

ВЛИЯНИЕ ИСКАЖЕНИЙ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ ПОЛОСОВЫМИ ФИЛЬТРАМИ В КВАДРАТУРНОМ ПРИЕМНИКЕ НА ИХ ОБНАРУЖЕНИЕ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ

Г. С. Нахмансон, С. В. Козлов

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 01.02.2017 г.

Аннотация. Рассматривается прием фазоманипулированного широкополосного сигнала (ФМШПС) квадратурным корреляционным приемником с входным полосовым фильтром в условиях взаимных помех. Получены аналитические выражения для характеристик обнаружения ФМШПС в общем случае, когда начальные фазы принимаемого и помеховых сигналов случайные, а амплитуды содержат регулярные и флуктуирующие составляющие. Показано, что максимальная вероятность обнаружения сигнала достигается при отличной от нуля временной задержке принимаемого сигнала относительно опорного, а величина временного смещения максимального значения вероятности правильного обнаружения зависит от ширины полосы пропускания фильтра.

Ключевые слова: фазоманипулированный широкополосный сигнал, взаимные помехи, отношение сигнал/шум, вероятность правильного обнаружения, полосовой фильтр.

IMPACT OF DIRECT-SEQUENCE SPREAD SPECTRUM SIGNALS DISTORTION BY BAND-PASS FILTERS ON DETECTION EFFICIENCY IN CASE OF MULTIPLE ACCESS INTERFERENCE

G. S. Nakhmanson, S. V. Kozlov

Abstract. Detection of direct sequence spread spectrum (DSSS) signal by quadrature correlation receiver with band pass filter in case of multiple access interference and internal noise has been considered. New analytical expressions for detection efficiency have been obtained for DSSS signal with binary phase-shift keying in common case when phases of receiving signal and jammers are random and amplitudes have both regular and fluctuating components. It has been shown that maximum of DSSS signal detection probability is reached with non-zero value of time delay between receiving and bearing signals. Value of the time delay dependency on filter bandwidth has been analyzed.

Keywords: phase manipulated broadband signal, spread spectrum signal, multiple users interference, signal-to-noise ratio, signal-to-jam ratio, band-pass filter.

ВВЕДЕНИЕ

В современных системах радиосвязи (СРС) широко применяются фазоманипулированные широкополосные сигналы (ФМШПС), у которых расширение спектра осуществляется

при помощи бинарной фазовой модуляции по законам псевдослучайных последовательностей (ПСП). При приеме таких сигналов ФМШПС в корреляционном приемнике возникает задача определения начала модулирующей ПСП, которая сводится к обнаружению ФМШПС [1]. В [2] исследовано обнаружение ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией без учета полосового фильтра приемника. Влияние полосового фильтра на обнаружение ФМШПС рассматривалось в [3], но анализ проводился для случая приема ФМШПС в условиях воздействия шума при отсутствии взаимных помех. Поэтому рассмотрение задачи влияния искажений ФМШПС в полосовом фильтре корреляционного приемника представляет практический интерес.

Целью настоящей работы является анализ характеристик обнаружения ФМШПС при приеме корреляционным приемником с полосовым фильтром в условиях взаимных помех.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сигнал, поступающий на вход приемника, можно записать в виде:

$$x(t) = s(t - \tau_3) + s_{вз}(t) + n(t), \tag{1}$$

где

$$s(t) = ad^{(0)}U(t)p^{(0)}(t)\cos(\omega_0t + \varphi_0) \tag{2}$$

— полезный ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, a — амплитуда сигнала, $d^{(0)}$ — информационный символ, принимающий значения $\{-1, 1\}$, $U(t) = \text{rect}(t/T) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T, \\ 0, & t < 0, t > T \end{cases}$

— огибающая принимаемого сигнала, представляющая импульс прямоугольной формы длительностью T , соответствующая одному биту информации, $p^{(0)}(t) = \sum_{k=1}^L p_k^{(0)} \text{rect}[t - (k-1)\tau_u]$

— функция, расширяющая спектр информационного сигнала, представляющая ПСП, $\text{rect}(t)$ — элементарный импульс прямоугольной формы ПСП на временном интервале $0 < t < \tau_u$, $\{p_k^{(0)}\}$, $k = 1, \dots, L$ — совокупность коэффициентов ПСП, принимающих значения $\{-1, 1\}$, сохраняющих их в пределах длительностей соответствующих элементарных импульсов, и определяющая закон фазовой модуляции полезного сигнала. Причем $L\tau_u = T$, то есть ширина спектра широкополосного сигнала в L раз больше ширины спектра информационного сигнала, τ_3 — время задержки полезного сигнала ($|\tau_3| < \tau_u$), $\omega_0 = 2\pi f_0$, где f_0 — несущая частота сигнала, φ_0 — случайная начальная фаза сигнала;

$$s_{вз}(t) = \sum_{i=1}^K a_i d^{(i)} p^{(i)}(t - \tau_i) U(t - \tau_i) \cos(\omega_0(t - \tau_i) + \varphi_i) \tag{3}$$

— совокупность сигналов от мешающих СРС, представляющих взаимные помехи. Здесь a_i и φ_i — амплитуда и начальная фаза i -го мешающего сигнала, $p^{(i)}(t)$ — функция, расширяющая спектр i -го помехового сигнала и отличающаяся от $p^{(0)}(t)$ коэффициентами ПСП $\{p_k^{(i)}\}$, $d^{(i)}$ — двоичный информационный символ i -го помехового сигнала, τ_i — время задержки i -го помехового сигнала (в общем случае $\tau_i < T$); K — число помеховых сигналов, $n(t)$ — внутренние шумы аппаратуры, аппроксимируемые аддитивным белым гауссовским шумом со спектральной плотностью N_0 с нулевым средним значением $\langle n(t) \rangle = 0$ и функцией корреляции $\langle n(t_1), n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2)$.

Далее будем полагать, что полосовой фильтр корреляционного приемника имеет амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) прямоугольной формы с полосой пропускания Δf_Φ , то есть импульсная характеристика фильтра определяется соотношением

$$h(t) = \frac{\Delta\omega_\Phi}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\Phi}{2}t\right) \cos(\omega_0t), \tag{4}$$

где $\Delta\omega_\Phi = 2\pi\Delta f_\Phi$. После прохождения полосового фильтра сигнал и помехи можно представить как

$$x_\Phi(t) = \int_0^t (s(\tau - \tau_3) + s_{\text{вз}}(\tau) + n(\tau)) h(t - \tau) d\tau. \quad (5)$$

2. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ВЫХОДНОГО ЭФФЕКТА ПРИЕМНИКА

При приеме ФМШПС квадратурный корреляционный приемник формирует выходной эффект пропорциональный [2]

$$M(\tau_3) = \left[\int_0^T x_\Phi(t) s_{\text{опс}}(t) dt \right]^2 + \left[\int_0^T x_\Phi(t) s_{\text{онс}}(t) dt \right]^2. \quad (6)$$

В (5)

$$\left. \begin{matrix} s_{\text{опс}}(t) \\ s_{\text{онс}}(t) \end{matrix} \right\} = U(t) p^{(0)}(t) \left\{ \begin{matrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{matrix} \right\}$$

— опорные сигналы квадратурных каналов, согласованные по форме с полезным сигналом. Как следует из (6), входная смесь сигнала и помех после прохождения полосового фильтра и поступления в квадратурные каналы перемножается с опорными сигналами, усредняется по интервалу наблюдения, возводится в квадрат и суммируется, образуя выходной эффект приемника.

После подстановки (5) в (6) несложно получить

$$M(T) = (A_c + J_c + N_c)^2 + (A_s + J_s + N_s)^2, \quad (7)$$

где $\left. \begin{matrix} A_c \\ A_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T \int_0^t s(\tau - \tau_3) h(t - \tau) d\tau p^{(0)}(t) \left\{ \begin{matrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{matrix} \right\} dt$ — сигнальные составляющие, $\left. \begin{matrix} J_c \\ J_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T \int_0^t s_{\text{вз}}(\tau) h(t - \tau) d\tau p^{(0)}(t) \left\{ \begin{matrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{matrix} \right\} dt$ — помеховые составляющие и $\left. \begin{matrix} N_c \\ N_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T \int_0^t n(\tau) h(t - \tau) d\tau p^{(0)}(t) \left\{ \begin{matrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{matrix} \right\} dt$ — шумовые составляющие выходного эффекта приемника.

Используя изображенные на рис. 1 временные диаграммы смещения принимаемого и опорного сигналов, запишем выражения для помеховых и сигнальных составляющих выходного эффекта приемника для случаев, когда

- принимаемый сигнал отстает от опорного на $\tau_3 \leq \tau_u$,
- принимаемый сигнал опережает опорный на $\tau_3 \leq \tau_u$,
- принимаемый сигнал опережает опорный на $\tau_u + \tau_3$, где $\tau_3 \leq \tau_u$.

$$A_c = \begin{cases} A_{c1}, 0 \leq \tau_3 \leq \tau_u \\ A_{c2}, -\tau_u \leq \tau_3 < 0 \\ A_{c3}, -2\tau_u \leq \tau_3 < -\tau_u \end{cases} \quad \text{и} \quad A_s = \begin{cases} A_{s1}, 0 \leq \tau_3 \leq \tau_u \\ A_{s2}, -\tau_u \leq \tau_3 < 0 \\ A_{s3}, -2\tau_u \leq \tau_3 < -\tau_u \end{cases}, \quad \text{где}$$

$$\left. \begin{matrix} A_{c1} \\ A_{s1} \end{matrix} \right\} = a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i-1}^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u - \tau_3}^{(i-1)\tau_u} \int_{(i-2)\tau_u}^t d\tau \left\{ \begin{matrix} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} dt +$$

$$\begin{aligned}
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-2} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u - \tau_3}^{(i-1)\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u - \tau_3} \int_{(i-1)\tau_u}^t \left\{ \begin{array}{l} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u - \tau_3} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} A_{c2} \\ A_{s2} \end{array} \right\} & = a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u + \tau_3}^{i\tau_u} \int_{(i-1)\tau_u}^t \left\{ \begin{array}{l} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u + \tau_3}^{i\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} \int_{i\tau_u}^{i\tau_u + \tau_3} \int_{i\tau_u}^t \left\{ \begin{array}{l} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} \int_{i\tau_u}^{i\tau_u + \tau_3} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} A_{c3} \\ A_{s3} \end{array} \right\} & = a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} \int_{i\tau_u + \tau_3}^{(i+1)\tau_u} \int_{i\tau_u}^t \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} \int_{i\tau_u + \tau_3}^{(i+1)\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+2}^{(0)} \int_{(i+1)\tau_u}^{(i+1)\tau_u + \tau_3} \int_{(i+1)\tau_u}^t \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
 & + a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i+1} p_k^{(0)} \int_{(i+1)\tau_u}^{(i+1)\tau_u + \tau_3} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt,
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} = \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t - \tau) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \\ \sin(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \end{array} \right\},$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} = \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t - \tau) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \varepsilon) \\ \sin(\omega_0 t - \omega_0 \varepsilon) \end{array} \right\},$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} = \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t - \tau) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \tau_u - \omega_0 \varepsilon) \\ \sin(\omega_0 t - \omega_0 \tau_u - \omega_0 \varepsilon) \end{array} \right\},$$

$$\left. \begin{matrix} J_c \\ J_s \end{matrix} \right\} = \sum_{j=1}^K a_j d^{(j)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i-1}^{(j)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(i-1)\tau_u}^t \cos(\omega_0\tau + \varphi_j) h(t-\tau) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{Bmatrix} d\tau dt + \\ + \sum_{j=1}^K a_j d^{(j)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(j)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \cos(\omega_0\tau + \varphi_j) h(t-\tau) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{Bmatrix} d\tau dt,$$

N_c и N_s — нормальные случайные величины с нулевым средним и дисперсией $\sigma_n^2 = \frac{N_0 T}{4} \beta$, где

$$\beta = \frac{1}{\pi^2 b} \left[h_1 (2h - h_1 - 2) + bh^2 + \frac{h - h_1}{b} (\cos 2b - \cos b) + (h + h_1) \cos b - 2 \sin b \int_0^b \frac{\sin^2 x}{x} dx \right],$$

$$h = \int_0^b \sin cx dx, h_1 = \int_b^{2b} \sin cx dx \text{ и } b = \frac{\Delta\omega_\Phi \tau_u}{2} = \pi \Delta f_\Phi \tau_u. [4]$$

В дальнейшем будем полагать, что амплитуды и начальные фазы полезного и помеховых сигналов подчиняются распределению [4]

$$W(\vec{a}, \vec{\varphi}) = \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2}\right) \prod_{i=1}^K \frac{a_i}{2\pi\sigma_{a_i}^2} \exp\left(-\frac{a_i^2 + a_{0i}^2 - 2a_i a_{0i} \cos \varphi_i}{2\sigma_{a_i}^2}\right), \quad (8)$$

где $\vec{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$, $\vec{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$, $a_i \geq 0$, $0 < \varphi_i < 2\pi$, $i = 1, \dots, K$.

При $a_0 = 0$, $a_{0i} = 0$ ($i = 1, \dots, K$) распределение (8) хорошо описывает фединги принимаемых сигналов в СРС, при которых амплитуды флуктуируют по закону Релея, а случайные начальные фазы распределены равномерно. Если $a_0 \neq 0$, $a_{0i} \neq 0$, $\sigma_a^2 \neq 0$, $\sigma_{a_i}^2 \neq 0$ ($i = 1, \dots, K$), то распределение (8) соответствует приему полезного и помеховых сигналов, отраженных от ионосферы, содержащие регулярные и флуктуирующие составляющие, а при $\sigma_a^2 = 0$, $\sigma_{a_i}^2 = 0$ ($i = 1, \dots, K$) соответствуют случаю, когда амплитуды принимаемых сигналов являются детерминированными.

Выполнив интегрирование, получим выражения для сигнальных и помеховых составляющих выходного эффекта приемника.

$$\left. \begin{matrix} A_{c1} \\ A_{s1} \end{matrix} \right\} = \frac{aT}{2} d^{(0)} g(\varepsilon) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0\tau_u\varepsilon + \varphi_0) \\ \sin(\omega_0\tau_u\varepsilon + \varphi_0) \end{Bmatrix}, \\ \left. \begin{matrix} A_{c2} \\ A_{s2} \end{matrix} \right\} = \frac{aT}{2} d^{(0)} g(\varepsilon) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0\tau_u\varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0\tau_u\varepsilon - \varphi_0) \end{Bmatrix}, \\ \left. \begin{matrix} A_{c3} \\ A_{s3} \end{matrix} \right\} = \frac{aT}{2} d^{(0)} g(\varepsilon) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0\tau_u + \omega_0\tau_u\varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0\tau_u + \omega_0\tau_u\varepsilon - \varphi_0) \end{Bmatrix}, \\ \left. \begin{matrix} J_c \\ J_s \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} d^{(0)} \sum_{i=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) g_0 \begin{Bmatrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

где $\varepsilon = \frac{\tau_a}{\tau_u}$ — задержка принимаемого сигнала относительно опорных, нормированная на величину длительности элементарного импульса, $\nu_i = d^{(i)}/d^{(0)}$ — коэффициент, представляющий значение информационного элемента i -го помехового сигнала, нормированного на величину информационного элемента полезного сигнала, равный $\nu_i = d^{(i)}$ при $d^{(0)} = 1$ и $\nu_i = -d^{(i)}$ при $d^{(0)} = -1$. В нашем случае ν_i можно рассматривать как дискретные случайные величины,

принимающие значения ± 1 с вероятностью 0.5, $R_i(\tau_i) = \int_0^T p^{(0)}(t) p^{(i)}(t - \tau_i) dt$ ($i = 1, \dots, K$)

— ВКФ ПСП полезного и i -го мешающего сигналов,

$$g(\varepsilon) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \begin{cases} g_1(\varepsilon), 0 \leq \varepsilon \leq 1 \\ g_2(\varepsilon), -1 \leq \varepsilon < 0 \\ g_3(\varepsilon), -2 \leq \varepsilon < -1 \end{cases}$$

— коэффициент, зависящий от ширины полосы пропускания фильтра и времени задержки принимаемого сигнала относительно опорного,

$$\begin{aligned} g_1(\varepsilon) = & \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i-1}^{(0)} Y((i-1)\tau_u - \tau_3, (i-1)\tau_u, (i-2)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-2} p_k^{(0)} Z((i-1)\tau_u - \tau_3, (i-1)\tau_u, (k-1)\tau_u, k\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} Y((i-1)\tau_u, i\tau_u - \tau_3, (i-1)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} Z((i-1)\tau_u, i\tau_u - \tau_3, (k-1)\tau_u, k\tau_u), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_2(\varepsilon) = & \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} Y((i-1)\tau_u + \tau_3, i\tau_u, (i-1)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} Z((i-1)\tau_u + \tau_3, i\tau_u, (k-1)\tau_u, k\tau_u) + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} Y(i\tau_u, i\tau_u + \tau_3, i\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} Z(i\tau_u, i\tau_u + \tau_3, (k-1)\tau_u, k\tau_u), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_3(\varepsilon) = & \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} Y(i\tau_u + \tau_3, (i+1)\tau_u, i\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} Z(i\tau_u + \tau_3, (i+1)\tau_u, (k-1)\tau_u, k\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+2}^{(0)} Y((i+1)\tau_u, (i+1)\tau_u + \tau_3, (i+1)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i+1} p_k^{(0)} Z((i+1)\tau_u, (i+1)\tau_u + \tau_3, (k-1)\tau_u, k\tau_u), \end{aligned}$$

$Y(A, B, C) = -\cos(b(C-A)) + \cos(b(C-B)) - b(C-A)Si(b(C-A)) + b(C-B)Si(b(C-B))$, $Z(A, B, C, D) = -\cos((C-A)b) + \cos((C-B)b) + \cos((D-A)b) - \cos((D-B)b) - (C-A)bSi((C-A)b) + (C-B)bSi((C-B)b) + (D-A)bSi((D-A)b) -$

$(D - B) b S_i((D - B) b)$, $g_0 = g(0)$, $S_i(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$. При этом полагалось, что временные за-

держки помеховых сигналов относительно опорного отсутствуют, то есть $\tau_i = 0$, $i = 1, \dots, K$ и $R_i(\tau_i) = R_i(0)$. Отметим, что $Y(A, B, C)$ и $Z(A, B, C, D)$ зависят только от разностей своих аргументов. Таким образом, слагаемые $i\tau_u$, присутствующие во всех аргументах выражений сократятся, и получившиеся выражения не будут зависеть от i , что позволяет вынести их за знаки сумм. Для построения графиков будем учитывать только первые два отклика, так как вклад следующего в $24L$ раз меньше вклада большего из учитываемых импульсов.

При обнаружении принимаемого сигнала выходной эффект $M(\tau_3)$ подается на решающее устройство, в котором сравнивается с заранее установленным порогом $M_{\text{пор}}$. При $M \geq M_{\text{пор}}$ выносится решение о наличии на входе приемника ФМШПС, при $M < M_{\text{пор}}$ выносится обратное решение.

Эффективность обнаружения сигналов, как известно, характеризуется вероятностью правильного обнаружения, определяемой выражением [4]

$$D = \int_{M_{\text{пор}}}^{\infty} W_1(M) dM, \quad (10)$$

где $W_1(M)$ — плотность распределения вероятностей величины M при наличии на входе приемника ФМШПС. Величина $M_{\text{пор}}$ зависит от вероятности ложной тревоги, определяемой как

$$F = \int_{M_{\text{пор}}}^{\infty} W_0(M) dM, \quad (11)$$

где $W_0(M)$ — плотность распределения вероятностей величины M при отсутствии на входе приемника полезного сигнала.

3. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРАВИЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА И ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ

В соответствии с (10) и (11), для определения вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги необходимо найти плотности распределения вероятностей значений выходного эффекта $W_1(M)$ и $W_0(M)$. Для нахождения исходных плотностей воспользуемся методом характеристической функции. В нашем случае характеристическая функция определяется как

$$\begin{aligned} \theta(u) &= \langle \exp(juM) \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \nu, N_c, N_s} = \\ &= \sum_{\nu_1 = \pm 1} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} d\vec{a} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\infty}^{\infty} W(N_c) dN_c \int_{-\infty}^{\infty} W(N_s) dN_s * \\ &\quad * \exp \left[ju \left((A_c + J_c + N_c)^2 + (A_s + J_s + N_s)^2 \right) \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

Выполняя подстановку выражений (9) в (12) можно получить выражение для характеристической функции

$$\theta(u) = \sum_{\substack{\nu_1 = \pm 1 \\ \dots \\ \nu_K = \pm 1}} \frac{1}{2^K (1 - 2ju\sigma_n^2 A)} \exp \left(\frac{juA_1^2(\nu'')}{A} \right), \quad (13)$$

где $A = 1 + g^2(\varepsilon) Q_{\Phi 0} + g_0^2 \sum_{i=1}^K \frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2}$, $A_1(\vec{\nu}) = \gamma g(\varepsilon) \sqrt{Q_{\Phi 0}} + g_0 \sum_{i=1}^K \nu_i \gamma_i \frac{\sigma_{ai} R_i}{2\sigma_n}$, $Q_{\Phi 0} = \frac{\sigma_a^2 T}{\beta N_0}$

— отношение сигнал/шум для флуктуационной составляющей амплитуды полезного сигнала на выходе системы обработки, $\gamma = a_0/\sigma_a$ и $\gamma_i = a_{0i}/\sigma_{ai}$ — отношения регулярных составляющих амплитуд к среднеквадратическим значениям их флуктуационных составляющих соответственно для полезного и i -го помехового сигналов.

Зная характеристическую функцию несложно определить плотность распределения вероятности выходного эффекта приемника

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(u) \exp(juM) du =$$

$$= \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K} \frac{1}{2\sigma_n^2 A} \exp\left(-\frac{M}{2\sigma_n^2 A}\right) \exp\left(-\frac{A_1(\vec{\nu})}{2A}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{M} A_1(\vec{\nu})}{\sigma_n A}\right),$$

и, соответственно, выражение для вероятности правильного обнаружения ФМШПС, принимаемого в условиях взаимных помех и шумов аппаратуры

$$D = \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{A_1(\vec{\nu})}{2A}\right)}{2^{K+1} A} \int_{\widehat{M}_{\text{пор}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2A}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{x} A_1(\vec{\nu})}{A}\right) dx, \quad (14)$$

где $\widehat{M}_{\text{пор}} = M_{\text{пор}}/\sigma_n^2$ — величина порога, нормированного на уровень мощности шумовой составляющей на выходах линейных частей квадратурных каналов. Уровень порога выбирается исходя из заданного уровня вероятности ложной тревоги. Выражение для вероятности ложной тревоги F может быть получено из (14) при $a_0 = \sigma_a = 0$, то есть

$$F = \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{B_1^2(\vec{\nu})}{2B}\right)}{2^{K+1} B} \int_{\widehat{M}_{\text{пояк}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2B}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{x} B_1(\vec{\nu})}{B}\right) dx, \quad (15)$$

где $B = 1 + g_0^2 \sum_{i=1}^K \frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2}$, $B_1(\vec{\nu}) = \nu_i \gamma_i \frac{\sigma_{ai} R_i}{2\sigma_n}$. [2]

Выражения (14) и (15) для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги получены для общего случая, когда амплитуды полезного и помеховых сигналов содержат как регулярные, так и флуктуирующие составляющие с учетом ограничения спектров принимаемых сигналов полосовым фильтром.

Как показано в [1], $R_i(0) = T/\sqrt{L}$, тогда $\frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2} = \frac{Q_{\Phi i}}{L}$, где $Q_{\Phi i} = \frac{\sigma_{ai}^2 T}{\beta N_0}$ — отношение помеха/шум для флуктуационной составляющей амплитуды помехового сигнала от i -го источника, $Q_{0i} = \gamma_i^2 Q_{\Phi i} = \frac{a_{0i}^2 T}{\beta N_0}$ — отношение помеха/шум для регулярной составляющей амплитуды помехового сигнала от i -го источника.

4. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРАВИЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ПРИ ПРЕОБЛАДАНИИ РЕГУЛЯРНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ АМПЛИТУД СИГНАЛОВ

Если у амплитуд принимаемых сигналов преобладают регулярные составляющие, то есть $\gamma \gg 1$, $\gamma_i \gg 1$, $i = 1, \dots, K$, то выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги можно записать как [2]

$$D \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\widehat{M}_0}{\sqrt{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\widehat{M}_0 g_0^2 (Q_{\Phi n} + Q_{0n})}{11 + g^2(\varepsilon) Q_{\Phi 0}} \exp \left(-\frac{\widehat{M}_0^2}{2} \right), \quad (16)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{\widehat{M}_{\text{пор}}}{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} + \sqrt{\widehat{M}_{\text{пор}}} g_0^2 (Q_{\Phi n} + Q_{0n}) \exp \left(-\frac{\widehat{M}_{\text{пор}}^2}{2} \right),$$

где $\widehat{M} = \frac{(\sqrt{\widehat{M}_{\text{пор}}} - \gamma g(\varepsilon) \sqrt{Q_{\Phi 0}})}{\sqrt{1 + g^2(\varepsilon) Q_{\Phi 0}}}$, $h = \sqrt{\frac{K}{L}}$, $Q_{0n} = \frac{a_{0n}^2 T}{\beta N_0}$ и $Q_{\Phi n} = \frac{\sigma_{an}^2 T}{\beta N_0}$ — усредненные отношения помеха/шум с регулярными и флуктуационными амплитудами, $a_{0n}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K a_{0i}^2$ — средний квадрат регулярных составляющих амплитуд, $\sigma_{an}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sigma_{ai}^2$ — средняя дисперсия флуктуационных составляющих амплитуд помеховых сигналов. В выражении (16) также полагается, что $h \ll 1$ (величина базы сигнала много больше числа воздействующих помех), что справедливо для большинства современных СРС с ФМШПС.

5. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРАВИЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ПРИ ПРЕОБЛАДАНИИ ФЛУКТУАЦИОННЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ АМПЛИТУД СИГНАЛОВ

Если у амплитуд принимаемых сигналов преобладают флуктуационные составляющие, то есть $\gamma \ll 1$, $\gamma_i \ll 1$, $i = 1, \dots, K$, то выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги можно записать как

$$D \approx \left(1 + \frac{\widehat{M}_{\text{пор}}}{4A_0^2} g^2(\varepsilon) Q_0 + h^2 \frac{\widehat{M}_{\text{пор}}}{2A_0^2} \left(\frac{g_0^2 Q_{\Phi n}}{2} + \frac{g^2(\varepsilon) Q_0}{4A_0^2} (\widehat{M}_{\text{пор}} - 4A_0) \right) \right) \exp \left(-\frac{\widehat{M}_{\text{пор}}}{2A_0} \right),$$

$$F \approx \left(1 + h^2 \frac{\widehat{M}_{\text{пор}}}{2} g_0^2 \left(Q_{\Phi n} + \frac{Q_{0n}}{2} \right) \right) \exp \left(-\frac{\widehat{M}_{\text{пор}}}{2} \right), \quad (17)$$

где $A_0 = 1 + g^2(\varepsilon) Q_{\Phi 0}$. В (17), как и ранее, полагалось, что $h \ll 1$.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для иллюстрации полученных результатов были проведены расчеты вероятности правильного обнаружения ФМШПС, принимаемого в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры.

При проведении расчетов база полагалась равной $L = 127$, вероятность ложной тревоги $F \sim 10^{-4}$, отношение сигнал/шум для регулярной составляющей сигнала $Q_0 = \frac{a_0^2 T}{\beta N_0} = 20$, количество помеховых сигналов $K = 10$.

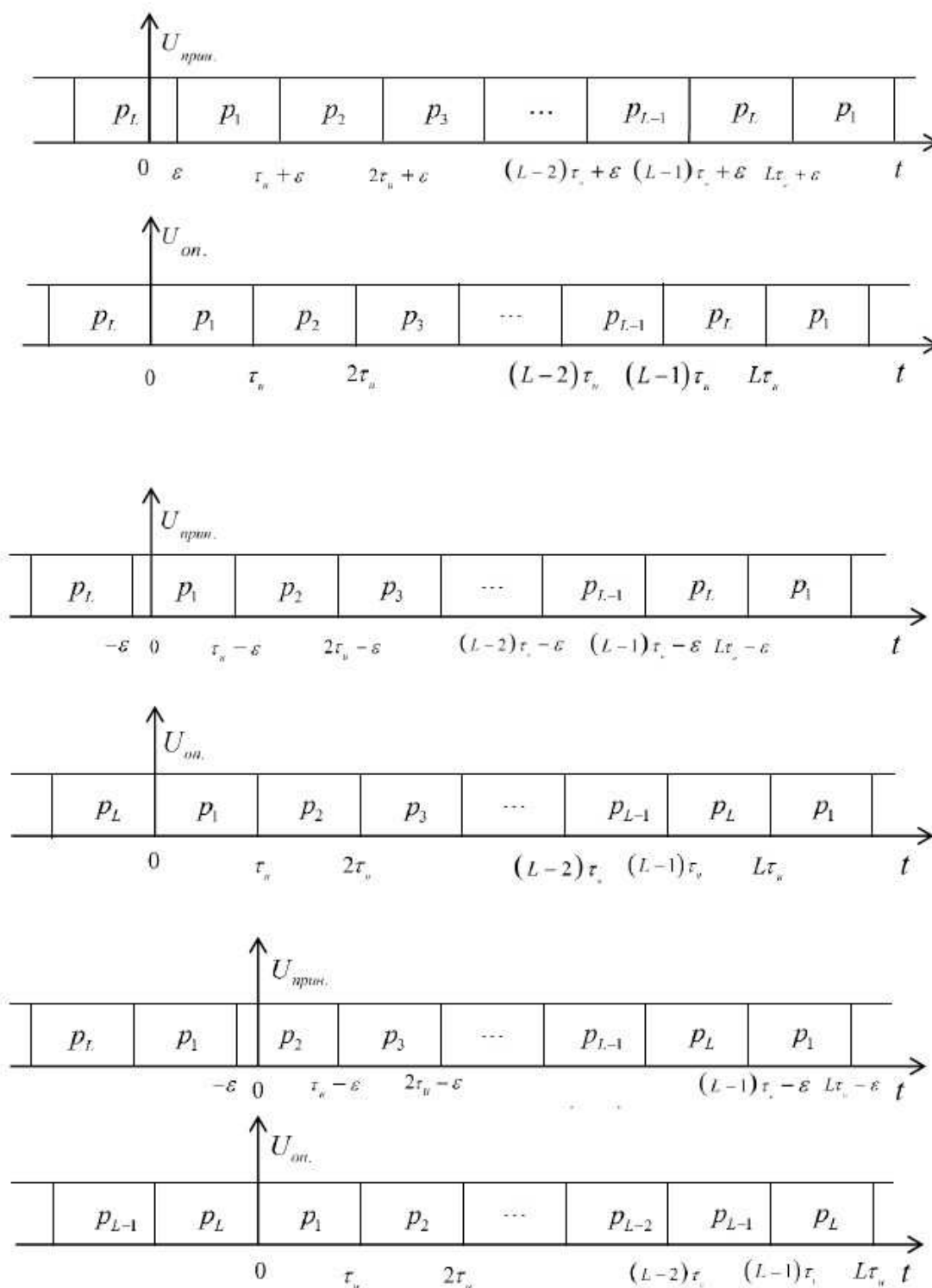


Рис. 1. Временные диаграммы смещения принимаемого и опорного сигналов

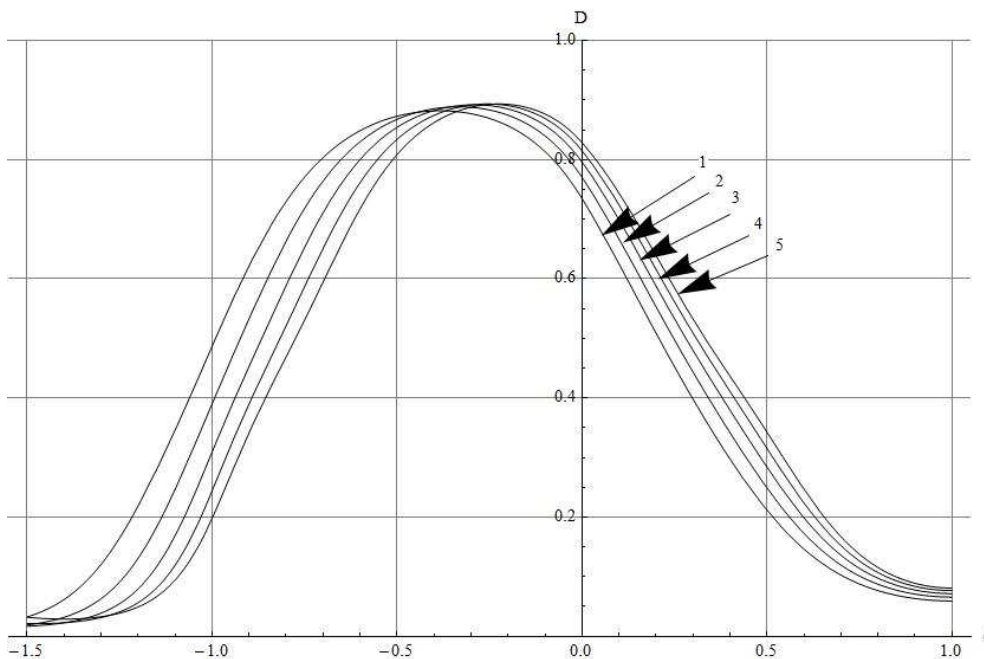


Рис. 2. Зависимость вероятности правильного обнаружения D от нормированной на длительность элементарного импульса временной задержки $\varepsilon = \frac{T_{\text{з}}}{\tau_u}$ при различных значениях параметра b

На рис. 2 представлены зависимости вероятности правильного обнаружения D , как функция временной задержки ФМШПС относительно опорного сигнала нормированной на длительность элементарного импульса $\varepsilon = \frac{T_{\text{з}}}{\tau_u}$ при различных значениях нормированной полосы входного фильтра на активную ширину спектра элементарного импульса $b/\pi = \frac{\Delta f_{\text{ф}}}{\Delta f_n}$ (кривая 1 — $b/\pi = 0.8$, кривая 2 — $b/\pi = 0.9$, кривая 3 — $b/\pi = 1$, кривая 4 — $b/\pi = 1.1$, кривая 5 — $b/\pi = 1.2$). Кривые на рис. 2 приведены для $\gamma = 4$.

На рис. 3 кривые зависимостей вероятности правильного обнаружения приведены при различных значениях параметра $\gamma = a_0/\sigma_a$, определяемого как отношение регулярной составляющей амплитуда принимаемого сигнала к среднеквадратическому отклонению его флуктуационной составляющей (кривая 1 — $\gamma = 4$, кривая 2 — $\gamma = 3$, кривая 3 — $\gamma = 2$). Нормированная полоса пропускания входного фильтра полагалась $b/\pi = \frac{\Delta f_{\text{ф}}}{\Delta f_n} = 1.1$.

Из хода кривых на рисунках следует, что вероятность правильного обнаружения достигает наибольшего значения, в отличие от случая оптимального приема, при отличных от нуля временных задержках, а именно: при опережении принимаемым сигналом опорного на $0.25\tau_u - 0.4\tau_u$. При этом модуль величины запаздывания опорного сигнала относительно принимаемого, соответствующей максимальному значению вероятности правильного обнаружения сигнала, возрастает с уменьшением полосы пропускания входного фильтра. Так, при $\frac{\Delta f_{\text{ф}}}{\Delta f_n} = 1.1$ максимальные значения вероятности обнаружения достигают $D = 0.89$ при $\varepsilon = -0.25$ по сравнению с $D = 0.81$ при $\varepsilon = 0$.

Уменьшение регулярной составляющей амплитуды сигнала (уменьшение γ) также приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения. Так, максимальное значение вероятности правильного обнаружения достигает $D = 0.89$ при $\gamma = 4$ и уменьшается до $D = 0.53$ при $\gamma = 2$.

Действительно, сужение полосы пропускания фильтра приводит к увеличению длительности его откликов, что вызывает максимальное совпадение во времени поступающих на

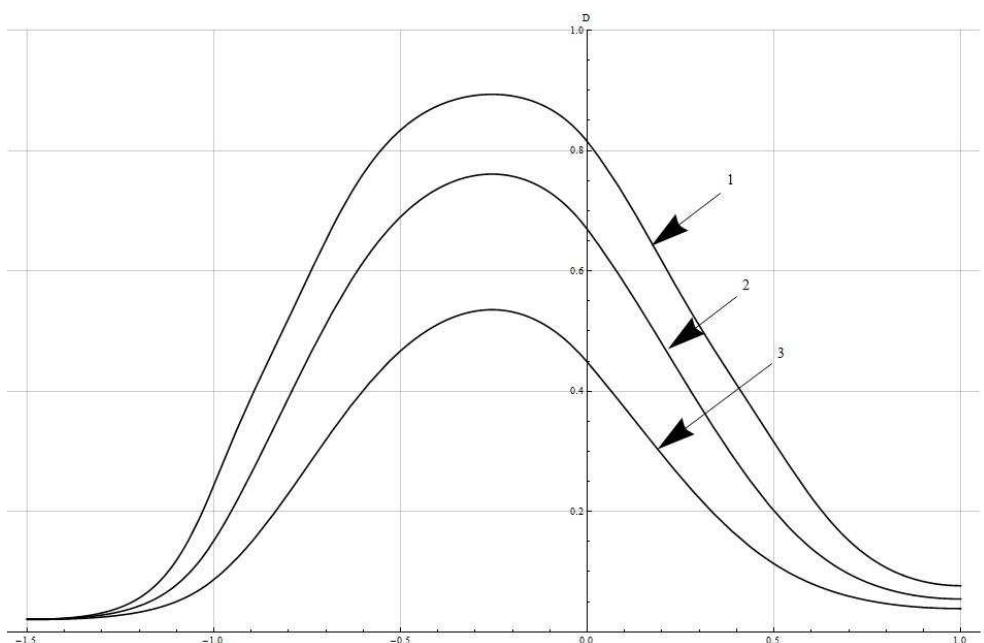


Рис. 3. Зависимость вероятности правильного обнаружения D от нормированной на длительность элементарного импульса временной задержки $\varepsilon = \frac{T_a}{T_u}$ при различных значениях параметра γ

вход коррелятора импульсов опорного сигнала и откликов фильтра на импульсы принимаемого ФМШПС, соответствующих одинаковым элементам модулирующей ПСП, при опережении принимаемым сигналом опорного. Последнее приводит к достижению максимальных вероятностей правильного обнаружения при конечной временной задержке опорного сигнала относительно принимаемого ФМШПС.

В остальном, поведение характеристик обнаружения сигналов в рассматриваемых случаях не отличается от известных результатов. Уменьшение вероятности ложной тревоги, вызванное увеличением уровня “порога” порогового устройства, сопровождается уменьшением вероятности правильного обнаружения. Вероятности обнаружения сигналов со случайной начальной фазой больше, чем при приеме сигналов со случайными амплитудой и начальной фазой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены новые аналитические результаты характеристик обнаружения ФМШПС квадратным корреляционным приемником в условиях взаимных помех с учетом искажений принимаемых сигналов полосовым фильтром. Показано, что наличие полосового фильтра приводит к достижению максимальной вероятности правильного обнаружения при отличной от нуля временной задержке принимаемого сигнала относительно опорного, а именно: для полосы пропускания полосового фильтра $0.8\Delta f_n - 1.2\Delta f_n$ при опережении принимаемым сигналом опорного на $0.22\tau_u - 0.4\tau_u$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В. И. Борисов и др. — М. : Радио и связь, 2003. — 640 с.
2. Нахмансон, Г. С. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала, при-

нимаемого в условиях взаимных помех. Часть 1 / Г. С. Нахмансон, С. В. Козлов // Телекоммуникации. — 2015. — № 10. — С. 13–17.

3. Нахмансон, Г. С. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала на фоне шумов квадратурным приемником с входным полосовым фильтром / Г. С. Нахмансон, Г. А. Бакаева // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника — 2008. — Т. 51, № 9. — С. 20–29.

4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. — М. : Советское радио, 1966. — 680 с.

REFERENCES

1. Borisov V.I. et. al. Interference immunity of radio communication systems with spreading of signals by modulation by a pseudo-random sequence carrier. [Borisov V.I. i dr. Pomexozashhishhennost' sistem radiosvyazi s rasshireniem spektra signalov modulyaciej nesushhej psevdosluchajnoj posledovatel'nost'yu]. Moscow, 2003, 640 p.

2. Nakhmanson G.S., Kozlov S.V. Detection of a phase-shifted broadband signal in case of multiple access interference. Part 1. [Naxmanson G.S., Kozlov S.V. Obnaruzhenie fazomanipulirovannogo shirokopolosnogo signala, prinimaemogo v usloviyax vzaimnykh pomex. Chast' 1]. *Telekommunikacii — Telecommunications and Radio Engineering*, 2015, no. 10, pp. 13–17.

3. Nakhmanson G.S., Bakaeva G.A. Detection of a phase-shifted broadband signal against a noise background by a quadrature receiver with an input bandpass filter. [Naxmanson G.S., Bakaeva G.A. Obnaruzhenie fazomanipulirovannogo shirokopolosnogo signala na fone shumov kvadraturnym priemnikom s vhodnym polosovym fil'trom]. *Izvestiya vysshix uchebnykh zavedenij. Radioelektronika — Radioelectronics and Communications Systems*, 2008, vol. 51, no. 9, pp. 20–29.

4. Tihonov V.I. Statistical radio engineering. [Tixonov V.I. Statisticheskaya radiotexnika]. Moscow, 1966, 680 p.

Нахмансон Геннадий Симонович, доктор технических наук, профессор кафедры электроники Воронежского государственного университета, Воронеж, Россия

E-mail: kig28@mail.ru

Тел.: +7-919-232-85-00

Gennadiy Simonovich Nakhmanson, doctor of technical sciences, Professor, Department of Electronics, Voronezh State University, Voronezh, Russia

E-mail: kig28@mail.ru

Tel.: +7-919-232-85-00

Козлов Сергей Владиславович, аспирант кафедры электроники Воронежского государственного университета, Воронеж, Россия

E-mail: serg_master_x@mail.ru

Тел.: +7-980-542-97-01

Sergey Vladislavovich Kozlov, postgraduate student, Department of Electronics, Voronezh State University, Voronezh, Russia

E-mail: serg_master_x@mail.ru

Tel.: +7-980-542-97-01