

К ВОПРОСУ О НЕЛИНЕЙНЫХ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВАХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ИТТРИЕВОГО КУПРАТА

С. В. Черных

Волгоградский государственный университет

Поступила в редакцию 26.02.2017 г.

Аннотация. В работе двумя различными, взаимно дополняющими друг друга методами проводится экспериментальное исследование второй гармоники магнитного потока образцов высокотемпературного сверхпроводящего иттриевого купрата. Предложена теоретическая модель гранулированных сверхпроводников, на основе которой проводится теоретическое исследование свойств второй и третьей гармоник с целью объяснения полученных ранее собственных экспериментальных результатов, а также результатов других авторов. Сделан вывод о целесообразности использования предложенной теоретической модели для объяснения нелинейных магнитных свойств иттриевого купрата.

Ключевые слова: высокотемпературные сверхпроводники, нелинейные магнитные свойства, вторая и третья гармоники.

TO THE QUESTION ON NONLINEAR MAGNETIC PROPERTIES OF THE HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTING YTTRIUM CUPRATE

S. V. Chernykh

Abstract. Two different mutually complementary methods are used to study the second harmonic of the magnetic flux of samples of high-temperature superconducting yttrium cuprate. A theoretical model of granular superconductors is proposed, on the basis of which a theoretical study of the properties of the second and third harmonics is carried out in order to explain the previously obtained experimental results, as well as the results of other authors. A conclusion is made about the expediency of using the proposed theoretical model to explain the nonlinear magnetic properties of yttrium cuprate.

Keywords: high-temperature superconductors, the nonlinear magnetic properties, the second and third harmonics.

1. ВВЕДЕНИЕ

Объемные гранулированные керамические высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) имеют уникальную особенность, состоящую в совместном существовании двух подсистем: сверхпроводящие гранулы и межгранульные границы (джозефсоновские контакты), совокупность которых рассматривается как джозефсоновская среда [1]. Такие ВТСП обладают нелинейными магнитными свойствами, по причине которых в отклике сверхпроводника на переменное внешнее магнитное поле появляются высшие гармоники, наблюдавшиеся

экспериментально как на низких частотах, так и в диапазоне ВЧ [2, 3]. Исследование нелинейных свойств ВТСП имеет как теоретическое (развитие электродинамики ВТСП), так и практическое (разработка приборов и устройств новой техники [4–7]) значение.

К настоящему времени накоплен огромный экспериментальный материал, предложено много теоретических моделей (например, модель гипервихрей [1], модель критического состояния [8], модель криза магнитного потока [9], модель сверхпроводящего стекла [10, 11]), но, несмотря на все это, нельзя утверждать, что электродинамика гранулированных сверхпроводников (ВТСП) исследована полностью. Причиной такого мнения является то обстоятельство, что вышеперечисленные “существенно различающиеся модели недостаточно адекватно описывают экспериментальные данные” [12]. “Особенно ярко недостатки моделей проявляются при описании динамики магнитного потока в ВТСП и гармоник намагниченности” [12].

Предложенная в [13, 14] модель ВТСП позволяет не только оценить предельную чувствительность датчиков магнитометров, но и описать динамику магнитного потока в гранулированных сверхпроводниках. В связи с этим возникает вопрос. Может с помощью предложенной модели ВТСП удастся объяснить генерацию и поведение высших гармоник намагниченности (например, второй и третьей)? Положительный ответ на данный вопрос мог бы внести определенный вклад в решение проблемы, обозначенной в [12].

Для ответа на поставленный вопрос необходимы дополнительные экспериментальные и теоретические исследования второй гармоники магнитного поля гранулированных сверхпроводников, а также дополнительные теоретические исследования третьей гармоники. Необходимые для сравнения с теоретическими исследованиями экспериментальные данные по третьей гармонике можно почерпнуть из того великого многообразия материала, который накоплен до настоящего времени, благодаря исследованиям других авторов.

В настоящей работе сначала двумя различными методами проводятся экспериментальные исследования полевой зависимости второй гармоники отклика образцов иттриевого купрата на гармоническое магнитное поле. Данные методы взаимно дополняют друг друга. Один метод позволяет проводить исследования в широком частотном диапазоне, но точность измерений невысока. Точность измерений другого метода является высокой, но измерения можно проводить только на одной частоте. Сочетание этих методов и полученных результатов позволяет сделать определенные выводы.

Далее, на основе предложенной в [13, 14] модели гранулированных керамических высокотемпературных сверхпроводников, проводится теоретическое исследование свойств второй и третьей гармоник с целью объяснения полученных ранее собственных, а также других авторов экспериментальных результатов. Экспериментальные исследования проводились на образцах сверхпроводящей керамики состава $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ (так называемая иттриевая керамика или высокотемпературный сверхпроводящий иттриевый купрат), изготовленных методом твердофазного синтеза.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальная установка (рис. 1) содержит генератор синусоидального напряжения G , управляемый генератором источник тока CS , селективный вольтметр V , датчик из токовой и сигнальной катушек, намотанных на образец ВТСП керамики Cl одна поверх другой. На токовую катушку поступает сигнал от CS , а сигнальная катушка подключается к вольтметру V . Исследуемые образцы имеют форму цилиндра диаметром 9 мм и высотой 15 мм. Катушки намотаны проводом ПЭВ-0.1 по 111 витков каждая, длина катушек составляет 15 мм.

Внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси цилиндрических образцов, представляет суперпозицию постоянной H_0 и переменной $h_0 \cos(\omega t + \psi)$ компонент. При измерениях применяются коаксиально расположенные экраны датчика: предварительно размагниченный

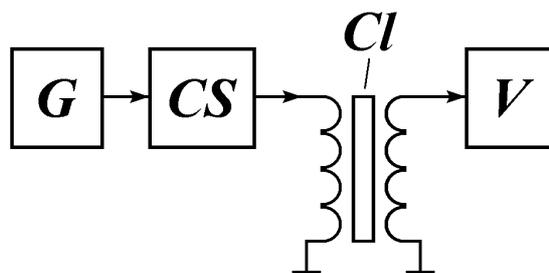


Рис. 1. Функциональная схема экспериментальной установки.

магнитный экран из мягкого железа толщиной 20 мм, внутри которого располагается охлаждаемый жидким азотом медный экран толщиной 2.5 мм. Компонента H_0 магнитного поля задается длинным соленоидом (на рис. 1. не указан), расположенным внутри коаксиальных экранов. Сам датчик вставляется внутрь указанного выше длинного соленоида.

Исследовалась зависимость амплитуды второй гармоники отклика ВТСП образца на внешнее магнитное поле от его параметров H_0 и h_0 . На рис. 2 а) изображена зависимость амплитуды второй гармоники U^* , снимаемой вольтметром V с катушки датчика, от поля H_0 . Образец ВТСП приводился в сверхпроводящее состояние при $H_0 = 0$. При измерениях значения H_0 менялись от 0 до +15 Ое. Далее образец ВТСП переводился в нормальное состояние, а затем снова в сверхпроводящее состояние при $H_0 = 0$. После этого значения H_0 менялись от 0 до -15 Ое. Частота f второй гармоники равнялась 4 кГц. Характер поведения зависимостей $U^*(H_0)$ остается прежним при изменении f от 120 Гц до 4 кГц. На рис. 2 б) представлена зависимость $U^*(h_0)$ при $f = 4$ кГц и $H_0 = 5.5$ Ое.

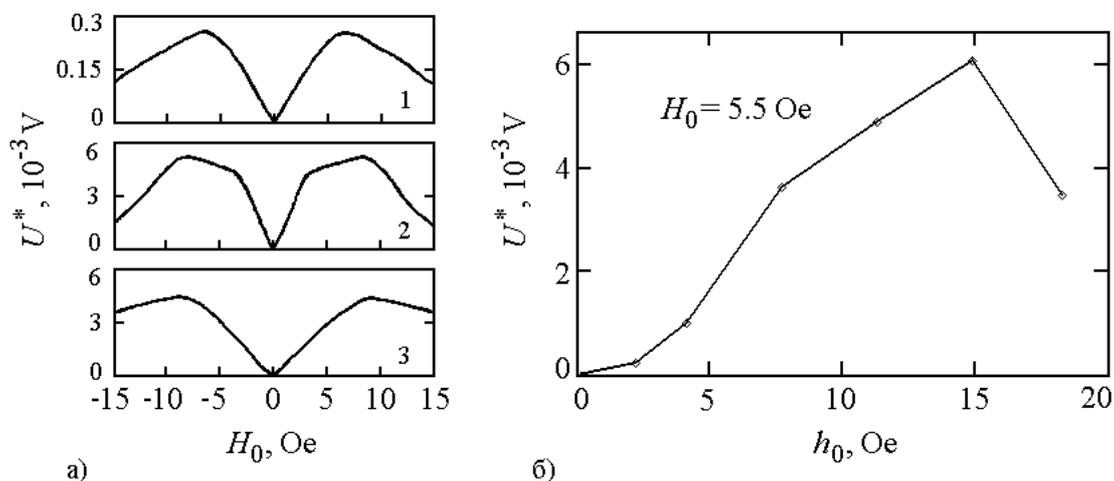


Рис. 2. Амплитуда второй гармоники U^* отклика ВТСП образца при изменении внешнего постоянного магнитного поля H_0 (1 – $h_0 = 2.17$ Ое; 2 – $h_0 = 11.3$ Ое; 3 – $h_0 = 18.3$ Ое; частота второй гармоники $f = 4$ кГц) (а); зависимость величины U^* от амплитуды h_0 внешнего гармонического магнитного поля при $H_0 = 5.5$ Ое и $f = 4$ кГц (б)).

Данный метод исследования прост и позволяет проводить измерения в широком диапазоне частот, однако этим методом невозможно отследить зависимость знака второй гармоники от величины или знака поля H_0 (в случае, если эта зависимость имеет место быть). К тому же точность его невысока, поскольку результаты измерений могут маскироваться собственной нелинейностью прибора. Здесь нужен измеритель с уровнем нелинейных искажений не хуже

0.01% и подавлением первой гармоники на уровне 100 dB. Серийные селективные усилители, как отечественные, так и импортные, не обладают необходимыми характеристиками, поэтому для исследований был разработан синхронный измеритель (стенд). Уровень нелинейных искажений стенда составляет 0.008%, а его функциональная схема приведена на рис. 3.

Стенд содержит генератор 1 синусоидального напряжения частотой 100 кГц, источник тока 2, управляемый напряжением, фазовращатель 3, удвоитель частоты 4, на выходе которого получаем меандр с частотой 200 кГц. Фаза меандра по отношению к сигналу генератора меняется в пределах $0^\circ - 320^\circ$.

На выход источника тока 2 подключается датчик, содержащий цилиндр 5 диаметром 9 мм и длиной 20 мм из иттриевой керамики, а также плотно намотанные на этот цилиндр токовую и сигнальную катушки. Токовая катушка состоит из двух одинаковых встречно включенных секций L_1' , L_1'' , содержащих по 36 витков провода ПЭЛШО-0.1. Сигнальная катушка L_2 намотана поверх токовой и содержит 72 витка того же провода. Длина как токовой, так и сигнальной катушек составляет 18 мм.

Сигнальная катушка подключена на вход малошумящего резонансного усилителя 6, увеличивающего сигнал второй гармоники датчика и одновременно подавляющего первую гармонику датчика. Специальная конструкция резонансного усилителя 6 (представленная в работах [4, 5]) позволяет достигнуть нужного уровня нелинейных искажений стенда (0.008%), но только на какой-либо одной частоте, что обеспечивает узкополосность исследований с помощью разработанного стенда.

Усиленная вторая гармоника подается на сигнальный вход синхронного детектора 7, на

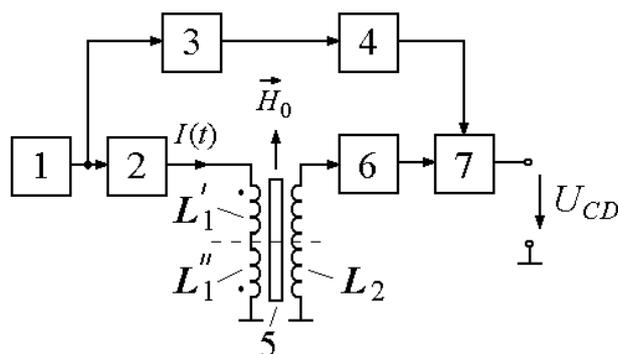


Рис. 3. Функциональная схема синхронного измерителя.

опорный вход которого поступает прямоугольный сигнал от удвоителя частоты 4. Величины синфазной и квадратурной компонент второй гармоники измерялись на выходе синхронного детектора после RC -фильтра (на рис. 3 не показан). В качестве измеряемой величины регистрировалось напряжение U_{CD} (см. рис. 3).

Заметим, что конструкция датчика рис. 3 обеспечивает подавление в выходном сигнале, во-первых, всех нечетных гармоник включая первую. При настройке датчика в жидком азоте перемещениями цилиндра 5 относительно катушек добиваются полного исчезновения первой гармоники на сигнальной катушке. Такой возможности нет у датчика рис.1, а поэтому вследствие собственной нелинейности вольтметра V в измеряемом сигнале может появиться вторая гармоника, не относящаяся к магнитному потоку образца ВТСП. Во-вторых, конструкция датчика обеспечивает подавление в выходном сигнале четных гармоник, вызванных нелинейными искажениями сигнала в токовой катушке, что значительно ослабляет требования к конструкции генератора, источника тока и резонансного усилителя и способствует точности измерений.

Для исследований также был разработан аналогичный стенд с аналогичными характе-

ристиками, но синусоидальный сигнал генератора 1 которого имеет частоту 10 кГц. Для измерений с помощью стенда рис. 3 применялись такие же экраны датчика, как и в исследованиях с помощью установки рис. 1. Поле H_0 создавалось таким же длинным соленоидом, расположенным внутри коаксиальных экранов.

На рис. 4 приведена зависимость $U_{CD}(H_0)$ синфазной компоненты второй гармоники при $h_0 = 3.35$ Ое и развертке постоянного поля H_0 в пределах ± 7 Ое. При измерениях последовательность изменения H_0 и приведения образца в сверхпроводящее состояние была аналогичной, как при исследованиях с помощью установки рис.1. Частота f второй гармоники равнялась 200 кГц.

Из рис. 4 видно, что $U_{CD}(H_0)$ начинается не с нулевой отметки. Это вызвано недостаточ-

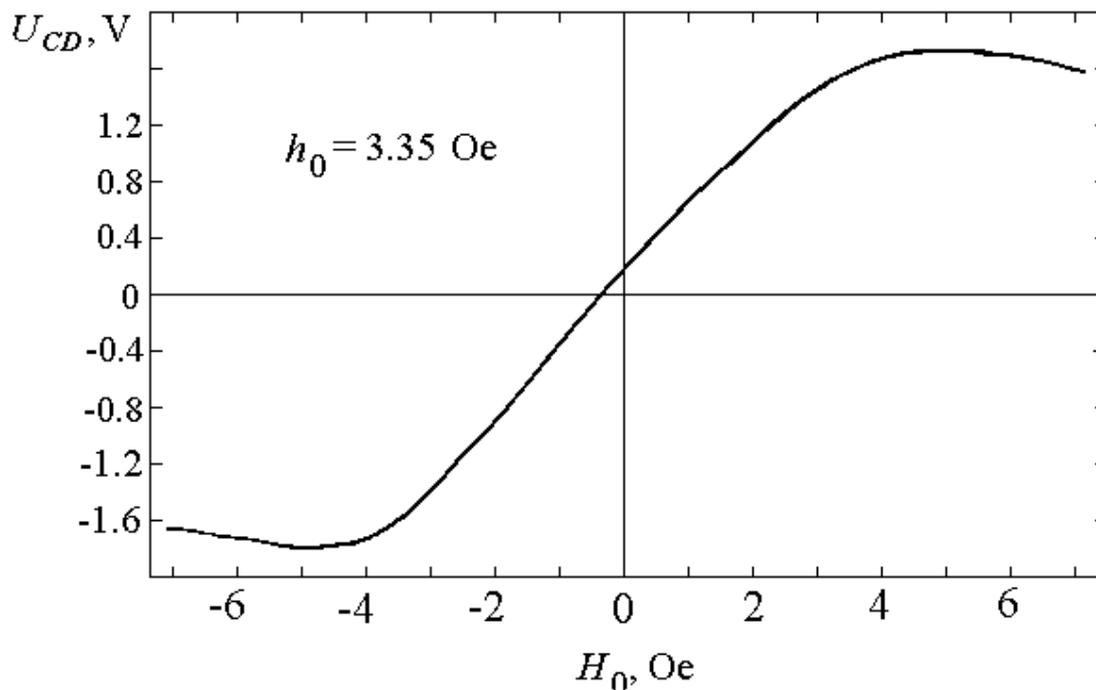


Рис. 4. Зависимость $U_{CD}(H_0)$ синфазной компоненты второй гармоники ($f = 200$ кГц) при амплитуде переменного магнитного поля $h_0 = 3.35$ Ое.

ной компенсацией магнитного поля Земли или недостаточным размагничиванием железных экранов. При устранении указанных недостатков зависимость $U_{CD}(H_0)$ имеет нулевое значение при $H_0 = 0$.

$U_{CD}(H_0)$ измерялась также на цилиндрах иттриевой керамики диаметром 2 мм и длиной 20 мм. Конструкция датчика не изменялась (рис.3), менялись только намоточные данные. При этом качественно зависимость $U_{CD}(H_0)$ осталась прежней. В количественном отношении напряжение U_{CD} было гораздо больше для датчиков диаметром 9 мм, чем для датчиков диаметром 2 мм.

Подобные описанным выше исследования проводились для частоты f второй гармоники 20 кГц. Полученные в этом случае результаты в качественном отношении аналогичны результатам измерений для частоты $f = 200$ кГц.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Для комфортного восприятия настоящей работы кратко изложим суть модели гранулированных керамических высокотемпературных сверхпроводников, представленной в [13-

15]. Данная модель предлагает рассматривать цилиндрический образец керамики ВТСП (рис. 5 а)) во внешнем магнитном поле H_{ex} как систему сверхпроводящих колец с множеством джозефсоновских контактов (слабых связей) $JС1...JСn$, расположенных (кольца) одно под другим (рис. 5 б)). Кольца с множеством джозефсоновских контактов можно заменить кольцами, каждое из которых (кольцо) содержит один общий джозефсоновский контакт $JС_{\Sigma}$ (рис. 5 в)). При этом полагается, что внутри всех сверхпроводящих колец находится сверхпроводник второго рода (superconductor) с первым критическим полем порядка 50-100 Ое при 77 К (все кольца как бы “надеты” на этот сверхпроводник второго рода) (рис.5 б), в), г)). Обобщая, можно заменить систему сверхпроводящих колец со слабыми связями $JС_{\Sigma}$ одним сверхпроводящим кольцом с одной слабой связью $JС_{\Sigma\Sigma}$, которое (кольцо) как бы “надето” на сверхпроводник второго рода (рис. 5 д)). Ширина такого кольца равна высоте цилиндра керамики ВТСП.

На рис. 5 а) изображен фрагмент цилиндра ВТСП, вид сверху. На рис.5 б) представлено одно из системы сверхпроводящее кольцо с множеством слабых связей, вид сверху. На рис. 5 в) представлено одно из системы сверхпроводящее кольцо с одной общей слабой связью, вид сверху. На рис. 5 г) представлена система сверхпроводящих колец, вид сбоку. На рис. 5 д) представлено одно широкое сверхпроводящее кольцо, вид сбоку. Здесь L_{con} — длина джозефсоновского перехода; j — экранирующий (мейсснеровский) ток, текущий внутри образца ВТСП; L^* — средний размер гранул, который по порядку величины совпадает с физическими размерами кристаллитов, имеющими типичное значение меньше порядка 10 μm [16]. Это дает возможность выполнить условие $L^* > \lambda_L$, где λ_L — лондоновская глубина проникновения поля в гранулы, составляющая при $T = 77$ К величину порядка 10^{-5} см [16]. Между крупными гранулами имеются пустоты (emptiness) и области, заполненные мелкими кристаллитами $L^* < \lambda_L$, однако число таких пустот и областей будем считать малым.

Сделанные выше предположения позволяют использовать в исследованиях выражение [17]

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{\Phi_e}{\Phi_0} + \sum_{n=1}^{\infty} M_n(\beta_e) \sin\left(2\pi n \frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right), \quad (1)$$

дающее зависимость полного (эффективного) потока Φ от внешнего потока Φ_e для сверхпроводящего кольца с включенным в него джозефсоновским контактом. Здесь Φ_0 — квант магнитного потока; коэффициенты $M_n(\beta_e)$ определяются через функции Бесселя первого рода $J_n(x)$; $M_n(\beta_e) = ((-1)^n / (n\pi)) J_n(n\beta_e)$; $0 \leq \beta_e < 1$; $\beta_e = 2\pi LI_1 / \Phi_0$, I_1 — максимальный джозефсоновский ток (то есть максимальная величина сверхтока), который может протекать по кольцу для поддержания постоянного значения флюксоида, L — индуктивность кольца. Поток через кольцо при этом не квантуется [17]. Пусть

$$\Phi_e = \Phi_d + \Phi_a \sin(\omega t), \quad (2)$$

где Φ_d — постоянный во времени магнитный поток, Φ_a — амплитуда переменного во времени магнитного потока. В эксперименте (рис. 1) селективным вольтметром измерялась э.д.с. в сигнальной катушке, поэтому запишем $E_{ind} = -N(d\Phi/dt)$, где N — число витков сигнальной катушки. Поскольку магнитный отклик ВТСП образца измерялся на удвоенной частоте внешнего поля, подставим (2) в (1), затем выделим из получившегося составляющую с частотой 2ω , и, далее, продифференцируем эту составляющую по времени. В итоге получим

$$E_{ind\ 2\omega} = -N \frac{d}{dt} \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right)_{2\omega} = E_{2\omega} N 2\omega \sin(2\omega t), \quad (3)$$

где $E_{2\omega} = \left(\sum_{n=1}^{\infty} M_n(\beta_e) \sin\left(2\pi n \frac{\Phi_d}{\Phi_0}\right) 2J_2\left(2\pi n \frac{\Phi_a}{\Phi_0}\right) \right)$.

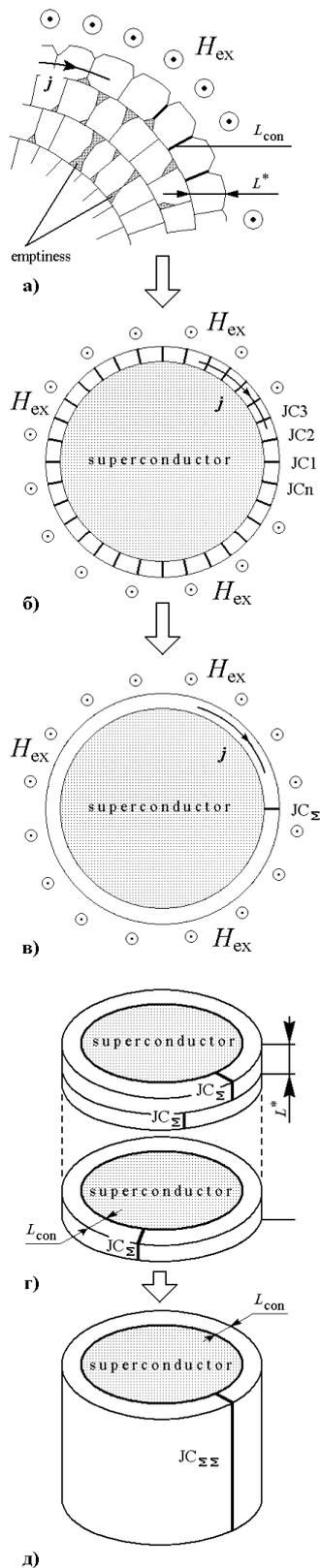
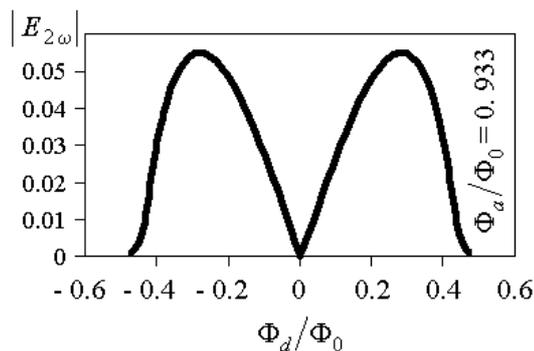
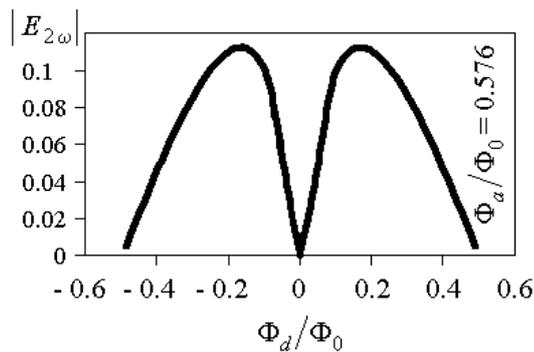
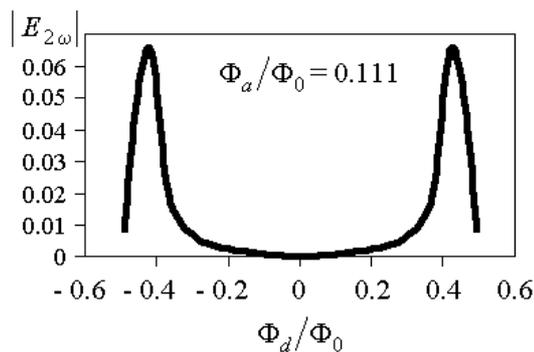
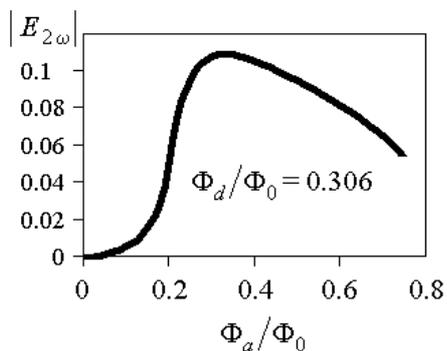


Рис. 5. Образец ВТСП как сверхпроводящее кольцо со слабой связью (схематично)



а)



б)

Рис. 6. Зависимости $|E_{2\omega}|(\Phi_d/\Phi_0)$ (а) и $|E_{2\omega}|(\Phi_a/\Phi_0)$ (б) при $\beta_e = 0.85$, $n = 20$.

В эксперименте измерялась амплитуда второй гармоники, снимаемой селективным вольтметром с катушки датчика, поэтому на рис. 6 а) и рис. 6 б) представлены зависимости $|E_{2\omega}|(\Phi_d/\Phi_0)$ и $|E_{2\omega}|(\Phi_a/\Phi_0)$ соответственно, где $|E_{2\omega}|$ — модуль величины $E_{2\omega}$ из выражения (3). На рис. 7 представлена зависимость $E_{2\omega}(\Phi_d/\Phi_0)$ при различных значениях (Φ_a/Φ_0) , поскольку стэнд рис. 3 позволяет измерять подобные зависимости.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из сравнения рис. 2 и рис. 6 видно, что зависимости $U^*(H_0)$ и $|E_{2\omega}|(\Phi_d/\Phi_0)$, а также $U^*(h_0)$ и $|E_{2\omega}|(\Phi_a/\Phi_0)$ обнаруживают хорошую степень схождения, по крайней мере, в основных деталях. Также совпадает пропорциональность h_0 и Φ_a/Φ_0 в этих зависимостях. Действительно, $11.3 \text{ Oe}/2.17 \text{ Oe} \approx 0.576/0.111 \approx 5.2$ и $18.3 \text{ Oe}/2.17 \text{ Oe} \approx 0.933/0.111 \approx 8.4$.

При $\Phi_a/\Phi_0 = 0.933$ теоретическая зависимость $E_{2\omega}(\Phi_d/\Phi_0)$ на рис.7 хорошо согласуется (качественно) с экспериментальной зависимостью $U_{CD}(H_0)$ на рис. 4: обе эти зависимости расположены в первом и третьем квадрантах; характер изменения величины $E_{2\omega}$ при изменении величины (Φ_d/Φ_0) в качественном отношении одинаков как и в случае зависимости $U_{CD}(H_0)$.

На рис. 7 также видно, что при $\Phi_a/\Phi_0 = 0.111$ и при $\Phi_a/\Phi_0 = 0.576$ зависимость $E_{2\omega}(\Phi_d/\Phi_0)$ расположена во втором и четвертом квадрантах, а не в первом и третьем квадрантах как при $\Phi_a/\Phi_0 = 0.933$. Исследования показывают, что $E_{2\omega}(\Phi_d/\Phi_0)$ будет находиться во втором и четвертом квадрантах, если значения Φ_a/Φ_0 будут расположены в диапазоне от нуля до 0.740. При попадании значения Φ_a/Φ_0 в диапазон от 0.750 до 1 зависимость $E_{2\omega}(\Phi_d/\Phi_0)$ будет находиться в первом и третьем квадрантах. Другими словами, зависимость $E_{2\omega}(\Phi_d/\Phi_0)$ меняет знак (или меняет фазу) при определенных Φ_a/Φ_0 . Такая смена знака экспериментально обнаружена в работе [18]. Вторая гармоника "... для синфазной составляющей ... меняет знак при амплитуде модуляции меньше 8 Э " [18].

Экспериментальная зависимость $U_{CD}(H_0)$ при $h_0 = 3.35 \text{ Oe}$ на рис. 4 хорошо согласуется (в качественном отношении) с экспериментальной зависимостью сигналов высокочастотного отклика на второй гармонике от постоянного магнитного поля H_0 для образцов размерами 3-10 μm и 10-50 μm , представленной на рис.1 (г, д) в работе [3]. Однако зависимости [3] находятся в пределах H_0 , примерно, от -0.5 Oe до $+0.5 \text{ Oe}$ (см. рис.1 [3]), а в нашем случае от -15 Oe до $+15 \text{ Oe}$ (если приблизительно продолжить зависимость $U_{CD}(H_0)$ на рис.4 влево и вправо, или см. рис.2 а) настоящей работы).

В качественном отношении также хорошо согласуются экспериментальная зависимость $U^*(h_0)$ (рис.2 б) настоящей работы) и экспериментальная "зависимость амплитуды высокочастотного отклика на 2-й (кривая 2)" гармонике "от амплитуды переменного поля H_1 для образца" 10-50 μm [3] (см.рис.2 [3]). Однако зависимость [3] находится в пределах H_1 от 0 до 0.5 Oe (см. рис.2 [3]), а в нашем случае от 0 до 18.3 Oe (см. рис.2 б) настоящей работы).

Хорошее качественное согласование полученных в настоящей работе теоретических зависимостей с полученными в работе [3] (а также в настоящей работе) экспериментальными зависимостями можно объяснить существованием колец, подобных рассмотренным в предложенной выше теоретической модели сверхпроводника. Количественное отличие экспериментальных зависимостей настоящей работы от экспериментальных зависимостей работы [3] объясняется различной длиной джозефсоновских переходов в этих кольцах. Для обоснования данного утверждения приведем следующие расчеты.

Первое критическое поле гранулы H_{c1}^g составляет 50 – 100 Oe при 77 K [16, 19]. Согласно представленной выше модели ВТСП, внешнее магнитное поле H_{ex} , меньшее H_{c1}^g , проникает от края цилиндра к его центру по джозефсоновским переходам (контактам). Определим длину L_{con} джозефсоновского перехода, но сначала рассчитаем джозефсоновскую глубину проникновения λ_J в иттриевой керамике и сравним ее с размерами гранул. Величину λ_J рассчитаем

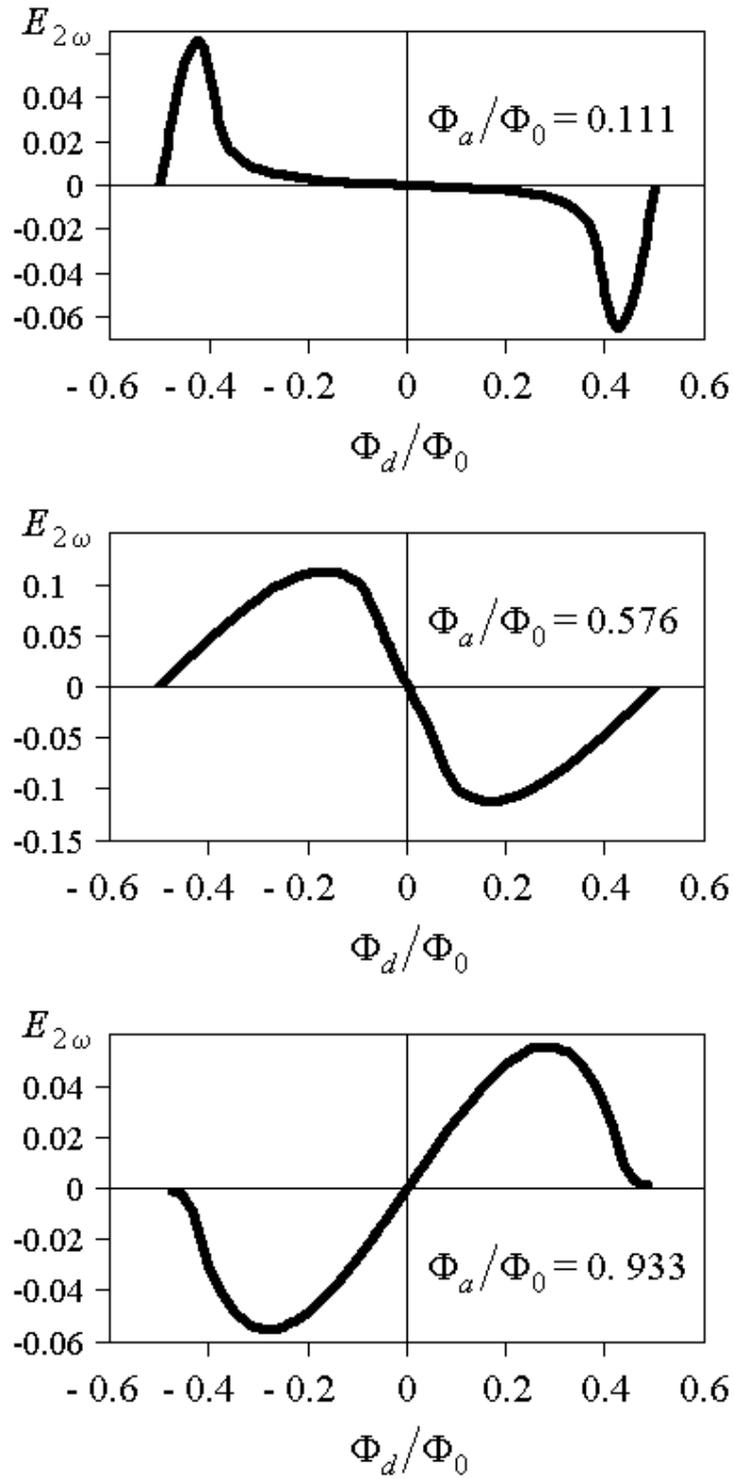


Рис. 7. Зависимости $E_{2\omega}(\Phi_d/\Phi_0)$ при $\beta_e = 0.85$, $n = 20$ и различных Φ_a/Φ_0 .

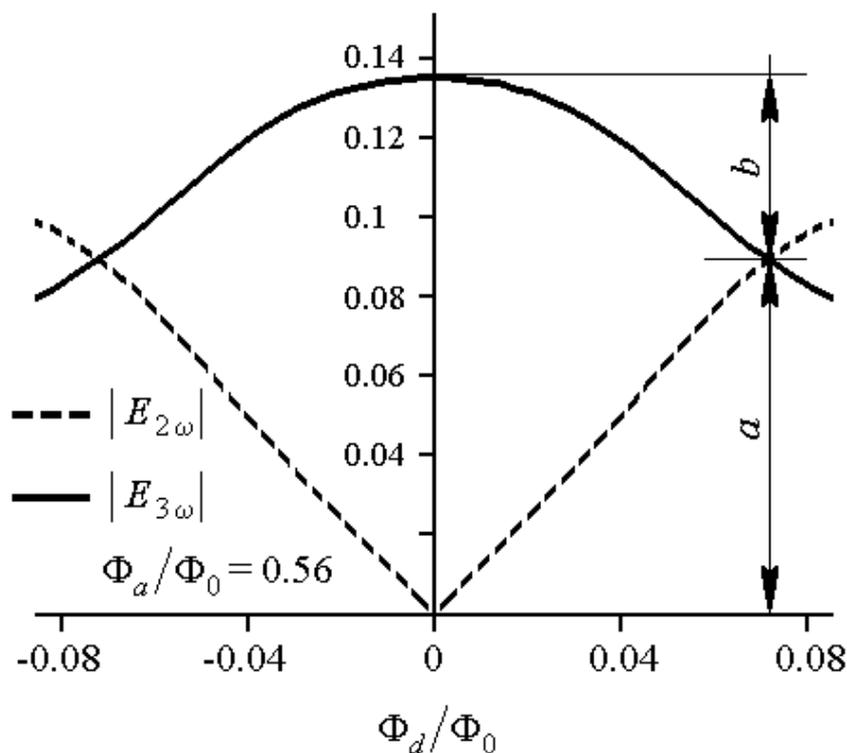


Рис. 8. Зависимости $|E_{2\omega}|(\Phi_d/\Phi_0)$ и $|E_{3\omega}|(\Phi_d/\Phi_0)$ при $\beta_e = 0.85$, $n = 20$ и $\Phi_a/\Phi_0 = 0.56$.

с помощью выражения [17]

$$\lambda_J = (\hbar/(2\mu_0 e J_c d))^{1/2}, \tag{4}$$

где $J_c = 3 \cdot 10^6$; A/m^2 [20] — критическая плотность тока Джозефсона, $d = t + 2\lambda_L = 12.425 \cdot 10^{-7}$ м [20] — толщина области контакта, в которую проникает магнитное поле, t — толщина оксидного барьера. В итоге получаем $\lambda_J = 8.38 \cdot 10^{-6}$ м.

Во многих работах указаны различные размеры гранул. Так в работе [21] говорится о сверхпроводящих гранулах “с характерным размером 1–10 μm ” [21]. В работах [22, 23] говорится о гранулах поликристалла, “размер которых $\sim 0.1 - 10 \mu m$ ” [22], в [24] указан “размер зерна керамики – порядка 5 μm ” [25]. В [20, 25] утверждается, что число 1 μm оказывается “сравнимым со средним размером гранул в иттриевой керамике” [20]. Сравнение рассчитанного по формуле (4) значения λ_J и размеров гранул, указанных в [20-25], дает основание предположить, что средний размер гранул в иттриевой керамике меньше джозефсоновской глубины проникновения, а значит в образце присутствуют (или преобладают) короткие джозефсоновские контакты (длина контакта меньше λ_J).

Согласно [20] нижнее критическое поле H_{c1} джозефсоновского перехода составляет 16 Ое, тогда длину короткого джозефсоновского контакта L_{con} рассчитаем по формуле $L_{con} = \Phi_0/(H_{c1}d)$, где $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-7}$ Гс·см², $d = 12.425 \cdot 10^{-5}$ см. В итоге получим значение L_{con} , равное $1.04 \cdot 10^{-4}$ см. Как видно, значение L_{con} сопоставимо со средним размером гранул из [20] и не противоречит значениям размеров гранул, указанных в работах [21-24].

Сравнив полученное с помощью выражения (4) значение джозефсоновской глубины проникновения $\lambda_J = 8.38 \cdot 10^{-6}$ м с размерами образцов в [3] (см. выше), можно предположить, что в образцах [3] существуют протяженные джозефсоновские контакты. Тогда, с помощью выражения $H_{c1} = (2\Phi_0)/(\pi^2 d \lambda_J)$ [17], где $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-7}$ Гс·см², $\lambda_J = 8.38 \cdot 10^{-6}$ м, $d = 12.425 \cdot 10^{-5}$ см [20], рассчитаем нижнее критическое поле H_{c1} протяженного джозефсоновского перехода. В итоге получаем $H_{c1} = 0.403$ Ое. Полученное значение H_{c1} хорошо согласуется с данными,

измеренными в работе [3] (см. рис.1 и рис.2 [3]).

Обобщая сказанное выше, можно утверждать, что экспериментальные зависимости [3] находятся в пределах от -0.5 Ое до $+0.5$ Ое или от 0 до 0.5 Ое, поскольку образцы ВТСП [3] содержат протяженные джозефсоновские переходы. Экспериментальные зависимости рис.2 и рис.4 находятся в пределах от -15 Ое до $+15$ Ое или от 0 до 18.3 Ое, поскольку данные образцы ВТСП содержат короткие джозефсоновские переходы.

С помощью предложенной выше теоретической модели попытаемся объяснить свойства других высших гармоник, например третьей. Результаты настоящих теоретических изысканий сравним с экспериментальными результатами работы [26]. Подставим выражение (2) в формулу (1), затем выделим из получившегося гармоническую составляющую с частотой 3ω , и, далее, продифференцируем эту составляющую по времени. В итоге получим

$$E_{ind\ 3\omega} = -N \frac{d}{dt} \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right)_{3\omega} = -E_{3\omega} N 3\omega \cos(3\omega t), \quad (5)$$

где $E_{3\omega} = \left(\sum_{n=1}^{\infty} M_n(\beta_e) \cos(2\pi n \frac{\Phi_d}{\Phi_0}) 2J_3(2\pi n \frac{\Phi_a}{\Phi_0}) \right)$.

Поскольку в эксперименте [26] исследовались зависимости амплитуд второй и третьей гармоник с выхода магнетометра от постоянного внешнего магнитного поля (см. Figure 3 (a) [26]), то на рис. 8 приведены зависимости $|E_{2\omega}|(\Phi_d/\Phi_0)$ и $|E_{3\omega}|(\Phi_d/\Phi_0)$ подобно тому, как они представлены в [26]. Здесь $|E_{3\omega}|$ - модуль величины $E_{3\omega}$.

Сравнивая рис. 8 настоящей работы и Figure 3 (a) работы [26], видим, что в качественном отношении они практически одинаковы. Для количественного сравнения этих рисунков сравним длины отрезков a и b , как показано на рис. 8. На Figure 3 (a) работы [26] $a/b \approx 1.9$. В нашем случае подбором величины Φ_a/Φ_0 в (5) можно добиться, чтобы $a/b \approx 1.9$ (при этом $\Phi_a/\Phi_0=0.56$).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных и рассмотренных выше экспериментальных и теоретических исследований можно утверждать следующее:

1) с помощью представления гранулированного сверхпроводящего образца как сверхпроводящего кольца с переходом $J_{\Sigma\Sigma}$ удастся объяснить поведение второй и третьей гармоник (генерация гармоник, форма зависимости от постоянного и переменного магнитных полей, изменение знака второй гармоники при изменении направлении постоянного поля H_0 , изменение знака второй гармоники при возрастании амплитуды переменного поля h_0);

2) с помощью предложенной выше теоретической модели гранулированного ВТСП удастся объяснить как собственные экспериментальные результаты, так и экспериментальные результаты других авторов (например [2, 3, 6, 20, 26]).

Невозможно провести анализ всех работ отечественных и зарубежных авторов по нелинейным магнитным свойствам ВТСП с позиций предложенной модели, поскольку настоящая работа ограничена рамками статьи (а не монографии). В настоящей работе использовались только те исследования других авторов, которые помогают более четко, ярко и понятно выделить рассматриваемую задачу. Универсальной модели в принципе быть не может, поэтому понятно, что предложенную модель невозможно применить ко всем без исключения работам других авторов. Вследствие изложенных выше причин в настоящей статье работы таких авторов не рассматривались, несмотря на возможность обвинения в малообоснованности и предвзятости представленных результатов.

Полученные в настоящей работе результаты могут быть востребованы при разработке датчиков магнитного поля (например [4-7]), других различных приборов и устройств новой техники на основе ВТСП керамики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сонин, Э. Б. Теория джозефсоновской среды в ВТСП : вихри и критические магнитные поля / Э. Б. Сонин // Письма в ЖЭТФ. — 1988. — Т. 47, вып. 8. — С. 415–418.
2. Нелинейные свойства гранулированных ВТСП в низкочастотных переменных полях / В. Ф. Мастеров и др. // Сверхпроводимость : физика, химия, техника. — 1991. — Т. 4, № 3, Ч. 1. — С. 470–481.
3. Недиссипативный высокочастотный отклик микрокристаллов Y-Ba-Cu-O обусловленный синфазностью джозефсоновских токов в слабых магнитных полях / М. М. Афанасьев и др. // Письма в ЖЭТФ. — 1990. — Т. 51, вып. 10. — С. 529–532.
4. Игнатьев, В. К. Сверхпроводящий магнитометр с обратной связью по магнитному полю / В. К. Игнатьев, С. В. Черных // Приборы и техника эксперимента. — 1996. — № 2. — С. 124–126.
5. Белодедов, М. В. Высокочувствительные магнитометры на основе ВТСП-керамики / М. В. Белодедов, С. В. Черных // Приборы и техника эксперимента. — 2001. — № 4. — С. 157–161.
6. Головашкин, А. И. Простое чувствительное устройство для измерения слабых магнитных полей на основе высокотемпературного сверхпроводящего иттриевого купрата / А. И. Головашкин, Н. Д. Кузьмичев, В. В. Славкин // Журнал технической физики. — 2006. — Т. 76, вып. 3. — С. 81–85.
7. Головашкин, А. И. Формирование гармоник с помощью высокотемпературных сверхпроводящих поликристаллов иттриевого купрата / А. И. Головашкин, Н. Д. Кузьмичев, В. В. Славкин // Журнал технической физики. — 2008. — Т. 78, вып. 1. — С. 59–62.
8. Bean, C. P. Magnetization of high-field superconductors / C. P. Bean // Reviews of Modern Physics. — 1964. — V. 36. — P. 31–39.
9. Anderson, P. W. Theory of flux creep in hard superconductors / P. W. Anderson // Physical Review Letters. — 1962. — V. 9. — P. 309–311.
10. Ebner, C. Diamagnetic susceptibility of superconducting clusters : spin-glass behavior / C. Ebner, D. Stroud // Physical Review B. — 1985. — V. 31. — P. 165–171.
11. Morgenstern, I. Glass behavior of high- T_c superconductors / I. Morgenstern, K. A. Muller, J. G. Bednorz // Physica C : Superconductivity and its applications. — 1988. — V. 153–155. — P. 59–62.
12. Славкин, В. В. Установка для исследования нелинейных магнитных свойств высокотемпературных сверхпроводников с помощью гармоник намагниченности / В. В. Славкин, Э. А. Тищенко // Журнал технической физики. — 2012. — Т. 82, вып. 10. — С. 117–123.
13. Черных, С. В. Оценка чувствительности датчиков магнитного поля на основе высокотемпературного сверхпроводящего иттриевого купрата / С. В. Черных // Журнал технической физики. — 2013. — Т. 83, вып. 2. — С. 129–135.
14. Черных, С. В. Особенности проникновения магнитного поля в гранулированные сверхпроводники и возможная чувствительность магнитных датчиков на их основе / С. В. Черных // Вестник Московского университета. Серия 3 : Физика. Астрономия. — 2013. — № 4. — С. 23–27.
15. Черных, С. В. Шум гранулированных сверхпроводников и чувствительность магнитных датчиков на их основе / С. В. Черных // Научное приборостроение. — 2013. — Т. 23, № 3. — С. 91–97.
16. Дзугутов, В. М. Проникновение низкочастотного магнитного поля в ВТСП-керамику / В. М. Дзугутов, Н. А. Подлевских, Л. М. Фишер // Сверхпроводимость : физика, химия, техника. — 1990. — Т. 3, № 1. — С. 52–61.
17. Бароне, А. Эффект Джозефсона : физика и применения / А. Бароне, Дж. Патерно. —

М. : Мир, 1984. — 640 с.

18. Игнатъев, В. К. Исследование нелинейной восприимчивости ВТСП / В. К. Игнатъев, С. В. Черных // Сверхпроводимость : физика, химия, техника. — 1994. Т. 7, № 8–9. — С. 1411–1416.

19. Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников / Пер. с англ. под ред. Д. М. Гинзберга. — М. : Мир, 1990. — 543 с.

20. Коноплева, Р. Ф. Исследование методом высокочастотного поглощения параметров ВТСП-материалов, облученных быстрыми нейтронами реактора / Р. Ф. Коноплева, В. С. Чащин // Физика твердого тела. — 1997. — Т. 39, № 1. — С. 28–34.

21. Мейлихов, Е. З. Токи в ВТСП-керамиках : преодоление границ / Е. З. Мейлихов // Природа. — 1999. — № 3. — С. 49–58.

22. Кузьмичев, Н. Д. Проникновение магнитного поля в систему слабых связей гранулярного сверхпроводника $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ / Н. Д. Кузьмичев // Физика твердого тела. — 2001. — Т. 43, вып. 11. — С. 1934–1938.

23. Проникновение слабого магнитного поля в ВТСП керамику Bi-Pb-Sr-Ca-Cu-Fe-O / Э. А. Мугнецян, М. Т. Айвазян, Н. М. Добровольский, А. Г. Саркисян // Известия НАН Армении, Физика. — 2007. — Т. 42, № 6. — С. 363–371.

24. Андрианов, А. В. Выражение, описывающее полевые зависимости критического тока в керамическом ВТСП в широком интервале полей и температур / А. В. Андрианов // Письма в ЖЭТФ. — 1991. — Т. 53, вып. 5. — С. 246–249.

25. Low-Field Magnetization Curves of $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ and $BiSrCaCu_2O_{5.5}$: Effects of Josephson Medium / M. Kohl, M. Odehnal, M. Plintovic, S. Safrata // Journal of Low Temperature Physics. — 1989. — V. 74, № 5/6. — P. 503–517.

26. Novel form of magnetometer using high temperature superconductors / J. C. Gallop et. al. // Cryogenics. — 1988. — V. 28, № 10. — P. 691–693.

REFERENCES

1. Sonin E'.B. Teoriya dzhozefsonovskoj sredy' v VTSP: vixri i kriticheskie magnitny'e polyax. [Sonin E'.B. Teoriya dzhozefsonovskoj sredy v VTSP: vixri i kriticheskie magnitnye polyax]. *Pis'ma v Zhurnal e'ksperimental'noj i teoreticheskoy fiziki — Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters (JETP Letters)*, 1988, vol. 47, no. 8, pp. 415–418.

2. Masterov V.F. et. al. Nonlinear properties of granular HTSC in low-frequency alternating fields. [Masterov V.F. i dr. Nelinejnye svojstva granulirovannyx VTSP v nizkochastotnyx peremennyx polyax]. *Sverxprovodimost': fizika, ximiya, texnika — Superconductivity: physics, chemistry, technology*, 1991, vol. 4, no. 3, ch. 1, pp. 470–481.

3. Afanas'ev M.M. et. al. Nondissipative rf response of Y-Ba-Cu-O microcrystals due to phase matching of the Josephson currents in weak magnetic fields. [Afanas'ev M.M. i dr. Nedissipativnyj vysokochastotnyj otklik mikrokristallov Y-Ba-Cu-O obuslovlennyj sinfaznost'yu dzhozefsonovskix tokov v slabyx magnitnyx polyax]. *Pis'ma v Zhurnal e'ksperimental'noj i teoreticheskoy fiziki — Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters (JETP Letters)*, 1990, vol. 51, no. 10, pp. 600–603.

4. Ignat'ev V.K., Chernykh S.V. Superconducting magnetometer with a magnetic field feedback. [Ignat'ev V.K., Chernykh S.V. Sverxprovodyashhij magnitometr s obratnoj svyaz'yu po magnitnomu polyu]. *Pribory i texnika e'ksperimenta — Instruments and Experimental Techniques*, 1996, vol. 39, no. 2, pp. 272–274.

5. Belodedov M.V., Chernykh S.V. High-sensitivity magnetometers based on HTSC ceramics. [Belodedov M.V., Chernykh S.V. Vysokochuvstvitel'nye magnitometry na osnove VTSP-keramiki]. *Pribory i texnika e'ksperimenta — Instruments and Experimental Techniques*, 2001, vol. 44, no. 4, pp. 157–161.

6. Golovashkin A.I., Kuzmichev N.D., Slavkin V.V. Simple high-temperature superconducting yttrium cuprate-based device for measuring weak magnetic fields. [Golovashkin A.I., Kuz'michev N.D., Slavkin V.V. Prostoie chuvstvitel'noe ustrojstvo dlya izmereniya slabyx magnitnyx polej na osnove vysokotemperaturnogo sverxprovodyashhego ittrievogo kuprata]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2006, vol. 51, no. 3, pp. 81–85.

7. Golovashkin A.I., Kuzmichev N.D., Slavkin V.V. The formation of harmonics by the high temperature superconducting polycrystals of yttrium cuprate. [Golovashkin A.I., Kuz'michev N.D., Slavkin V.V. Formirovanie garmonik s pomoshh'yu vysokotemperaturnyx sverxprovodyashhix polikristallov ittrievogo kuprata]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2008, vol. 53, no. 1, pp. 59–62.

8. Bean C.P. Magnetization of high-field superconductors. *Reviews of Modern Physics*, 1964, vol. 36, pp. 31–39.

9. Anderson P.W. Theory of flux creep in hard superconductors. *Physical Review Letters*, 1962, vol. 9, pp. 309–311.

10. Ebner C., Stroud D. Diamagnetic susceptibility of superconducting clusters: spin-glass behavior. *Physical Review B*, 1985, vol. 31, pp. 165–171.

11. Morgenstern I., Muller K.A., Bednorz J.G. Glass behavior of high- T_c superconductors. *Physica C: Superconductivity and its applications*, 1988, vol. 153–155, pp. 59–62.

12. Slavkin V.V., Tishchenko E.A. Setup for studying nonlinear magnetic properties of high-temperature superconductors with the aid of magnetization harmonics. [Slavkin V.V., Tishchenko E.A. Ustanovka dlya issledovaniya nelinejnyx magnitnyx svoystv vysokotemperaturnyx sverxprovodnikov s pomoshh'yu garmonik namagnichennosti]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 82, iss. 10, pp. 117–123.

13. Chernykh S.V. Sensitivity estimate of magnetic field sensors based on high-temperature superconducting yttrium cuprate. [Chernykh S.V. Ocenka chuvstvitel'nosti datchikov magnitnogo polya na osnove vysokotemperaturnogo sverxprovodyashhego ittrievogo kuprata]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki — Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2013, vol. 83, iss. 2, pp. 129–135.

14. Chernykh S.V. Specific features of magnetic field penetration into granular superconductors and possible sensitivity of magnetic sensors based on them. [Chernykh S.V. Osobennosti proniknoveniya magnitnogo polya v granulirovannye sverxprovodniki i vozmozhnaya chuvstvitel'nost' magnitnyx datchikov na ix osnove]. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 3. Fizika. Astronomiya — Moscow University Physics Bulletin*, 2013, no. 4, pp. 23–27.

15. Chernykh S.V. Noise in granular superconductors and sensitivity of magnetic sensors based on them. [Chernykh S.V. Shum granulirovannyx sverxprovodnikov i chuvstvitel'nost' magnitnyx datchikov na ix osnove]. *Nauchnoe priborostroenie — Scientific instrument making*, 2013, vol. 23, no. 3, pp. 91–97.

16. Dzugutov V.M., Podlevskikh N.A., Fisher L.M. Penetration of low frequency magnetic fields in HTSC ceramics. [Dzugutov V.M., Podlevskix N.A., Fisher L.M. Proniknovenie nizkochastotnogo magnitnogo polya v VTSP-keramiku]. *Sverxprovodimost': fizika, ximiya, texnika — Superconductivity: physics, chemistry, technology*, 1990, vol. 3, no. 1, pp. 52–61.

17. Barone A., Paterno G. Physics and Applications of the Josephson Effect. [Barone A., Paterno Dzh. E'ffekt Dzhozefsona: fizika i primeneniya]. Moscow: Mir, 1984, 640 p.

18. Ignat'ev V.K., Chernykh S.V. The study of the nonlinear susceptibility of HTSC. [Ignat'ev V.K., Chernykh S.V. Issledovanie nelinejnoy vospriimchivosti VTSP]. *Sverxprovodimost': fizika, ximiya, texnika — Superconductivity: physics, chemistry, technology*, 1994, vol. 7, no. 8–9, pp. 1411–1416.

19. Physical Properties of High Temperature Superconductors, Ed. by D.M. Ginsberg.

[Fizicheskie svoystva vysokotemperaturnykh sverxprovodnikov. Per. s angl. pod red. D.M. Ginzberga]. Moscow: Mir, 1990, 543 p.

20. Konopleva R.F., Chashchin V.S. Radio-frequency absorption study of the parameters of high- T_c materials irradiated with fast reactor neutrons. [Konopleva R.F., Chashchin V.S. Issledovanie metodom vysokochastotnogo pogloshheniya parametrov VTSP-materialov, obluchennykh bystryimi nejtronami reaktora]. *Fizika tverdogo tela — Physics of the Solid State*, 1997, vol. 39, no. 1, pp. 28–34.

21. Meilikhov E.Z. Currents in HTSC ceramics: bridging boundaries. [Mejlixov E.Z. Toki v VTSP-keramikax: preodolenie granic]. *Priroda — Nature*, 1999, no. 3, pp. 49–58.

22. Kuz'michev N.D. Magnetic field penetration into the weak-link system of the $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ granular superconductor. [Kuz'michev N.D. Proniknovenie magnitnogo polya v sistemu slabyx svyazey granulyarnogo sverxprovodnika $YBa_2Cu_3O_{7-x}$]. *Fizika tverdogo tela — Physics of the Solid State*, 2001, vol. 43, iss. 11, pp. 1934–1938.

23. Mugneczyan E'.A., Ajvazyan M.T., Dobrovol'skij N.M., Sarkisyan A.G. The penetration of weak magnetic fields in high-temperature superconducting ceramics Bi-Pb-Sr-Ca-Cu-Fe-O. [Mugnecyan E'.A., Ajvazyan M.T., Dobrovol'skij N.M., Sarkisyan A.G. Proniknovenie slabogo magnitnogo polya v VTSP keramiku Bi-Pb-Sr-Ca-Cu-Fe-O]. *Izvestiya NAN Armenii, Fizika — Izvestiya NAS of Armenia, Physics*, 2007, vol. 42, no. 6, pp. 363–371.

24. Andrianov A.V. Expression describing the field dependence of the critical current in ceramic high- T_C superconductors over broad field and temperature ranges. [Andrianov A.V. Vyrashenie, opisuyayushhee polevye zavisimosti kriticheskogo toka v keramicheskom VTSP v shirokom intervale polej i temperatur]. *Pis'ma v Zhurnal e'ksperimental'noj i teoreticheskoy fiziki — Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters (JETP Letters)*, 1991, vol. 53, iss. 5, pp. 246–249.

25. Kohl M., Odehnal M., Plintovic M., Safrata S. Low-Field Magnetization Curves of $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ and $BiSrCaCu_2O_{5.5}$: Effects of Josephson Medium. *Jornal of Low Temperature Physics*, 1989, vol. 74, no. 5/6, pp. 503–517.

26. Gallop J.C. et. al. Novel form of magnetometer using high temperature superconductors. *Cryogenics*, 1988, vol. 28, no. 10, pp. 691–693.

Черных Сергей Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры телекоммуникационных систем, Волгоградский государственный университет, кафедра телекоммуникационные системы, г. Волгоград, Россия
E-mail: schtks@list.ru
Тел.: +7(8442)46-03-69

Chernykh Sergey Viktorovich, The candidate of physical and mathematical sciences, The senior lecturer of faculty of telecommunication systems, Volgograd state university, Department Telecommunication systems, Volgograd, Russia
E-mail: schtks@list.ru
Tel.: +7(8442)46-03-69