих-пунктирная и пунктирная кривые - при ОСШ $z_0 = 10$. Из сопоставления сплошной и штриховой линий следует, что при небольших ОСШ ($z_0 = 2$) использовать упрощённую аппроксимацию (20) вместо более точного выражения (15) нецелесообразно. В то же время, при достаточно больших ОСШ ($z_0 = 10$), эта аппроксимация обладает удовлетворительной точностью, что следует из сопоставления штрих-пунктирной и пунктирной кривых. Кроме того, кривые рис. 2 показывают, что проигрыш в точности КПО по сравнению с точностью ОМП при априори известной амплитуде может быть значительным. Например, при $z_0 = 10$ и $|\delta a| \geqslant 0.4$ рассеяние КПО превышает рассеяние ОМП более чем в $4 \div 5$ раз.

Следовательно проигрыш в точности КПО по отношению к точности ОМП может быть достаточно большим. С целью улучшения точности оценки длительности сигнала можно применить МП алгоритм без ограничений возможных значений амплитуды. ОМП длительности в этом случае основана на поиске абсолютного максимума логарифма ФОП $L_m(\tau)$ [4]

$$\tau_{ma} = \text{argsup} L_m(\tau),$$

где

$$L_m(\tau) = \sup_a L(a,\tau)$$

логарифм ФОП, в котором вместо неизвестной амплитуды используется её оценка максимального правдоподобия a_m. Здесь $L(a,\tau)$ определяется из (2). Это случай "полностью"неизвестной амплитуды, т.е. априорный интервал её значений не ограничен. В данном случае выражения для характеристик ОМП длительности сигнала получены в [4]. Согласно [4] оценка является условно несмещённой, т.е.

$$b(\tau_{ma}) = b_{ma} = 0.$$

Выражение для условной дисперсии имеет вид

$$D(\tau_{ma}) = D_{ma} = \left[z_0^2 [\frac{\partial^2 S_0(\tau_1,\tau_2)}{\partial\tau_1\partial\tau_2} - [\frac{\partial S_0(\tau_1,\tau_2)}{\partial\tau_1}]^2] \right]^{-1} \Big|_{\tau_0}.$$

Для того чтобы получить явный вид условной дисперсии, запишем выражение для неё через функцию $f(x)$

$$D_{ma} = \frac{\tau_0^2}{z_0^2}[\int\limits_{-\infty}^{\infty} [x\frac{df(x)}{dx}]^2 dx - \frac{1}{4}]^{-1}$$

и подставим явный вид функции $f(x)$ (21). Тогда значение условной дисперсии ОМП при априори неизвестной амплитуде

$$D_{ma} = 2\tau_0^2/z_0^2.$$

Запишем условное рассеяние

$$V_{ma} = b_{ma}^2 + D_{ma} = D_{ma} = 2\tau_0^2/z_0^2. \tag{30}$$

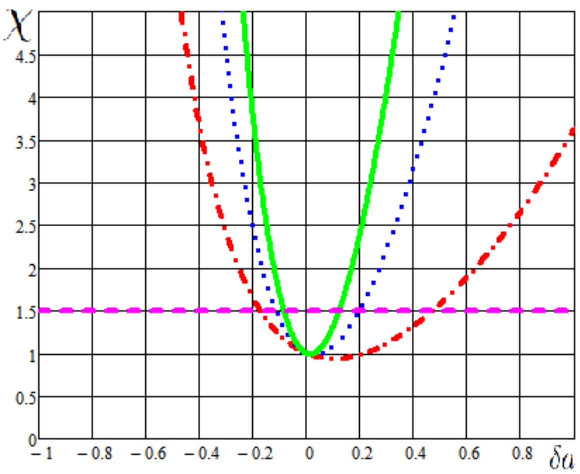

Рис. 3. *Нормированное рассеяние оценки длительности сигнала*

Для рационального выбора метода оценки длительности сигнала на рис. 3 приведено рассеяние КПО длительности (28), нормированное на рассеяние ОМП (27) и рассеяние ОМП длительности сигнала при априори неизвестной амплитуде $\chi_m = V_{ma}/V_m$, нормированное на рассеяние ОМП (27). Штрих-пунктирная, пунктирная и сплошная кривые расчитаны по формуле (29), следующей из (24), а штриховая расчитана по формуле $\chi_m = 3/2$, следующей из (27) и (30).

Штрих-пунктирная кривая построена при ОСШ $z_0 = 4$, пунктирная - при ОСШ $z_0 = 8$, а сплошная - при ОСШ $z_0 = 12$. Сопоставляя штрих-пунктирную и штриховую кривые ($z_0 = 4$), видим, что при $-0.2 < \delta a < 0.4$ целесообразно использовать КПО, вне этого интервала, наоборот, лучше использовать ОМП длительности сигнала при неизвестной амплитуде. Из сопоставления пунктирной и штриховой кривых ($z_0 = 8$) видим, что интервал относительного отклонения предполагаемой амплитуды $\widetilde{a}$ от истинной a_0 (9), для которого КПО целесообразнее использовать чем ОМП, уменьшается и составляет $-0.16 < \delta a < 0.2$. Аналогичные выводы получаем, сравнивая сплошную и штриховую кривые ($z_0 = 12$), только здесь интервал применимости КПО составляет $-0.14 < \delta a < 0.17$. Отсюда следует, что с увеличением ОСШ z_0 более целесообразно использовать ОМП длительности сигнала с неизвестной амплитудой чем КПО. Однако, при малых расстройках $|\delta a| < 0.2$ можно использовать КПО даже в случае больших ОСШ.

Полученные результаты анализа оценок длительности позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки в зависимости от имеющейся априорной информации и в зависимости от требований, предъявленных к степени простоты технической реализации алгоритма и к точности оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов, В. И. Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. — М. : Радио и связь, 1983. — 320 с.

2. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986. — 264 с.

3. Трифонов, А. П. Прием сигнала с неизвестными амплитудой и длительностью на фоне белого шума / А. П. Трифонов, В. К. Бутейко // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. — 1981. — Т. 27, № 8. — С. 28–34.

4. Куликов, Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.

5. Трифонов, А. П. Эффективность оценки длительности сигнала с неизвестной амплитудой / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, П. А. Кондратович // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. — 2011. — Т. 54, № 11. — С. 3–12.

6. Трифонов, А. П. Квазиправдоподобное обнаружение сигналов с неизвестными амплитудой и длительностью / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, Е. В. Литвинов // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2016. — № 1. — С. 41–49.

7. Трифонов, А. П. Квазиправдоподобная оценка времени прихода и длительности сигнала неизвестной формы / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2015. — № 2. — С. 40–52.

8. Мудров, В. И. Методы обработки измерений. Квазиправдоподобные оценки / В. И. Мудров, В. Л. Кушко. — М. : Радио и связь, 1983. — 304 с.

REFERENCES

1. Tikhonov V.I. Optimum signal reception. [Tikhonov V.I. Optimalnii priem signalov]. Moscow: Radio and Communications, 1983, 320 p.

2. Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. The joint assessment of thedistinction between signals and their parameters on the background noise. [Trifonov A.P., Shinakov Yu.S. Sovmestnoe razlichenie signalov i ocenka ih parametrov na fone pomeh]. Moscow: Radio and Communications, 1986, 264 p.

3. Trifonov A.P., Buteyko V.K. Reception of a signal with unknown amplitude and duration against a background of white noise. [Trifonov A.P., Buteyko V.K. Priem signala s neizvestnymi amplitudoi i dlitel'nost'yu na fone belogo shuma]. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika — Radioelectronics and Communications Systems*, 1981, vol. 27, no. 8, pp. 28–34.

4. Kulikov E.I., Trifonov A.P. Parametr estimation of signals in noise. [Kulikov E.I., Trifonov A.P. Ocenka parametrov signalov na fone pomekh]. Moscow: Sov. radio, 1978, 296 p.

5. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A. Efficiency of estimating duration of a signal with unknown amplitude. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A. Effektivnost ocenki dlitelnosti signala s neizvestnoi amplitudoi]. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika — Radioelectronics and Communications Systems*, 2011, vol. 54, no. 11, pp. 3–12.

6. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Litvinov E.V. Quasi likehood detection of the signal with unknown amplitude and duration. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Litvinov E.V. Kvazipravdopodobnoe obnarujenie signalov s neizvestnymi amplitudoi i dlitel'nost'yu]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2016, no. 1, pp. 41–49.

7. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Quasilikehood delay and duration estimation of unknown form signal. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Kvazipravdopodobnaya ocenka vremeni prihoda i dlitelnosti signala neizvestnoi formi]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*,

2015, no. 2, pp. 40–52.

8. Mudrov V.I., Kushko V.L. Methods of processing measurements. Quasi-like estimations. [Mudrov V.I., Kushko V.L. Metodi obrabotki izmerenii. Kvazipravdopodobnie ocenki]. Moscow: Radio and Communications, 1983, 304 p.

Трифонов Андрей Павлович, доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, зав. каф. радиофизики ВГУ, г. Воронеж, профессор кафедры радиотехнических приборов и антенных систем НИУ «МЭИ», г. Москва, Российская Федерация
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Тел.: +7(473) 220–89–16

Trifonov Andrei Pavlovich, Doctor of technical sciences, Professor, Honored Scientist of the Russian Federation. Head of the Department of Radiophysics of Voronezh State University, Voronezh, Professor Department of Radio Engineering Devices and Antenna Systems of National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Russian Federation
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Tel.: +7(473) 220–89–16

Овчинникова Нина Сергеевна, магистрант каф. радиофизики физического факультета ВГУ, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: dyshetzka@mail.ru
Тел.: +7–951–853–08–47

Ovchinnikova Nina Sergeevna, masters student of physical faculty, radiophysics program of Voronezh State University, Russian Federation
E-mail: dyshetzka@mail.ru
Tel.: +7–951–853–08–47