УДК 519.63

АНАЛИЗ РОЖДЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНОЙ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Э. М. Мухамадиев, А. М. Гулов, И. Д. Нуров

Вологодский государственный университет,
Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 26.02.2015 г.

Аннотация. В негладких динамических системах исследовано существование особой точки. Установлено, что решение является устойчивым в целом. Использованы методы качественного анализа и компьютерного моделирования. С учетом характеристических уравнений, получены ряд основных случаи. Разработана программа на основе которой, проведено секторное разделение пространства параметров. Данное разделение позволяет прогнозировать поведения решений в той или иной участки плоскости.

Ключевые слова: негладкие динамические системы, фазовые портреты, устойчивость, секторы, особая точка,программа.

ANALYSIS OF LIMIT CYCLE APPEARING FOR ONE CLASS OF NON-LINEAR SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATION

E. M. Muhamadiev, A. M. Gulov, I. J. Nurov

Abstract. This article presents existence of special point of non-smooth dynamical system. The global stability is identified for solutions. Here is used qualitative analyses and computer modeling. Plane is divided into sectors.

Keywords: A non-smooth dynamic systems, phase portraits, stability, sectors, special point, program.

ВВЕДЕНИЕ

Предельный цикл [2]-[3] — это замкнутая траектория в фазовом пространстве автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая является α или ω– предельным множеством, соответственно все остальные траектории из этой окрестности наматываются на предельный цикл в положительном или отрицательном времени. Впервые понятие предельного цикла было введено великим французским математиком Анри Пуанкаре [1]. Понятие предельного цикла играет важнейшую роль как в самой теории обыкновенных дифференциальных уравнений, так и в ее приложениях к технике. Предельные циклы нашли широкое применение во многих областях естествознания: радиофизике, теории колебаний, математической биологии, химии (периодические процессы в реакциях), авиации (мертвая петля самолета), автоматическом регулировании, математической экономике, астрономии и др.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Работа посвящена исследованию и классификации особой точки кусочно-линейного уравнения второго порядка

$$y'' + ay' + by + c|y' + dy| = 0 \tag{1}$$

в зависимости от значений коэффициентов a, b, c, d. Проведен полный анализ поведения траектории уравнения (1) в фазовой плоскости. Получены условия устойчивости состояния равновесия в зависимости от значений коэффициентов. Составлена программа, которая разделяет на секторы — подмножества пространство коэффициентов в зависимости от характера особой точки уравнения (1) и, при выборе коэффициентов из данного подмножества, позволяет провести компьютерную визуализацию расположения траекторий уравнения (1) на фазовой плоскости.

Случай $d = 0$ был рассмотрен ранее в работе [6]. Ниже будем предполагать, что $d \neq 0$. При $d \neq 0$, $c \neq 0$ замена $y(t) = \alpha u(dt)$, $\alpha = c/|c|$ в уравнении (1) приведет относительно функции $u(\tau)$ к уравнению вида (1) с коэффициентами a/d, b/d^2, $|c|/|d|$, 1. Поэтому, без ограничения общности, будем рассматривать уравнение вида

$$y'' + ay' + by + c|y' + y| = 0, \tag{2}$$

где коэффициенты a, b — произвольные числа, а коэффициент $c > 0$.

Уравнение (2) распадается на два линейных уравнений [4], [5]

$$y'' + (a + c)y' + (b + c)y = 0, \text{ если } y' + y > 0, \tag{3}$$

$$y'' + (a - c)y' + (b - c)y = 0, \text{ если } y' + y < 0, \tag{4}$$

которые непрерывно сшиваются вдоль линии $y' + y = 0$. Обозначим через $\mu^+_{1,2}$ и $\mu^-_{1,2}$ корни характеристического уравнения

$$\mu^2 + (a \pm c)\mu + (b \pm c) = 0, \tag{5}$$

соответствующие линейным уравнениям (3) и (4):

$$\mu^+_{1,2} = -\frac{1}{2}\left\{(a + c) \mp \sqrt{(a + c)^2 - 4(b + c)}\right\}, \tag{6}$$

$$\mu^-_{1,2} = -\frac{1}{2}\left\{(a - c) \mp \sqrt{(a - c)^2 - 4(b - c)}\right\}, \tag{7}$$

Будем предполагать, что особая точка системы, соответствующая уравнению (2)

$$\begin{cases} x_1' = x_2, \\ x_2' = -ax_2 - bx_1 - c|x_2 + x_1|, \end{cases} \tag{8}$$

изолирована, то есть $b \neq \pm c$. При фиксированном $c > 0$ прямые $b = c$, $b = -c$ и параболы $b = c + (a - c)^2/4$, $b = -c + (a + c)^2/4$ разбивают плоскость коэффициентов a, b на секторы, описание которых приведем.

ОСНОВНЫЕ СЛУЧАИ

Случай 1. Пусть выполняется условие $b + c < 0$. Это условие в терминах корней характеристических уравнений (5) означает, что числа $\mu^\pm_{1,2}$ вещественны, и $\mu^+_1\mu^+_2 < 0$, $\mu^-_1\mu^-_2 < 0$. Система (8) имеет четыре инвариантных луча $x_2 = \mu^+_1 x_1$, $x_1 > 0$, $x_2 = \mu^+_2 x_1$, $(1 + \mu^+_2)x_1 > 0$,

$x_2 = \mu_1^- x_1$, $x_1 < 0$, $x_2 = \mu_2^- x_1$, $(1+\mu_2^-)x_1 \leqslant 0$. Особая точка системы (8) имеет четыре сепаратрисы, состоящие из этих инвариантных лучей, которые чередованием приближаются к особой точке или удаляются от особой точки при $t \to \infty$. В этом случае особая точка является *седлом.* Индекс (Пуанкаре) особой точки равен -1.

Случай 2. Пусть выполняются условия $b - c < 0 < 4(b+c) \leqslant (a+c)^2$. Эти условия в терминах корней характеристических уравнений (5) означают, что числа $\mu_{1,2}^-$ вещественны и разного знака, т.е. $\mu_1^-\mu_2^- < 0$, а $\mu_{1,2}^+$ вещественны и одного знака: $\mu_1^+\mu_2^+ > 0$. Система (8) имеет четыре инвариантных луча: $x_2 = \mu_1^+ x_1$, $x_1 > 0$, $x_2 = \mu_2^+ x_1$, $x_1 > 0$, $x_2 = \mu_1^- x_1$, $x_2 = \mu_2^- x_1$, $x_1 \leqslant 0$, если $\mu_1^+ > 0$ и $x_2 = \mu_1^+ x_1$, $x_1 > 0$, $x_2 = \mu_2^+ x_1$, $x_1 < 0$, $x_2 = \mu_1^- x_1$, $x_1 < 0$, $x_2 = \mu_2^- x_1$, $x_1 > 0$, если $\mu_1^+ < 0$. Особая точка системы (8) имеет три сепаратрисы из числа этих инвариантных лучей. Луч $x_2 = \mu_2^+ x_1$, $x_1 > 0$, если $\mu_1^+ > 0$ и $x_2 = \mu_1^+ x_1$, $x_1 > 0$, если $\mu_1^+ < 0$ не является сепаратрисой. Особая точка является *седло-узлом.* Индекс особой точки равен нулю.

Случай 3. Пусть выполняются условия $b - c < (a+c)^2 < 4(b+c)$. Эти условия в терминах корней характеристических уравнений (5) означают, что числа $\mu_{1,2}^-$ вещественны и разного знака: $\mu_1^-\mu_2^- < 0$, а $\mu_{1,2}^+$ комплексные числа. Система (8) имеет два инвариантных луча: $x_2 = \mu_1^- x_1$, $x_1 < 0$, $x_2 = \mu_2^- x_1$, $x_1 \leqslant 0$. Они являются сепартрисами особой точки системы (8). Все траектории системы (8), отличные от особой точки и собственных лучей, неограниченно удаляются при $t \to \pm\infty$. Индекс особой точки равен нулю.

Случай 4. Пусть выполняются условия $0 < 4(b-c) \leqslant (a-c)^2$ и $0 < 4(b+c) \leqslant (a+c)^2$. Эти условия эквивалентны тому, что все числа $\mu_{1,2}^+$, $\mu_{1,2}^-$ вещественны и 1) они положительны, если $a < -c < -2\sqrt{2c}$, 2) они отрицательны, если $a > c$ и, наконец, 3) $\mu_{1,2}^+$ — отрицательны, а $\mu_{1,2}^-$ — положительны, если $c > 2$ и $-c + 2\sqrt{2c} < a < c$. Система (8) имеет четыре инвариантных луча: $x_2 = \mu_1^+$, $x_1 > 0$, $x_2 = \mu_2^+ x_1$, $x_1 > 0$, $x_2 = \mu_1^- x_1$, $x_1 < 0$, $x_2 = \mu_2^- x_1$, $x_1 \leqslant 0$, если $\mu_1^+ > 0$ и $x_2 = \mu_1^+ x_1$, $(1+\mu_1^+)x_1 > 0$, $x_2 = \mu_2^+ x_1$, $(1+\mu_2^+)x_1 > 0$, $x_2 = \mu_1^- x_1$, $(1+\mu_1^-)x_1 < 0$, $x_2 = \mu_2^- x_1$, $(1+\mu_2^-)x_1 > 0$, если $\mu_1^+ < 0$. Особая точка в случаях 1) и 2) является узлом, причем неустойчивый узел в случае 1) и устойчивый узел в случае 2). В случае 3) система (8) имеет нестационарные ограниченные решения, которые приближаются к особой точке при $t \to \pm\infty$. Такие траектории в линейных системах не появляются. Индекс особой точки равен 1.

Случай 5. Пусть выполняются условия $0 < 4(b-c) \leqslant (a-c)^2$, $4(b+c) > (a+c)^2$ или $0 < 4(b+c) \leqslant (a+c)^2$, $4(b-c) > (a-c)^2$. Первые два условия эквивалентны тому, что числа $\mu_{1,2}^-$ вещественны и положительны, а $\mu_{1,2}^+$ комплексные. Аналогично вторые два условия означают, что числа $\mu_{1,2}^+$ вещественны и отрицательны, а $\mu_{1,2}^-$ комплексные.

В первом случае система (8) имеет два инвариантных луча $x_2 = \mu_1^- x_1$, $x_1 < 0$, $x_2 = \mu_2^- x_1$, $x_1 < 0$, и все траектории системы, отличные от стационарного, приближаются к особой точке при $t \to \infty$ и удаляются в бесконечность при $t \to \infty$.

Во втором случае система (8) имеет два инвариантных луча $x_2 = \mu_1^+ x_1$, $(1+\mu_1^+)x_1 > 0$, $x_2 = \mu_2^+ x_1$, $(1+\mu_2^+)x_1 > 0$, и все траетории системы, отличные от стационарного, приближаются к особой точке при $t \to +\infty$ и удаляются в бесконечность при $t \to -\infty$. Особая точка является устойчивой. Индекс особой точки равен 1.

Случай 6. Пусть выполняются условия $4(b-c) > (a-c)^2$, $4(b+c) > (a+c)^2$. Эти условия в терминах корней характеристических уравнений (5) означают, что все числа $\mu_{1,2}^\pm$ комплексные.

Рассмотрим функцию

$$\gamma(a,b,c) = \frac{a+c}{\sqrt{4(b+c)-(a+c)^2}} + \frac{a-c}{\sqrt{4(b-c)-(a-c)^2}},$$

которая играет важную роль в построении фазового портрета системы (8). Функция $\gamma(a,b,c)$

обращается в нуль в точках $b = (c^2+a^2)/2a^2$, $0 < a < 2$, положительна при $b > (c^2+a^2)/2a^2$ и отрицательна при $b < (c^2+a^2)/2a^2$. Соответственно траектории, отличные от стационарного решения, замкнутые, если $\gamma(a,b,c) = 0$, совершают бесконечно много оборотов вокруг особой точки и приближаются к ней при $t \to +\infty$, если $\gamma(a,b,c) < 0$ и удаляются от нее при $t \to +\infty$, если $\gamma(a,b,c) > 0$. Таким образом, особая точка системы (8) является центром, если $\gamma(a,b,c) = 0$, является устойчивым фокусом, если $\gamma(a,b,c) < 0$ и неустойчивым фокусом, если $\gamma(a,b,c) > 0$. Индекс особой точки равен 1.

СЕКТОРНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ

На основе вышеприведенных случаев 1-6 составлено пакет программ, который разделяет плоскость по секторам.

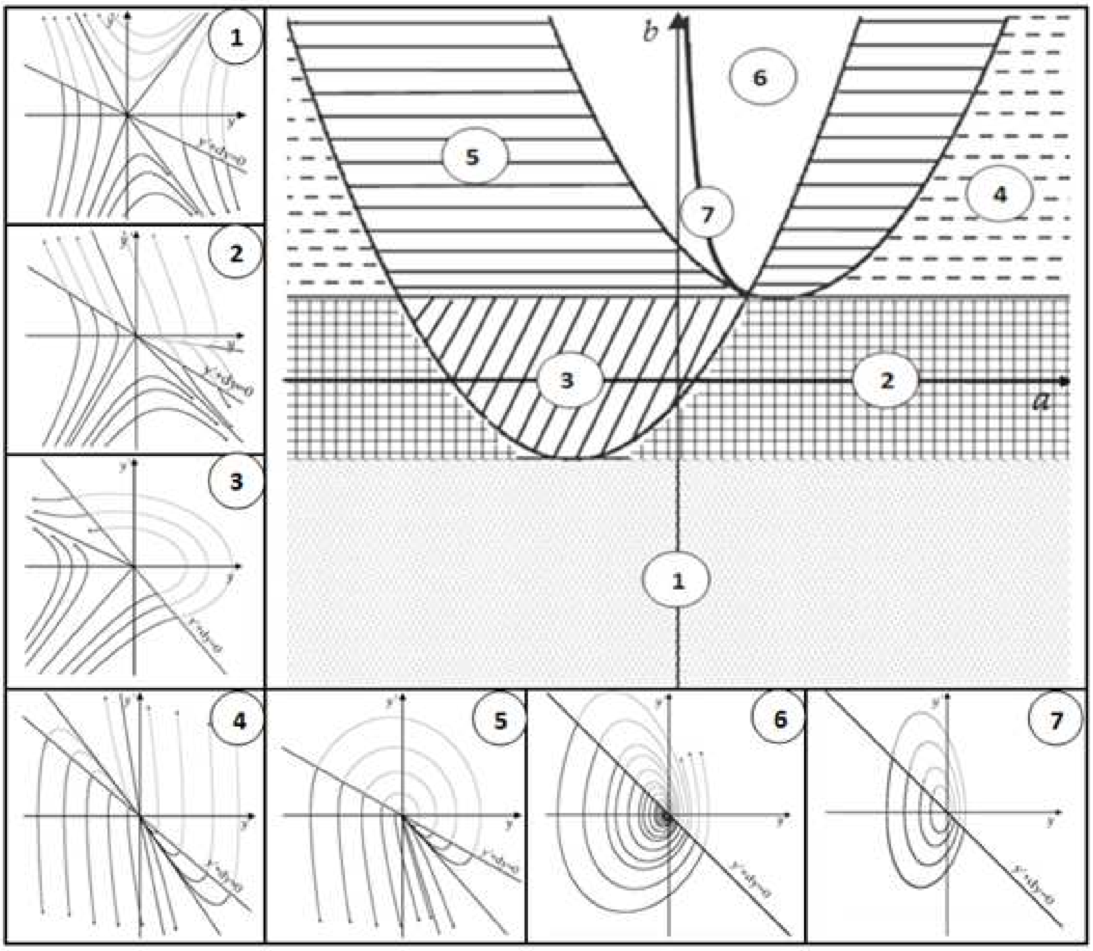

Рис. 1. *Фазовые портреты для случаев 1–6.*

На рисунке 1 дополнительная линия 7 является множеством точек, для которых значение функции γ равно нулю.

Некоторые результаты, сформулируем в виде следующих теорем.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Теорема 1. *Пусть коэффициенты системы (8) удовлетворяют условиям* $0 < a < 2$, $c > a$ *и* $b = (c^2 + a^2)/2a$. *Тогда все решения системы (8) являются периодическими с периодом*

$$T_0 = \frac{2\pi c}{c^2 - a^2}\sqrt{\frac{a}{2-a}}.$$

Эта теорема для общего исходного уравнения примет вид

Теорема 1а. *Пусть коэффициенты уравнения (1) удовлетворяют условиям* $0 < a/d < a$, $|c| > |a|$ *и* $b = d(c^2 + a^2)/2a$. *Тогда все решения уравнения (8) являются периодическими с периодом*

$$T = \frac{2\pi c}{c^2 - a^2}\sqrt{\frac{a}{2d-a}}.$$

Теорема 2. *Пусть коэффициенты системы (8) удовлетворяют одному из условий* $a \notin (0, 2)$, *или* $a \in (0, 2)$ *и* $b \neq (c^2 + a^2)/2a$. *Тогда система (8) не имеет нестационарных периодических решений.*

Для заданного $c > 2$ определим множество

$$E_c = \left\{(a, b) : 2\sqrt{c} - c < a < c, c < b \leqslant \min\left\{(a + c)^2 - 4c, (a - c)^2 + 4c\right\}/4\right\}.$$

Так как при $c > 2$ справедливо неравенство $2\sqrt{c} - c < c$, то множество E_c не пустое.

Теорема 3. *Пусть* $c > 2$ *и коэффициенты* a *и* b *системы (8) удовлетворяют условиям* $(a, b) \in E_c$ *и* $b \neq (c^2 + a^2)/2a$, *если* $a \in (0, 2)$. *Тогда система (8) не имеет ограниченных на всей оси решений, отличных от стационарного решения.*

Теперь сформулируем теорему об асимптотической устойчивости системы (8).

Теорема 4. *Пусть коэффициенты* a *и* b *системы (8) удовлетворяют одному из условий:*
1) $b > (c^2 + 4)/4$ *и* $a > b - \sqrt{b^2 - c^2}$;
2) $c < b \leqslant (c^2 + 4)/4$ *и* $a > c + 2\sqrt{b - c}$, *если* $c \in (0, 2)$ *и* $a > c - 2\sqrt{b - c}$, *если* $c \in [2, \infty)$.
Тогда особая точка системы (8) асимптотически устойчива.

В силу положительной однородности системы (8) из асимптотической устойчивости системы (8) следует ее устойчивость в целом.

Отметим, что аналоги теорем 2–4 можно сформулировать для общего случая уравнения (1), когда $d \neq 1$ и $c \neq 0$.

Рассмотрим теперь кусочно линейное дифференциальное уравнение

$$y'' + ay' + by + c|y' + y - \lambda| = 0, \tag{9}$$

зависящее от вещественного параметра λ. Уравнение (9) эквивалентно системе уравнений

$$\begin{cases} x_1' = x_2, \\ x_2' = -ax_2 - bx_1 - c|x_2 + x_1 - \lambda|. \end{cases} \tag{10}$$

Особые точки системы (10) лежать на оси x_1 и являются решением уравнения

$$bx_1 + c|x_1 - \lambda| = 0.$$

Ограничимся рассмотрением случая, когда $b > c$. В этом случае уравнение (11) имеет единственное решение $x_{1*} = c\lambda/(c - b)$, если $\lambda > 0$ и $x_{1*} = c\lambda/(c + b)$, если $\lambda < 0$.

Теорема 5. *Пусть $c > 0$ и коэффициенты a и b системы (10) удовлетворяют условиям:*

$$b > c, b - \sqrt{b^2 - c^2} < a < c, \text{ если } \lambda > 0,$$

$$b > c, -c < a < b - \sqrt{b^2 - c^2}, \text{ если } \lambda < 0,$$

Тогда система (10) имеет предельный цикл, которому приближается все нестационарные траектории при $t \to +\infty$, если $\lambda > 0$ и при $t \to -\infty$, если $\lambda < 0$.

На рис. 2. приведена фазовый портрет предельного цикла при $a = 1.24$, $b = 3.23$, $c = 1.6$, $d = 1$, $\lambda = 1.7$.

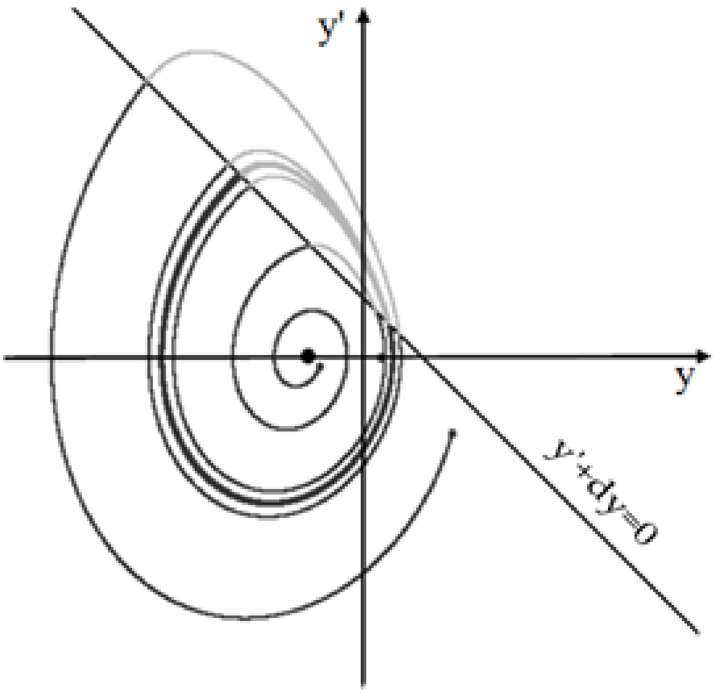

Рис. 2. *Предельный цикл*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов, А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. — М.: Физматгиз, 1959. — 916 с.

2. Баутин, Н. Н. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости / Н. Н. Баутин, Е. А. Леонтович. — М.: Наука, 1989. — 490 с.

3. Арнольд, В. И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В. И. Арнольд. — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. — 400 с.

4. Гукенхеймер, Дж. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Дж. Гукенхеймер, Ф. Холмс. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. — 560 с.

5. Leine R.I. European Journal of Mechanics / Leine R.I., Van Campen D. H. // Solids, 2006.

6. Мухамадиев, Э. М. Предельные циклы кусочно-линейных дифференциальных уравнений второго порядка / Э. М. Мухамадиев, И. Д. Нуров, М. Ш. Халилова // Уфимский математический журнал. — 2014. — Т. 6, № 1. — С. 84–93.

7. Баев, А. Д. О свойствах коммутации одного класса вырождающихся псевдодифференциальных операторов с операторами дифференцирования / А. Д. Баев, П. А. Кобылинский, М. Б. Давыдова // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 4. — С. 102–108.

8. Баев, А. Д. О некоторых свойствах одного класса псевдодифференциальных операторов с вырождением / А. Д. Баев, П. А. Кобылинский // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 2. — С. 66–73.

9. Баев, А. Д. Теоремы об ограниченности и композиции для одного класса весовых псевдодифференциальных операторов / А. Д. Баев, Р. А. Ковалевский // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 1. — С. 39–49.

10. Баев, А. Д. Теоремы о “следах” для одного класса псевдодифференциальных операторов с вырождением / А. Д. Баев, Р. А. Ковалевский, М. Б. Давыдова // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2015. — № 2. — С. 63–75.

REFERENCES

1. Andronov A.A., Vitt A.A., Xajkin S.E. Theory of oscillations. [Andronov A.A., Vitt A.A., Xajkin S.E. Teoriya kolebanij]. Moscow, 1959, 916 p.

2. Bautin N.N., Leontovich E. A., Methods and techniques of qualitative study of dynamic systems on a plane. [Bautin N.N., Leontovich E.A. Metody i priemy kachestvennogo issledovaniya dinamicheskix sistem na ploskosti]. Moscow: Nauka, 1989, 490 p.

3. Arnold V.I. Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations. [Arnol’d V.I. Geometricheskie metody v teorii obyknovennyx differencial’nyx uravnenij]. Izhevsk, 2000, 400 p.

4. Guckenheimer J., Holmes F. Nonlinear Oscillation, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. [Gukenxejmer Dzh., Xolms F. Nelinejnye kolebaniya, dinamicheskie sistemy i bifurkacii vektornyx polej]. Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Sciences, 2002, 560 p.

5. Leine R.I., Van Campen D. H. European Journal of Mechanics. Solids, 2006.

6. Muhamadiev E.M., Nurov I.J., Khalilova M.Sh. Limiting cycles of piecewise-linear second order differential equations. [Muxamadiev E’.M., Nurov I.D., Xalilova M.Sh. Predel’nye cikly kusochno-linejnyx differencial’nyx uravnenij vtorogo poryadka]. *Ufimskij matematicheskij zhurnal — Ufa Mathematical Journal*, 2014, vol. 6, no. 1, pp. 80–89.

7. Baev A. D., Kobylinskii P. A., Davidova M. B. On the Properties of Switching a Class of Degenerate Pseudo-Differential Operators with the Operators Of Differentiation. [Baev A. D., Kobylinskij P. A., Davydova M. B. O svojstvax kommutacii odnogo klassa vyrozhdayushhixsya psevdodifferencial’nyx operatorov s operatorami differencirovaniya]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 4, pp. 102–108.

8. Baev A. D., Kobylinskii P. A. Some properties of a class of pseudodifferential operators with degeneration. [Baev A. D., Kobylinskij P. A. O nekotoryx svojstvax odnogo klassa psevdodifferencial’nyx operatorov s vyrozhdeniem]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 2, pp. 66–73.

9. Baev A. D., Kovalevsky R. A. Theorems on boundedness and composition for a class of weighted pseudodifferential operators. [Baev A. D., Kovalevskij R. A. Teoremy ob ogranichennosti i kompozicii dlya odnogo klassa vesovyx psevdodifferencial’nyx operatorov]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 1, pp. 39–49.

10. Baev A. D., Kovalevsky R. A., Davidova M. B.. [Theorems about the «trecas» for a class of pseudodifferential operators with degeneracy]. *Baev A. D., Kovalevskij R. A., Davydova M. B. Teoremy o “sledax” dlya odnogo klassa psevdodifferencial’nyx operatorov s vyrozhdeniem —*

Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika, Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics. 2015, no. 2, pp. 63–75

Мухамадиев Эргашбой Мирзоевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем и технологий, Вологодский государственный университет, Вологда, Российская Федерация
E-mail: emuhamadiev@rambler.ru
Тел.: 8(378)–82–10–40

Muhamadiev Ergashboi Mirzoevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Information System and Technology, Vologda State University, Vologda, Russian Federation
E-mail: emuhamadiev@rambler.ru
Tel.: 8(378)–82–10–40

Гулов Акбар Мирзоевич, аспирант Таджикского национальный университета, г. Душанбе, Республика Таджикистан
E-mail: gulov.akbar@mail.ru
Тел.: (+992)–918–87–85–22

Gulov Akbar Mirzoevich, Post-graduate student of the Tajik National University, Dushanbe, Republic of Tajikistan
E-mail: gulov.akbar@mail.ru
Tel.: (+992)–918–87–85–22

Нуров Исхокбой Джумаевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой моделирования, Таджикский национальный университет, г. Душанбе, Республика Таджикистан
E-mail: nid1@mail.ru
Тел.: (+992)–918–63–70–57

Nurov Ishokboi Jumaevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Modeling, Tajik National University, Dushanbe, Republic of Tajikistan
E-mail: nid1@mail.ru
Tel.: (+992)–918–63–70–57