

# ЛОКАЛЬНЫЕ ПОПРАВКИ К ТРАНСПОРТНОМУ СЕЧЕНИЮ РАССЕЙЯНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Т. Т. Муратов

*Ташкентский государственный педагогический университет им. Низами*

Поступила в редакцию 09.01.2016 г.

**Аннотация.** В рамках подхода Конуэлл-Вайскопфа найдены аналитические выражения для поправок к транспортному сечению упругого рассеяния носителей заряда на ионах примеси. Поправки обусловлены влиянием полей других (вторичных) примесных центров, искажающих поле иона примеси на больших расстояниях от него (малые углы рассеяния). Развита “перенормированная” методика расчета поправок к транспортному сечению, значительно упрощающая промежуточные вычисления. Оценена зависимость изменения угла отклонения от граничных параметров рассеяния. Сопоставляются классические и квантовые методы расчета поправок. Приведены оценки поправок по шкале “кулоновского логарифма”. Обсуждаются пределы применимости полученных формул.

**Ключевые слова:** транспортное сечение рассеяния, поправки к транспортному сечению, центрально-симметричное поле, интегралы движения, фазовые сдвиги.

## LOCAL CORRECTIONS TO TRANSPORT CROSS SECTION OF CHARGED CARRIERS IN SEMICONDUCTORS

T. T. Muratov

**Abstract.** Within the framework of Conwell-Weisskopf’s approach the analytical expressions for the local corrections to transport cross-section for elastic scattering of charge carriers on the ionized impurity are found. The corrections are connected with the influence of another (secondary) impurity fields, distorting the ground (primary) ion’s field at large distances from it (small scattering angles). The renormalized method of corrections calculation to transport cross section is developed, it’s considerably simplifying of intermediate calculations. Dependence of change of deflection angle from boundary scattering parameters is estimated. It is commensurate the classical and quantum methods calculation of corrections. The estimations of corrections relative to Coulomb’s logarithm scale are given. The applicability of the formulas obtained are discussed.

**Keywords:** transport cross-section of scattering, corrections to transport cross-section, central-symmetrical field, integrals of motion, phase shifts.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В реальных объемных полупроводниках, кулоновские потенциалы множества случайно распределенных заряженных примесей и других дефектов “суммируются”, формируя рельеф случайного потенциала, в поле которого и движутся носители заряда. В зависимости от характера химической связи, между атомами матрицы и примеси, “блуждающий” случайный

потенциал, можно рассматривать как поправку, к основному кулоновскому потенциалу заряженной примеси:  $U + \delta U$ ;  $U > |\delta U|$ ,  $|\delta U| \propto r^{-n}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ).

Как известно, ион примеси, создает вокруг себя кулоновское поле с потенциалом  $U(r) = \pm \frac{Ze^2}{\epsilon r}$  ( $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость кристалла). Из-за медленного спада этого потенциала на бесконечности, транспортное сечение рассеяния носителей заряда  $\sigma_{tr}$ , на таком потенциале, расходится. Расходимость, обычно, устраняется методом Брукса-Херринга (введением экранированного кулоновского потенциала) или методом Конуэлл-Вайскопфа (учитывающего компенсирующее действие полей соседних ионов) [1]. Оба метода приводят к идентичным формулам для  $\sigma_{tr}$ , с небольшим отличием аргумента логарифма (из-за менее последовательного учета эффекта экранировки в методе Конуэлл-Вайскопфа). Точная форма закона экранировки при этом не очень существенна, ибо параметр экранировки (радиус или прицельное расстояние) входит только в аргумент медленно меняющейся функции — логарифма. Существенно другое, а именно, метод Брукса-Херринга предполагает выполнение условия применимости борновского приближения, в котором само кулоновское (основное) поле рассматривается как слабое возмущение к движению носителей, в то время как в методе Конуэлл-Вайскопфа вводится верхний предел для прицельного расстояния  $\rho_{max} \propto N_I^{-1/3}$  [2] ( $N_I$  — концентрация ионов примеси), причем поле иона примеси при этом вовсе не слабое и сохраняет структуру центрально-симметричного поля. Все это позволяет эффективно воспользоваться интегралами движения для расчета локальных поправок к транспортному сечению рассеяния носителей заряда. В том, что вычисление поправок к транспортному сечению, актуально с позиций теории рассеяния носителей, можно понять следующим образом: поправка к  $\sigma_{tr}$  приводит к смещению края инфракрасного спектра поглощения [3], которое можно обнаружить методами инфракрасной спектроскопии, что позволяет надежно идентифицировать возбужденные состояния примеси, в отличие от стандартных методов идентификации. Также следует отметить, что различные включения, дефекты, заряженные  $D^-$  ( $A^+$ ),  $F^\pm$ ,  $V^\pm$  — центры в полупроводниках образуют комплексы, поле которых на больших расстояниях, можно представить асимптотикой  $\propto r^{-n}$  [4]. Очевидно, что при определенных условиях поля таких центров могут давать вклад в транспортное сечение рассеяния электронов на ионах примеси (основного поля).

Задача заключается лишь в выработке корректного подхода к вычислению таких вкладов; как в классических, так и в квантовых случаях.

В ряде работ [5]–[8] реальный примесный потенциал заменяется модельным. Например, в работах [5], [6] потенциал  $F$  — центра содержит короткодействующую часть, ответственную за  $2s$  — возбужденное состояние центра. В работах [7], [8] примесный потенциал заменяется потенциалом нулевого радиуса. При этом игнорируются вклады  $p$  — волн в сечение резонансного рассеяния [7] и локализационные поправки к проводимости [8]. При не слишком низких температурах ( $\propto 50K$ ), поправки к проводимости невырожденных полупроводников, можно рассчитать в рамках квазиклассического подхода: поправка к транспортному сечению рассеяния электрона в кулоновском поле приводит к относительному изменению времени свободного пробега (или электронной проводимости). Эти поправки весьма существенны в ионных полупроводниках.

Как правило, вычисление поправки  $\delta\sigma_{tr}$  к транспортному сечению, реализуется как в квантовом, так и в классическом случае, посредством вычисления изменения угла рассеяния (фазовых сдвигов)  $\delta\theta$  при заданном  $\delta U$  [9], [10].

Целью данной работы является теоретический расчет поправок к транспортному сечению рассеяния носителей заряда на ионах примеси ( $\propto r^{-1}$ ), обусловленных возмущающим влиянием полей вторичных заряженных центров, имеющих характер случайного поля (с асимптотикой  $\propto r^{-n}$ ). При этом, угол рассеяния  $\theta$ , нормируется “симметричным” образом, для  $\delta\sigma_{tr} < \infty$ .

Основу расчета составляет квадратура изменения угла отклонения частицы в поле  $U(r)$ , за счет влияния поля вторичных центров рассеяния [9]:

$$\delta\theta(\rho) = -\frac{1}{E} \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{\delta U(r) dr}{\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2} - \frac{U(r)}{E}}}; \quad [U(r) = \frac{\alpha}{r}, \rho^2 = \left(\frac{\alpha}{2E} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}\right)^2], \quad (1)$$

где  $\rho$  — прицельное расстояние,  $r_{\min}$  — расстояние наименьшего сближения электрона с ионом примеси,  $E = E_{\infty}$  — кинетическая энергия электрона на бесконечности,  $\delta U(r)$  — асимптотика поля вторичных центров рассеяния,  $U(r)$  — основное поле, незранированное, центрально-симметричное.

## 2. ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА

Для применимости формулы (1) необходимо, чтобы  $\delta\theta(\rho) > \hbar/(\rho\bar{p})$ , где  $\bar{p} = \sqrt{m^*kT}$  — характерное значение квазиимпульса электрона,  $m^*$  — его эффективная масса. Для случайных потенциалов, спадающих с расстоянием быстрее, чем кулоновский, классический угол рассеяния убывает с ростом  $\rho$  быстрее, чем  $1/\rho$ . Поэтому всегда найдется прицельный параметр  $\rho_0$ , для которого  $\delta\theta(\rho_0) \leq \hbar/(\rho_0\bar{p})$ . Следовательно, поправки к транспортному сечению рассеяния для прицельных параметров рассеяния, больших  $\rho_0$ , нужно рассчитывать методами квантовой теории рассеяния, а не формулой (1). Оценим температуру перехода к квантовому расчету  $\delta\sigma_{\text{тр}}$ . Основной вклад в интеграл (1) дает окрестность точки  $r_{\min}$  и для “случайных” потенциалов ( $\propto r^{-n}$ ), по порядку величины, этот интеграл равен  $\delta\theta_{\text{кл}} \propto \frac{\delta U(r_{\min})}{E}$ , где  $r_{\min} \approx 2r_{\text{В}}^*$ , ( $r_{\text{В}}^*$  — “боровский радиус” мелкой примеси, порядка десятков ангстрем);  $E \propto kT$ .

Следовательно  $\frac{\delta U(r_{\min})}{kT} \approx \frac{\hbar}{r_{\min}\sqrt{m^*kT}}$ , откуда имеем оценку  $T_0 \approx \frac{m^*r_{\min}^2(\delta U)^2}{k\hbar^2}$ . Оценим величину возмущающего потенциала:  $\delta U \approx \frac{\delta r}{r_{\min}}U(r_{\min}) \approx \frac{U}{10}$ ; ( $r_{\min} \approx 8 \cdot 10^{-7}$  см,  $U \approx 1,07 \cdot 10^{-2}$  эВ,  $m^* \approx 0,2m$ ).

В итоге, для температуры перехода к квантовому расчету, получаем оценку  $T_0 \approx 2,2$  К, которая довольно близка к критическому значению 17 К, при которой  $U(2\rho_{\max}) = kT$  [2, с. 361–362].

Таким образом, при температурах  $T < T_0$ , формула (1) не применима.

Из оценок следует, что формула (1) наиболее приспособлена для водородоподобной примеси, сохраняющей черты центрально-симметричного поля.

Становится понятным тот факт, что для описания сечения рассеяния носителей на глубоких примесях, метод Конуэлл-Вайскопфа, вообще говоря, малоэффективен. Как уже отмечалось, данный метод, сохраняет лишь кулоновскую структуру центрально-симметричного поля иона примеси, что позволяет эффективно воспользоваться интегралами движения, для расчета поправок к транспортному сечению рассеяния электронов на ионах примеси [9].

## 3. МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Для описания кинетических эффектов в полупроводниках транспортное сечение имеет более важное значение, чем полное сечение рассеяния. Это понятно, если учесть, что  $\sigma_{\text{тр}}$  взвешивает процессы рассеяния, на разные углы. Как следует из формулы  $\sigma_{\text{тр}} = \int (1 - \cos \theta) d\sigma$ , малые углы рассеяния не вносят заметного вклада в транспортное сечение, и могут быть учтены лишь в качестве поправок к основному сечению. Обычно, такие поправки малы, и в ряде случаев ими пренебрегают [7], [8]. Они, однако, становятся ощутимыми, если учесть то обстоятельство, что пространственно коррелированные заряженные примеси (в пределе заряженные дислокации), рассеивают электроны слабее, чем разупорядоченные заряженные центры [4], [11].

Зная структуру потенциала взаимодействия в области  $\rho < \rho_0$ , представим транспортное сечение  $\sigma_{tr} = \int (1 - \cos \theta) d\sigma$  в перенормированном виде

$$\begin{aligned} \sigma_{tr} &= 2\pi \int (1 - \cos \theta) \rho(\theta) \left| \frac{d\rho(\theta)}{d\theta} \right| d\theta = \pi \left( \frac{\alpha}{2E} \right)^2 \int_0^\pi (1 - \cos \theta) \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \pi \rightarrow \pi - \theta_{\min} \\ 0 \rightarrow \theta_{\min} \end{array} \right] \Rightarrow 2\pi \left( \frac{\alpha}{2E} \right)^2 \int_{\theta_{\min}}^{\pi - \theta_{\min}} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta < \infty; (\alpha = \pm \frac{Ze^2}{\varepsilon}). \quad (2) \end{aligned}$$

Варьируя  $\sigma_{tr}$  в качестве функционала от  $y = y_0 \operatorname{ctg}(\theta/2)$ , получим

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{tr}[y] &= 2\pi \left( \frac{\alpha}{2E} \right)^2 \delta \int_{\theta_{\min}}^{\pi - \theta_{\min}} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta = 2\pi \left( \frac{\alpha}{2E} \right)^2 \int_{\theta_{\min}}^{\pi - \theta_{\min}} \delta \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta \Rightarrow \\ &= -\pi \left( \frac{\alpha}{2E} \right)^2 \int_{\theta_{\min}}^{\pi - \theta_{\min}} \frac{\delta\theta}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} d\theta; \quad |\delta\theta(\pi - \theta_{\min})| \ll 1 \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\delta\theta$  определяется формулой (1). Для конкретизации расчета  $\delta\theta$  требуется задать “случайное” поле  $\delta U(r)$ ; допустим что  $\delta U = \beta/r^2$  (такой потенциал, характерен, например, для взаимодействия электрона с двухатомными полярными молекулами примеси (типа HCl), которые всегда присутствуют в полупроводниках [12]). Простая оценка дает  $|U_{\text{coul}}/U_{\text{dip}}| \approx 10$ . Расчет с использованием интегралов движения приводит к формуле (для определенности, мы приняли, что  $\alpha > 0$ )

$$\delta\theta = \frac{2\beta E}{\alpha^2} (\pi - \theta - \sin \theta) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}; \quad [\alpha] = \text{эрг} \cdot \text{см}, \quad [\beta] = \text{эрг} \cdot \text{см}^2. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), приходим к формуле

$$\delta\sigma_{tr} = -\frac{\pi\beta}{2E} \int_{\theta_{\min}}^{\pi - \theta_{\min}} \frac{\pi - \theta - \sin \theta}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} d\theta. \quad (5)$$

Интеграл (5) выражается через элементарные функции (см. приложение).

Поскольку минимальный угол отклонения определяется из условия  $\operatorname{tg} \frac{\theta_{\min}}{2} = \frac{\alpha}{E} \sqrt[3]{N_I}$  [2, стр. 359], то соотношение (5) можно представить так

$$\delta\sigma_{tr}(E) = \frac{2\pi\beta}{E} \cdot \left( \frac{\alpha \sqrt[3]{N_I}}{E} \operatorname{arctg} \frac{E}{\alpha \sqrt[3]{N_I}} - \frac{E}{\alpha \sqrt[3]{N_I}} \operatorname{arctg} \frac{\alpha \sqrt[3]{N_I}}{E} \right). \quad (6)$$

Так как  $\frac{\alpha}{E} \sqrt[3]{N_I} = \frac{U(2\rho_{\max})}{E} = x$ , то выражение (6) можно представить также в виде ( $x > 0$ )

$$\delta\sigma_{tr}(E) = \frac{2\pi\beta}{E} \cdot \left( x \operatorname{arctg} \frac{1}{x} - \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right); \quad (\rho_{\max} \gg r_B^*/4). \quad (7)$$

Для неполярных молекул (типа CO<sub>2</sub>), внедренных в междоузлия атомов матрицы, в качестве примесей замещения [12], поправку к  $\sigma_{tr}$  следует учесть в квадрупольном приближении:  $\delta U = \gamma/r^3$ . Ориентировочно  $|U_{\text{coul}}/U_{\text{quad}}| \approx 100$ . Соответствующий расчет на основе формулы (1) приводит в этом случае к выражению (напомним, что  $\alpha > 0$ )

$$\delta\theta = \frac{\gamma}{E} \left( \frac{2E}{\alpha} \right)^3 \operatorname{tg}^3 \frac{\theta}{2} \cdot \left[ 3 + \sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3(\pi - \theta)}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right]; \quad [\gamma] = \text{эрг} \cdot \text{см}^3. \quad (8)$$

Подставляя (8) в общую формулу (3), получаем

$$\delta\sigma_{\text{tr}}(E) = \frac{4\pi\gamma}{\alpha} \cdot \left[ \frac{1}{x^2} \left( \frac{\text{arctg } x}{x} - \frac{3}{2} \right) - x^2 \left( x \text{arctg } \frac{1}{x} - \frac{3}{2} \right) \right]. \quad (9)$$

При очень низких температурах ( $\propto 10$  К), пролетающий на малых расстояниях ( $r > r_{\text{B}}^*$ ,  $r_{\text{B}}^* = 4 \cdot 10^{-7}$  см) электрон, может индуцировать дипольный момент атома примеси:  $d \propto r^{-2}$ . Соответственно энергия взаимодействия дипольного момента с электроном при расстояниях  $r > r_{\text{B}}^*$  равна  $U_{\text{pol}} = \chi/r^4$ . Вопрос заключается лишь в том, можно ли такой потенциал, рассматривать в качестве поправки, к кулоновскому потенциалу? Простая оценка показывает, что  $|U_{\text{coul}}/U_{\text{pol}}| \propto 10^3$  (для мелкой примеси;  $T > 2,2$  К).

Для поляризационного взаимодействия электрона с нейтральным примесным атомом ( $\delta U = \chi/r^4$ ,  $\chi < 0$ ), соответствующие расчеты дают

$$\delta\theta = \frac{4\chi E^3}{\alpha^4} \text{tg}^4 \frac{\theta}{2} \cdot \left[ \frac{\sin \theta}{2} \cdot \left( 1 + 3\text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) + 12 \cdot \text{tg} \frac{\theta}{2} - \frac{3(\pi - \theta)}{2} \cdot \left( 1 + 5\text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) \right]; [\chi] = \text{эрг} \cdot \text{см}^4. \quad (10)$$

Подставляя (10) в ренормированную формулу (3), получим

$$\delta\sigma_{\text{tr}}(E) = \frac{2\pi E\chi}{\alpha^2} \cdot \left[ 3 \left( x^4 - \frac{1}{x^4} \right) - \left( x^3 \text{arctg } \frac{1}{x} - \frac{\text{arctg } x}{x^3} \right) - 3 \left( x^5 \text{arctg } \frac{1}{x} - \frac{\text{arctg } x}{x^5} \right) \right]. \quad (11)$$

Отличительной особенностью формул (7), (9) и (11) является то, что они обладают определенной симметрией относительно замены  $x \leftrightarrow 1/x$  ( $E \leftrightarrow U(2\rho_{\text{max}})$ ), что является результатом применения “симметричной перенормировки” (2). Ясно, что и высшие порядки поправок ( $n > 4$ ), также будут симметричными, относительно замены  $E \leftrightarrow U(2\rho_{\text{max}})$ .

Наличие таких симметричных членов в громоздких формулах облегчает, в ряде случаев, общий анализ эффектов рассеяния носителей на примесных центрах, а также позволяет упростить промежуточные вычисления.

При  $E \approx U(2\rho_{\text{max}})$  поправки (7), (9) и (11) пренебрежимо малы, и их можно не учитывать. Что касается области малых расстояний ( $U(2\rho_{\text{max}}) \gg E$ ), то в кулоновском поле отталкивания, они вообще не представляют интереса (в рамках классического расчета), поскольку  $\sigma_{\text{tr}}$  не зависит от  $E$  [2].

Таким образом, на самом деле, предложенная методика расчета поправок к транспортному сечению рассеяния носителей, эффективна при высоких энергиях:  $E \gg U(2\rho_{\text{max}})$  ( $x \ll 1$ ) (см. приложение) [13], [14].

#### 4. КВАНТОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОПРАВК

Отмеченная ограниченность классического метода расчета поправок заставляет искать иной подход. Такой подход, эффективный при всех значениях температур, может быть сформулирован в терминах фазовых сдвигов [3, стр. 177].

$$(\delta\sigma_{\text{tr}})_{\text{quant}} = \frac{4\pi}{\kappa^2} \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) \sin 2(\delta_l - \delta_{l+1}) \cdot \delta(\delta_l - \delta_{l+1}) \quad (12)$$

— квантовый аналог формулы (3). Здесь  $\delta_l$  — фазовые сдвиги;  $\kappa = \sqrt{2m^*E}/\hbar$ ,

$$\delta(\delta_l) = -\frac{2m^*}{\kappa\hbar^2} \int_0^{\infty} \chi_l^2 \delta U dr; \quad \chi_l = \sin(\kappa r - l\pi/2 + \delta_l), \quad (13)$$

$\chi_l$  — асимптотика волновой функции носителя при  $r \rightarrow \infty$  [10, с. 644].

Из (12) ясно, что при высоких энергиях ( $E \gg U(2\rho_{\max})$ ) достаточно ограничиться квазиклассикой (1)–(3). При низких энергиях —  $s$ -рассеянием

$$(\delta\sigma_{\text{tr}})_{E \ll U(2\rho_{\max})} = \frac{4\pi}{\kappa^2} \sin 2\delta_0 \cdot \delta(\delta_0); \quad \delta_0 \propto \kappa. \quad (14)$$

При  $E \approx U(2\rho_{\max})$ , для расчета  $\delta\sigma_{\text{tr}}$ , следует исходить из точной формулы (12), которую формально можно представить и так

$$(\delta\sigma_{\text{tr}})_{\text{quant}} = \delta \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l^{(\text{tr})} = -\frac{2\pi}{\kappa^2} \delta \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) \cos 2(\delta_l - \delta_{l+1}). \quad (15)$$

Выражение (15) “заменяет” все классические поправки в квантовой области ( $T < T_0$ ) при  $E \approx U(2\rho_{\max})$  и  $U(2\rho_{\max}) \gg E$ . Расчет поправок на основе (12) требует специального исследования интеграла (13) на сходимость и налагает ограничение на закон спада  $\delta U$ , а именно  $n > 3$  [10, с. 632–634].

## 5. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для того, чтобы формулы (7), (9) и (11), имели смысл поправочных, к транспортному сечению, необходимо, чтобы они, по крайней мере, на порядок отличались от  $\sigma_{\text{tr}}$ . Одних теоретических оценок здесь не достаточно, тут надо рассмотреть конкретный полупроводниковый материал. Таким материалом может служить германий: Ge — типичный полупроводник, легированный, например, донорной примесью As [7]. Поскольку рассеяние на ионах примеси может играть существенную роль только в исключительных случаях, когда энергия диссоциации центров примеси очень мала, порядка  $10^{-2}$  эВ, так что имеется значительное число ионов примеси при низких температурах, как мы показали до  $T_0 \geq 2,2$  К. Именно этот случай и осуществляется в германии. В большинстве же других полупроводников энергия диссоциации доноров такова, что число ионов примеси при  $T_0 > 2,2$  К столь мало, что они не оказывают заметного влияния на  $\sigma_{\text{tr}}$ . Расчет на основе (2) дает для  $\sigma_{\text{tr}}$  формулу

$$\sigma_{\text{tr}} = \frac{\pi\alpha^2}{E^2} \ln \Lambda(E), \quad (16)$$

где  $\ln \Lambda(E) = \ln \left| \frac{E}{U(2\rho_{\max})} \right|$  — кулоновский логарифм. При наличии максвелловского распределения электронов по энергиям  $E = 3kT/2$ , и кулоновский логарифм  $\ln \Lambda = \ln \left| \frac{3kT}{2U(2\rho_{\max})} \right|$ , а транспортное сечение рассеяния

$$\langle \sigma_{\text{tr}} \rangle = \frac{4\pi\alpha^2}{(3kT)^2} \ln \Lambda \approx (0,1 \div 1) \cdot 10^{-10} \text{ см}^2. \quad (17)$$

Во всех практически важных случаях формула (17) охватывает область  $kT \gg U(2\rho_{\max})$ , т.е. область высоких температур [13]. Под термином “высоких температур” мы понимаем температуру перехода к рассеянию на тепловых колебаниях решетки. Для  $n$  — GeAs  $T_{\text{пер}} \propto 60 \div 80$  К [7].

Оценим, например, вклад потенциала  $\delta U = \beta/r^2$ . При  $E \gg U(2\rho_{\max})$   $\delta\sigma_{\text{tr}}(E) \approx -\frac{2\pi\beta}{E}$ ; после усреднения  $\langle \delta\sigma_{\text{tr}} \rangle = \frac{4\pi\beta}{3kT}$ , и  $\frac{\langle \sigma_{\text{tr}} \rangle}{\langle \delta\sigma_{\text{tr}} \rangle} = \frac{\alpha^2 \ln \Lambda}{3\beta kT}$ .

Для слаболегированного германия, получим  $\langle \sigma_{\text{tr}} \rangle / \langle \delta\sigma_{\text{tr}} \rangle = 10 \ln \Lambda$ . Для поправки  $\delta U = \gamma/r^3$ , имеем  $\langle \sigma_{\text{tr}} \rangle / \langle \delta\sigma_{\text{tr}} \rangle \propto \ln \Lambda$ .

Из оценок видно, что при достаточно высоких температурах, поправки к транспортному сечению, становятся ощутимыми.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе в рамках подхода Конуэлл-Вайскопфа получены аналитические выражения для поправок к транспортному сечению упругого рассеяния носителей в невырожденных полупроводниках. Поправки обусловлены влиянием различных центров рассеяния ( $\propto 1/r^n$ ) на транспортные свойства носителей, при их рассеянии на ионах примеси.

Показано, что нижний (теоретический) температурный предел учета квазиклассических поправок для мелких примесей (в Ge:As) 2,2 К, а верхний порядка  $60 \div 80$  К. Для  $n - \text{GaAs}$  верхний порядка  $100 \div 175$  К [13]; для объемного кремния порядка 300 К [14]; причем  $N_I \leq 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бонч-Бруевич, В. Л. Физика полупроводников: учебное пособие [Текст] / В. Л. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников. — М.: Наука, 1990. — 688 с.
2. Киреев, П. С. Физика полупроводников: учебное пособие [Текст] / П. С. Киреев. — М.: Высшая школа, 1975. — 584 с.
3. Блатт, Ф. Физика электронной проводимости в твердых телах [Текст] / Ф. Блатт. — М.: Мир, 1971. — 472 с.
4. Примесные  $H^-$ -подобные центры и обусловленные ими молекулярные комплексы в полупроводниках [Текст] / Е. М. Гершензон, А. П. Мельников, Р. И. Рабинович, Н. А. Серебрякова // Успехи физических наук. — 1980. — Т. 132, вып. 2. — С. 353–378.
5. Вараскин, А. Н. Характеристики F-центров щелочно-галоидных кристаллов в основном и возбужденном состояниях [Текст] / А. Н. Вараскин, А. Б. Соболев, В. Г. Панов // Физика твердого тела. — 2006. — Т. 48, вып. 3. — С. 427–432.
6. Панов, В. Г. О  $2s$ -подобном релаксированном возбужденном состоянии F-центра в щелочно-галоидных кристаллах [Текст] / В. Г. Панов, А. Н. Вараскин, А. Б. Соболев // Физика твердого тела. — 2008. — Т. 50, вып. 6. — С. 986–989.
7. Роль рассеяния на мелких нейтральных центрах в кинетических явлениях при низкой температуре [Текст] / Э. З. Имамов, Н. М. Колчанова, Л. Н. Крещук, И. Н. Ясиевич // Физика твердого тела. — 1985. — Т. 27, вып. 1. — С. 69–76.
8. Муратов, Т. Т. Влияние резонансного рассеяния носителей тока на электрические и тепловые свойства ковалентных полупроводников [Текст] / Т. Т. Муратов // Вестник Санкт-Петербургского университета, Серия: Физика. Химия. Серия 4. — 2012. — Вып. 2. — С. 3–7.
9. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учебное пособие в 10 т. Т. I. Механика [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — М.: Наука, 1988. — 215 с.
10. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учебное пособие в 10 т. Т. III. Квантовая механика. Нерелятивистская теория [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — М.: Наука, 1989. — 768 с.
11. Особенности температурного поведения ЭПР спектров селенида ртути, легированного железом [Текст] / К. Ламонова, Б. Бекиров, И. Иванченко и др. // Физика низких температур. — 2014. — Т. 40, № 7. — С. 842–850.
12. Угай, Я. А. Введение в химию полупроводников: учебное пособие [Текст] / Я. А. Угай. — М.: Высшая школа, 1965. — 336 с.
13. Влияние водорода на процессы рассеяния носителей заряда в облученном  $\gamma$ -квантами  $^{60}\text{Co}$ , нелегированном GaAs n-типа [Текст] / Ф. П. Коршунов, Н. Ф. Курилович, Т. А. Прохоренко, В. К. Шешелко // Вопросы атомной науки и техники, Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение. — 2001. — Т. 79, № 2. — С. 38–42.
14. Сперанский, Д. С. Моделирование рассеяния электронов на ионизированной примеси в полупроводниках и полупроводниковых структурах методом Монте-Карло [Текст] /

Д. С. Сперанский, В. М. Борздов, Д. В. Поздняков // Доклады БГУИР. — 2011. — Т. 56, № 2. — С. 33–39.

## REFERENCES

1. Bonch-Bruevich V.L., Kalashnikov S.G. The physics of semiconductors. [Bonch-Bruevich V.L., Kalashnikov S.G. Fizika poluprovodnikov]. Moscow: Nauka, 1990, 688 p.
2. Kireev P.S. The physics of semiconductors. [Kireev P.S. Fizika poluprovodnikov]. Moscow: Vysshaya shkola, 1975, 584 p.
3. Blatt F.J. Physics of electronic conduction in solids. [Blatt F.J. Fizika e'lektronnoy provodimosti v tverdykh telakh]. Moscow: Mir, 1971, 472 p.
4. Gershenson E.M., Mel'nikov A.P., Rabinovich R.I., Serebryakova N.A. Impurity  $H^-$ -like centers and due to its molecular complexes in semiconductors. [Gershenson E.M., Mel'nikov A.P., Rabinovich R.I., Serebryakova N.A. Primesnye  $H^-$ -podobnye centry i obuslovlennyye imi molekulyarnyye komplekxy v poluprovodnikakh]. *Uspehi fizicheskikh nauk — Advances of physical sciences*, 1980, vol. 132, no. 2, pp. 353–378.
5. Varaskin A.N., Sobolev A.B., Panov V.G. Characteristics of F-centers of alkali-galoid crystals in ground and excited states. [Varaskin A.N., Sobolev A.B., Panov V.G. Kharakteristiki F-centrov shchelochno-galoidnykh kristallov v osnovnom i vzbuzhdennykh sostoyaniyakh]. *Fizika tverdogo tela — Solid state physics*, 2006, vol. 48, no. 3, pp. 427–432.
6. Panov V.G., Varaskin A.N., Sobolev A.B. About  $2s$ -relaxed excited state of F-centre in alkali - galoid crystals. [Panov V.G., Varaskin A.N., Sobolev A.B. O  $2s$ -relaksirovannom vzbuzhdennom sostoyanii F-centra v shchelochno-galoidnykh kristallakh]. *Fizika tverdogo tela — Solid state physics*, 2008, vol. 50, no. 6, pp. 986–989.
7. Imamov E.Z., Kolchanova N.M., Kreshchuk L.N., Yassievich I.N. Role of scattering on shallow neutral centers in kinetic phenomena at low temperature. [Imamov E.Z., Kolchanova N.M., Kreshchuk L.N., Yassievich I.N. Rol' rasseyaniya na melkikh centrakh v kineticheskikh yavleniyakh pri nizkoy temperature]. *Fizika tverdogo tela — Solid state physics*, 1985, vol. 27, no. 1, pp. 69–76.
8. Muratov T.T. Influence of resonance scattering of charge carriers on electrical and thermal properties of covalent semiconductors. [Muratov T.T. Vliyanie rezonansnogo rasseyaniya nositeley toka na e'lektricheskie i teplovye svoystva kovalentnykh poluprovodnikov]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta — Bulletin of St-Petersburg University, Seriya: Fizika-Khimiya*, 2012, iss. 2, pp. 3–9.
9. Landau L.D., Lifshits E.M. Mechanics. [Landau L.D., Lifshits E.M. Mekhanika]. Moscow: Nauka, 1988, 215 p.
10. Landau L.D., Lifshits E.M. Quantum Mechanics – Non-relativistic Theory. [Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mekhanika – Nerelaytivistskaya teoriya]. Moscow: Nauka, 1989, 768 p.
11. Lamonova K., Bekirov B., Ivanchenko I., Popenko N., Zhitlukhina E., Burkhovetskii V., Orel S., Pashkevich Yu. Specific features of the temperature behavior of ESR spectra of Fe-doped mercury selenide. [Lamonova K., Bekirov B., Ivanchenko I., Popenko N., Zhitlukhina E., Burkhovetskii V., Orel S., Pashkevich Yu. Osobennosti temperaturnogo povedeniya E'PR spektrov selenida rtuti, legirovannogo zhelezom]. *Fizika nizkikh temperatur — Low temperature physics*, 2014, vol. 40, no. 7, pp. 842–850.
12. Ugay Ya.A. Introduction to chemistry of semiconductors. [Ugay Ya.A. Vvedenie v khimiyu poluprovodnikov]. Moscow: Vysshaya shkola, 1965, 336 p.
13. Korshunov F.P., Kurilovich N.F., Prokhorenko T.A., Sheshelko V.K. Influence of hydrogen on the process scattering of charge carriers in irradiated by  $\gamma$ -quanta  $^{60}\text{Co}$ , non alloys doped with GaAs n-type. [Korshunov F.P., Kurilovich N.F., Prokhorenko T.A., Sheshelko V.K. Vliyanie vodoroda na processy rasseyaniya nositeley zaryada v obluchennom  $\gamma$ -kvantami  $^{60}\text{Co}$ , nelegirovannom GaAs n-tipa]. *Voprosy atomnoi nauki i tekhniki — Problems of atomic science*

and technique, *Seriya: Fizika radiacionnykh povrezhdeniy i radiacionnoe materialovedenie*, 2001, vol. 79, no. 2, pp. 38–42.

14. Speransky D.S., Borzdov V.M., Pozdnyakov D.V. Monte-Carlo simulation of ionized impurity scattering in semiconductors and semiconductor structures. [Speransky D.S., Borzdov V.M., Pozdnyakov D.V. Modelirovanie rasseyaniya e'lektronov na ionizirovannoy primesi v poluprovodnikakh i poluprovodnikovyykh strukturakh metodom Monte-Karlo]. *Doklady BGUIR* – *Reports of BSU*, 2011, vol. 56, no. 2, pp. 33–39.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{tr} &= -\frac{\pi\beta}{2E} \int_{\theta_{\min}}^{\pi-\theta_{\min}} \frac{\pi - \theta - \sin\theta}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} d\theta = -\frac{\pi\beta}{2E} \left[ 2(\pi - \theta) \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right]_{\theta_{\min}}^{\pi-\theta_{\min}} \Rightarrow \\ &= \frac{\pi\beta}{E} \left[ (\pi - \theta_{\min}) \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta_{\min}}{2} - \theta_{\min} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta_{\min}}{2} \right]; \\ \left| \frac{\delta\theta(\pi - \theta_{\min})}{\delta\theta(\theta_{\min})} \right| &\approx \frac{2}{3\pi} \frac{E}{U(2\rho_{\max})} \propto \frac{kT}{U(2\rho_{\max})}, \text{ где } \frac{kT}{U(2\rho_{\max})} \gg 1. \end{aligned}$$

*Муратов Темур Ташкабаевич, соискатель при кафедре методики преподавания физики и астрономии, Ташкентский государственный педагогический университет им. Низами, Ташкент, Узбекистан*  
E-mail: temur-muratov@yandex.ru

*Muratov Temur Tashkabayevich, the candidate at department of Teaching Methods in Physics and Astronomy, Tashkent State Pedagogical University named after Nizami, Tashkent, Uzbekistan*  
E-mail: temur-muratov@yandex.ru