

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ НА ЛИНИИ НАСЫЩЕНИЯ

В. В. Коледин

Южно-Уральский государственный университет филиал в Нижневартовске

Поступила в редакцию 30.12.2015 г.

Аннотация. В данной работе в приближении линейности основных уравнений динамики парового пузырька исследована зависимость инкремента, определяющего темп развития неустойчивости от рода металлов и радиуса парового пузырька. Проанализировано влияние вязкости, радиальной инерции и тепломассообмена между жидким щелочным металлом и паровым пузырьком на величину инкремента для цезия, калия, рубидия, лития и натрия при точке кипения. Выявлено, что с переходом на более высокие давления, а также с увеличением радиуса пузырька его устойчивость возрастает. Установлено, что для щелочных металлов в области мелких пузырьков развитие неустойчивости определяется радиальной инерцией, для более крупных пузырьков эффектом тепломассообмена. Для цезиевых пузырьков ($a_0 < 10^{-5}$ м) неустойчивость определяется вязкостью, для более крупных ($a_0 \geq 10^{-5}$ м) эффектом тепломассообмена.

Ключевые слова: паровой пузырек, неустойчивость, инкремент, вязкость, радиальная инерция, тепломассообмен, давление насыщения, уравнение Рэлея-Плессета.

ON INSTABILITY OF STEAM BUBBLE FOR SOME ALKALI METAL SATURATION LINE

V. V. Koledin

Abstract. In this paper, the approximation of the linearity of the basic equations of the dynamics of a vapor bubble investigated the dependence of the growth rate, which determines the rate of development of the instability of the kind of metal and a vapor bubble radius. It analyzes the influence of the viscosity and inertia of the radial heat and mass transfer between the liquid alkali metal and a vapor bubble to the increment value for cesium, potassium, rubidium, lithium and sodium at the boiling point. It was revealed that the transition to higher pressures as well as the increase in the radius of the bubble increases its stability. It was found that for the alkali metals in the field of development of the instability of small bubbles is determined by the radial inertia of larger bubbles effect of heat and mass transfer. For cesium bubbles ($a_0 < 10^{-5}$ m) is defined by the stability of viscosity for larger ($a_0 \geq 10^{-5}$ m) the effect of heat and mass transfer.

Keywords: steam bubble instability increment, the viscosity, the radial momentum, heat and mass transfer, the saturation pressure, the Rayleigh-Lamb equation.

ВВЕДЕНИЕ

Знание особенностей роста парового пузырька в перегретой жидкости важно для понимания основных закономерностей процессов кипения. Исследование роста паровых пузырьков в перегретых жидкостях имеет широкое применение в промышленности, например, в ядерной энергетике, в химической технологии, нефтяных и газовых хозяйствах. Совершенствование технологических процессов в перечисленных областях, а также анализ масштабов последствий возможных аварий требует глубокого понимания закономерностей процессов кипения.

Известно, что состояние равновесия парового пузырька в жидкости вследствие действия капиллярных сил на ее поверхности всегда неустойчивое [1], [2].

Пусть T_0, a_0, p_0 и p_{v0} — температура, радиус пузырька, значение давления жидкости и пара в пузырьке, при этих параметрах система “паровой пузырёк-жидкость” находится в состоянии механического и теплового равновесия, описываемого соотношениями [3]:

$$p_{v0} = p_0 + \frac{2\sigma}{a_0}, \quad T_0 = T_s(p_{v0}). \quad (1)$$

Здесь σ — коэффициент поверхностного натяжения вещества, $T_s(p_{v0})$ — равновесная температура фазовых переходов, соответствующая значению давления p_{v0} в случае плоской межфазной поверхности. В данном случае двухфазное состояние системы далеко от критического, это означает, что плотность пара намного меньше плотности жидкости [3].

Согласно (1) давление в паровом пузырьке всегда больше, чем давление в жидкости на величину $\frac{2\sigma}{a_0}$, которая носит название лапласовского давления. Таким образом, жидкость в паровом пузырьке всегда перегрета по отношению к равновесной температуре $T_s(p_0)$ для давления жидкости вне пузырька p_0 ($T_0 > T_s(p_0)$).

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для исследования динамики парового пузырька из состояния равновесия запишем основные уравнения, описывающие радиальные движения парового пузырька в несжимаемой жидкости:

$$\rho_l^0 \left(a\ddot{a} + \frac{3}{2}\dot{a}^2 + \frac{4\nu_l^{(\mu)}\dot{a}}{a} \right) = p_v - p_l - \frac{2\sigma}{a}, \quad (2)$$

$$\frac{dp_v}{dt} = -\frac{3\gamma p_v}{a} \frac{da}{dt} + \frac{3(\gamma - 1)c_{pv}T_a}{l} \frac{\lambda_l}{a} \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_a, \quad (3)$$

это уравнение Рэлея-Плессета и уравнение для изменения давления пара [3], [5], записанное при учете гипотезы гомобаричности. Здесь $\nu_l^{(\mu)}$ — кинематическая вязкость жидкости, λ_l — теплопроводность жидкости, γ — показатель адиабаты пара, c_{pv} — теплоемкость пара при постоянном давлении, l — удельная теплота парообразования. Нижний индекс a соответствует значению температуры и градиента температуры на поверхности пузырька. Последнее слагаемое в правой части равенства (3) отвечает за изменение давления вследствие фазовых переходов, интенсивность которых определяется тепловыми потоками в жидкости к межфазной поверхности. Следовательно, для нахождения тепловых потоков необходимо записать уравнение теплопроводности в жидкости вокруг пузырьков

$$\rho_l^0 c_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial t} + w \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) = \lambda_l r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad (4)$$

где w и c_l — радиальная скорость и теплоемкость жидкости.

Граничные условия для уравнения теплопроводности в жидкости:

$$T_l = T_a \text{ при } r = a, \quad T_l = T_0 \text{ при } r = \infty. \quad (5)$$

Для давления пара внутри пузырька примем уравнение Клапейрона–Менделеева

$$p_v = \rho_v^0 R_v T_v. \quad (6)$$

Температуру T_v и плотность ρ_v^0 будем полагать однородными и считать, что $T_v = T_a$.

Значение температуры T_v (или T_a) при состояниях, далеких от критического, связано с давлением пара уравнением Клапейрона–Клаузиуса [6]

$$\frac{dT_v}{dp_v} = \frac{T_v}{\rho_v^0 l}, \quad (7)$$

Зависимость температуры от давления при равновесных фазовых переходах

$$T_v = T_s(p_v) = \frac{T_*}{\ln(p_*/p_v)} \quad (8)$$

следует из соотношений (6) и (7). Здесь T_* и p_* – эмпирические параметры, зависящие от вида жидкости [3].

ЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ

Рассмотрим малые отклонения радиуса парового пузырька от значения a_0 . Текущие значения радиуса, давления пара, температуры жидкости и пара, а также плотность пара представим в следующем виде:

$$a = a_0 + a', \quad p_v = p_{v0} + p'_v, \quad T_l = T_0 + T'_l, \quad T_v = T_0 + T'_v, \quad \rho_v^0 = \rho_{v0}^0 + \rho'_v.$$

В рамках линейного анализа для параметров возмущений примем:

$$|a'| \ll a_0, \quad |p'_v| \ll p_{v0}, \quad |T'_l| \ll T_0, \quad |T'_v| \ll T_0, \quad |\rho'_v| \ll \rho_{v0}^0.$$

В дальнейшем, как это принято в акустике, знак штрих после линеаризации будем опускать. Линеаризуя уравнения (2)–(7), получим:

$$\rho_l^0 \left(a_0 \frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{4\nu_l^{(\mu)}}{a_0} \frac{da}{dt} \right) = p_v + \frac{2\sigma}{a_0^2} a, \quad (9)$$

$$\frac{dp_v}{dt} = -\frac{3\gamma p_{v0}}{a_0} \frac{da}{dt} + \frac{3(\gamma-1)c_{pv}T_0}{a_0 l} \left(\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{a_0}, \quad (10)$$

$$\rho_l^0 c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \lambda_l \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad (11)$$

$$T_l = T_a \text{ при } r = a_0 \quad \text{и} \quad T_l = 0 \text{ при } r = \infty. \quad (12)$$

Также дополним эти уравнения соотношением

$$\frac{T_a}{T_0} = \frac{p_v}{\rho_{v0}^0 l}, \quad (13)$$

следующим из уравнения Клапейрона–Клаузиуса.

Решение уравнений (9), (10) и (11) ищем в виде

$$a = A_a e^{\lambda t}, \quad p_v = A_p e^{\lambda t}, \quad T_l = A_T(r) e^{\lambda t}, \quad (14)$$

где λ и $A_a, A_p, A_T(r)$ — соответственно инкремент (определяющий характерное время $t = 1/\lambda$, в течение которого амплитуда колебаний возрастает в e раз) и амплитуды колебаний радиуса пузырька, давления пара и температуры жидкости.

Подстановка (14) в уравнения (9), (10) и (11) дает следующие выражения:

$$\left(\rho_l^0 \lambda^2 a_0 + \frac{4\nu_l \lambda \rho_l^0}{a_0} - \frac{2\sigma}{a_0^2} \right) A_a - A_p = 0, \quad (15)$$

$$\left(\frac{3\gamma p_{v0} \lambda}{a_0} \right) A_a - \frac{3(\gamma - 1) c_{pv} T_0}{a_0 l} \lambda_l \left(\frac{dA_T(r)}{dr} \right)_{a_0} + \lambda A_p = 0, \quad (16)$$

$$r^{-2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dA_T(r)}{dr} \right) = k^2 A_T(r), \quad k = \sqrt{\frac{\lambda}{\nu_l^{(T)}}}, \quad \nu_l^{(T)} = \frac{\lambda_l}{\rho_l^0 c_l}, \quad (17)$$

где $\nu_l^{(T)}$ — коэффициент температуропроводности жидкости.

Общее решение уравнения (17) имеет вид:

$$A_T(r) = \frac{C_1 \exp(kr) + C_2 \exp(-kr)}{r}. \quad (18)$$

Из граничных условий (12) и условия (13) получаем:

$$C_2 = a_0 \exp(ka_0) \frac{T_0}{\rho_{v0}^0 l} A_p, \quad C_1 = 0. \quad (19)$$

Учитывая выражения (19), вместо (18), имеем:

$$A_T(r) = \frac{T_0}{\rho_{v0}^0 l} A_p \frac{a_0}{r} \exp(k(a_0 - r)). \quad (20)$$

На основании этого решения получаем:

$$\left(\frac{dA_T(r)}{dr} \right)_{a_0} = -\frac{T_0}{\rho_{v0}^0 l} A_p \frac{(1 + ka_0)}{a_0}. \quad (21)$$

После подстановки (21) в уравнение (16), получим:

$$\left(\frac{3\gamma p_{v0} \lambda}{a_0} \right) A_a + \left(\beta \nu_l^{(T)} \frac{(1 + ka_0)}{a_0^2} + \lambda \right) A_p = 0, \quad (22)$$

$$\beta = 3(\gamma - 1) \left(\frac{c_{pv} T_0}{l} \right)^2 \frac{\rho_l^0 c_l}{\rho_{v0}^0 c_{pv}}, \quad (23)$$

Система уравнений (15) и (22) для амплитуд возмущений A_a и A_p является линейно однородной. Чтобы система имела нетривиальное решение ($A_a \neq 0$ и $A_p \neq 0$), необходимо равенство нулю определителя, составленного из коэффициентов A_a и A_p . Из этого условия получаем характеристическое уравнение

$$\psi(\lambda) = \rho_l^0 \lambda^2 a_0^2 + 4\rho_l^0 \lambda \nu_l^{(\mu)} + \frac{3\gamma p_{v0} y^2}{y^2 + \beta(1 + y)} - \frac{2\sigma}{a_0} = 0, \quad (24)$$

$$y = a_0 k = \sqrt{\frac{a_0^2 \lambda}{\nu_l^{(T)}}}$$

Видно, что функция $\psi(\lambda)$ при $\lambda \geq 0$ непрерывна и удовлетворяет условиям

$$\psi(0) = -\frac{2\sigma}{a_0} < 0 \text{ и } \psi(\lambda) \rightarrow +\infty \text{ при } \lambda \rightarrow \infty. \quad (25)$$

Следовательно, уравнение (24) относительно λ всегда имеет положительный корень. В уравнении (24) первое, второе и третье слагаемые выражают эффекты радиальной инерции жидкости, вязкости жидкости и процессов тепломассообмена на развитие неустойчивости.

В случае если развитие неустойчивости лимитируется радиальной инерцией (второе и третье слагаемые в (24) несущественны), для величины инкремента имеем:

$$\lambda^{(R)} = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho_l^0 a_0^3}}. \quad (26)$$

Когда развитие неустойчивости лимитируется вязкостью (радиальная инерция и тепломассообмен несущественны), выражение для инкремента будет иметь следующий вид:

$$\lambda^{(\mu)} = \frac{\sigma}{2a_0 \rho_l^0 \nu_l^{(\mu)}}. \quad (27)$$

Приведем также формулу

$$\lambda^{(T)} = \frac{\nu_l^{(T)}}{a_0^2} \left(\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + A} \right)^2, \quad A = \beta \frac{\Sigma}{1 - \Sigma}, \quad \Sigma = \frac{2\sigma}{3\gamma a_0 p_{v0}}, \quad (28)$$

для определения инкремента, когда развитие неустойчивости лимитируется только эффектами теплопроводности в жидкости, где β, A, Σ — безразмерные величины.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На основании численных решений уравнения (24) изучена зависимость инкремента, определяющего темп развития неустойчивости, от рода металлов и радиуса парового пузырька. Проведен анализ влияния вязкости, радиальной инерции и тепломассообмена между жидким металлом и паровым пузырьком на величину инкремента для цезия, калия, рубидия, лития и натрия при точке кипения.

На рис. 1 (2) представлены зависимости инкремента от радиуса парового пузырька для цезия (лития), рассчитанные для давления $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$. Жирной линией изображена кривая, соответствующая общему решению уравнения (24), штриховая, пунктирная и штрихпунктирная линия получены соответственно по формулам (26), (27) и (28). Все необходимые теплофизические параметры взяты из [4].

Из рис. 1 видно, что для достаточно мелкого пузырька ($a_0 < 10^{-5} \text{ м}$), точечная линия близка к жирной линии. Это означает, что развитие неустойчивости для такого пузырька лимитируется вязкостью. Кроме того, из этого рисунка следует, что для более крупного пузырька ($a_0 \geq 10^{-5} \text{ м}$) развитие неустойчивости определяется эффектами тепломассообмена.

Из рис. 2 видно, что для достаточно мелкого пузырька ($a_0 \leq 10^{-3} \text{ м}$), пунктирная линия близка к жирной линии. Следовательно, развитие неустойчивости для данных радиусов пузырька лимитируется радиальной инерцией. Для более крупного пузырька ($a_0 \geq 10^{-3} \text{ м}$) развитие неустойчивости определяется эффектами тепломассообмена.

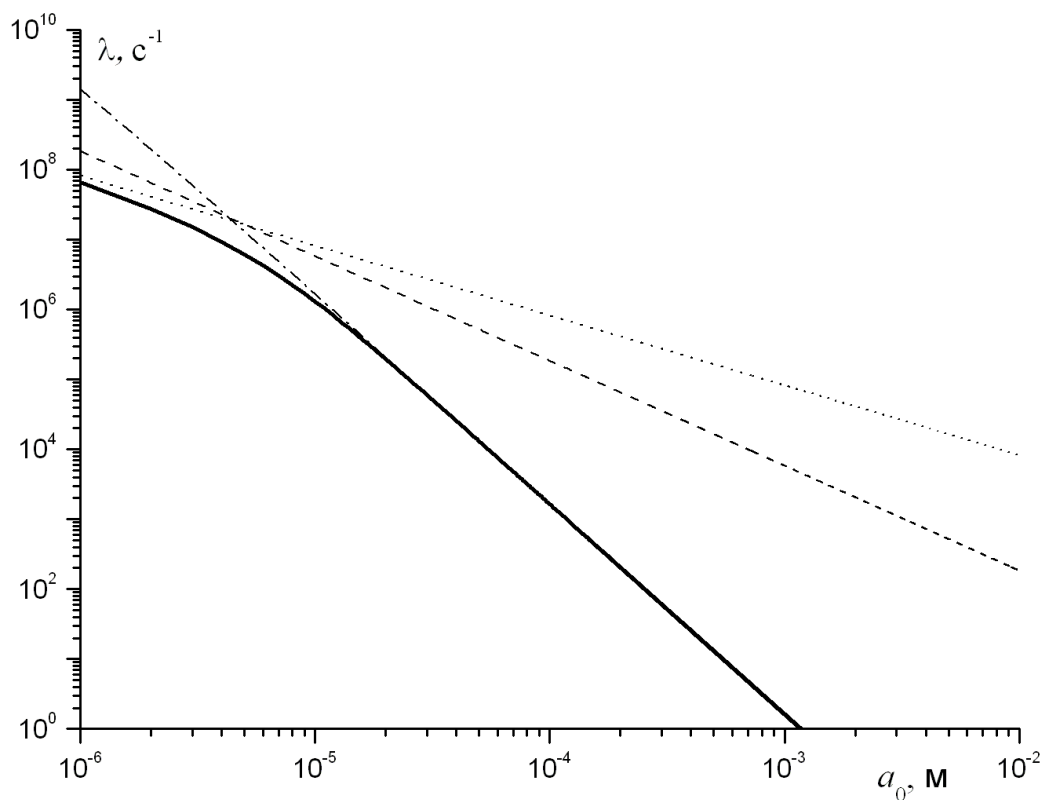


Рис. 1. Зависимость инкремента от радиуса парового пузырька для цезия при 0.1 МПа.

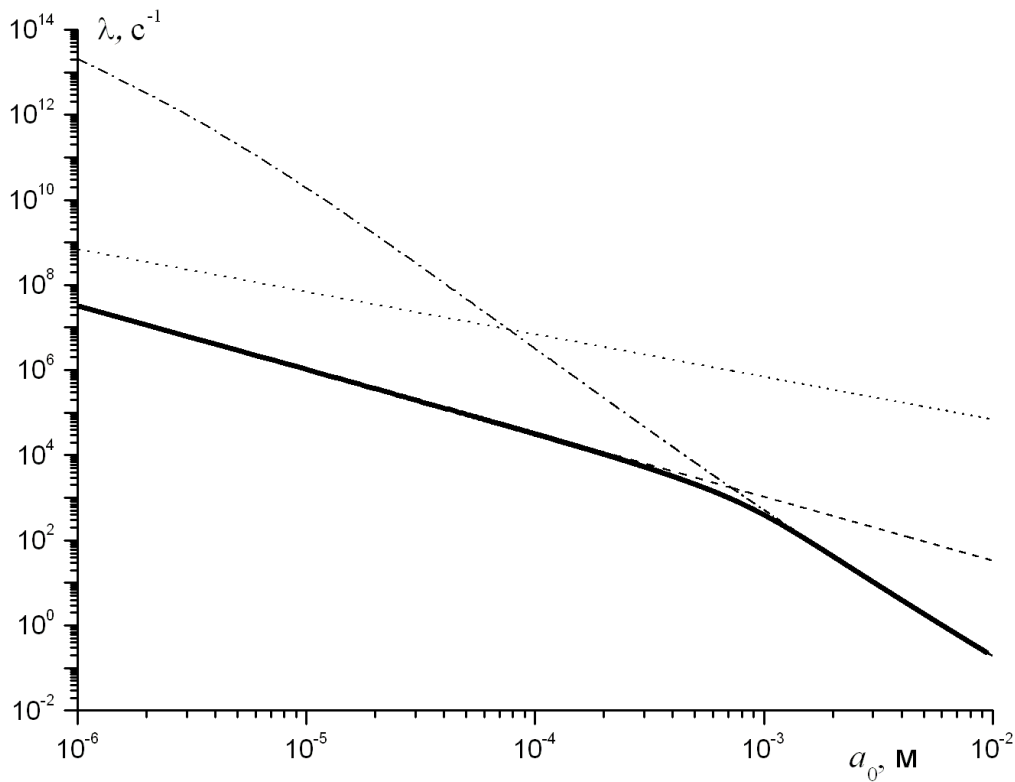


Рис. 2. Зависимость инкремента от радиуса парового пузырька для лития при 0.1 МПа.

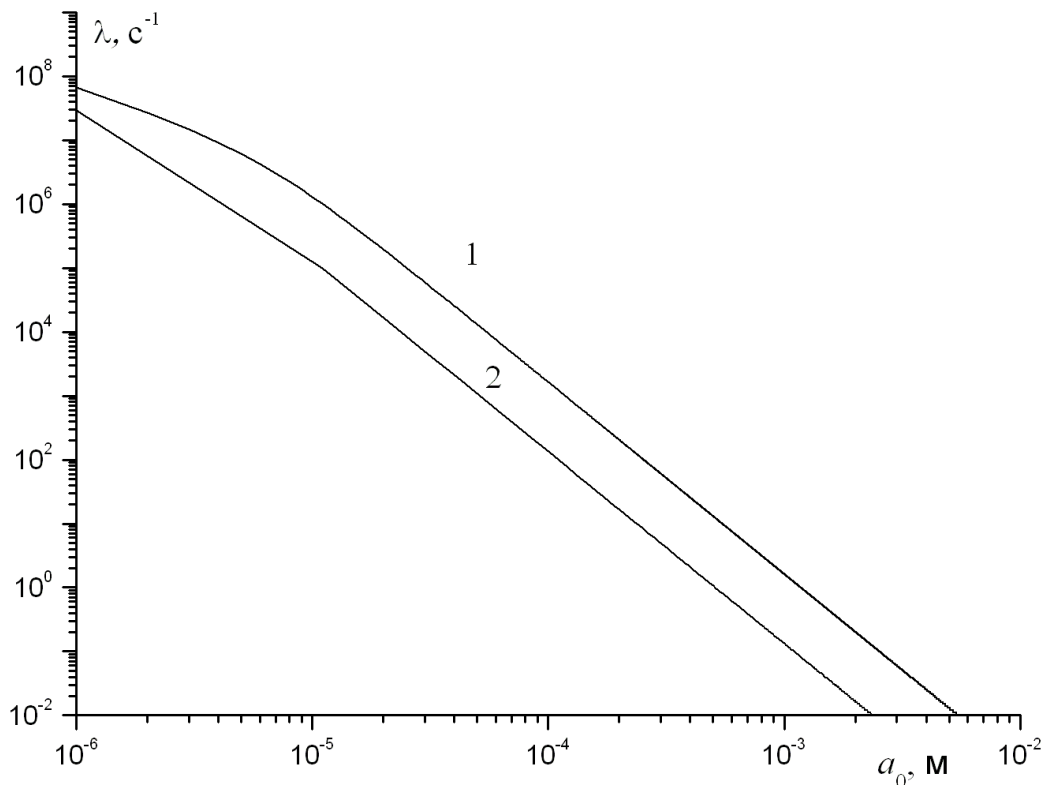


Рис. 3. Зависимость инкремента для парового пузырька цезия в случае различных давлений.

На рис. 3 представлены зависимости инкремента для парового пузырька в случае различных давлений для цезия. Линии 1 и 2 соответствуют значениям давления $p_0 = 0.1$ МПа и 1 МПа.

Из рис. 3 видно, что с переходом на более высокие давления возрастает устойчивость парового пузырька.

На рис. 4 представлены зависимости инкремента для парового пузырька в случае различных щелочных металлов. Линии 1, 2, 3, 4 и 5 соответствуют инкрементам парового пузырька для металлов цезия, лития, натрия, калия и рубидия.

Для мелких пузырьков линии 2, 3, 4 и 5 располагаются таким образом, что на начальном этапе основную роль в развитии неустойчивости играет радиальная инерция, для более крупных - эффект теплообмена. Линия 1 находится выше остальных, так как для данных значений радиусов пузырьков $a_0 < 10^{-5}$ м основную роль в развитии неустойчивости играет вязкость жидкого металла. Действительно, чем плотнее вещество, тем пузырек более устойчив.

В интервале от ($10^{-5} < a_0 < 10^{-4}$ м) наблюдается некий “перехлест” линии 1 через линии 2, 3, 4 и 5, которая затем располагается ниже остальных. Это объясняется тем, что чем меньше плотность вещества, тем быстрее происходят теплообменные эффекты. Такие пузырьки менее устойчивы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе теоретически исследована устойчивость парового пузырька в линейном приближении для щелочных металлов, таких как цезия, лития, калия, натрия, рубидия. Установлено, что с переходом на более высокие давления, а также с увеличением радиуса пузырька, устойчивость парового пузырька возрастает. Выявлено, что для калия, лития, натрия

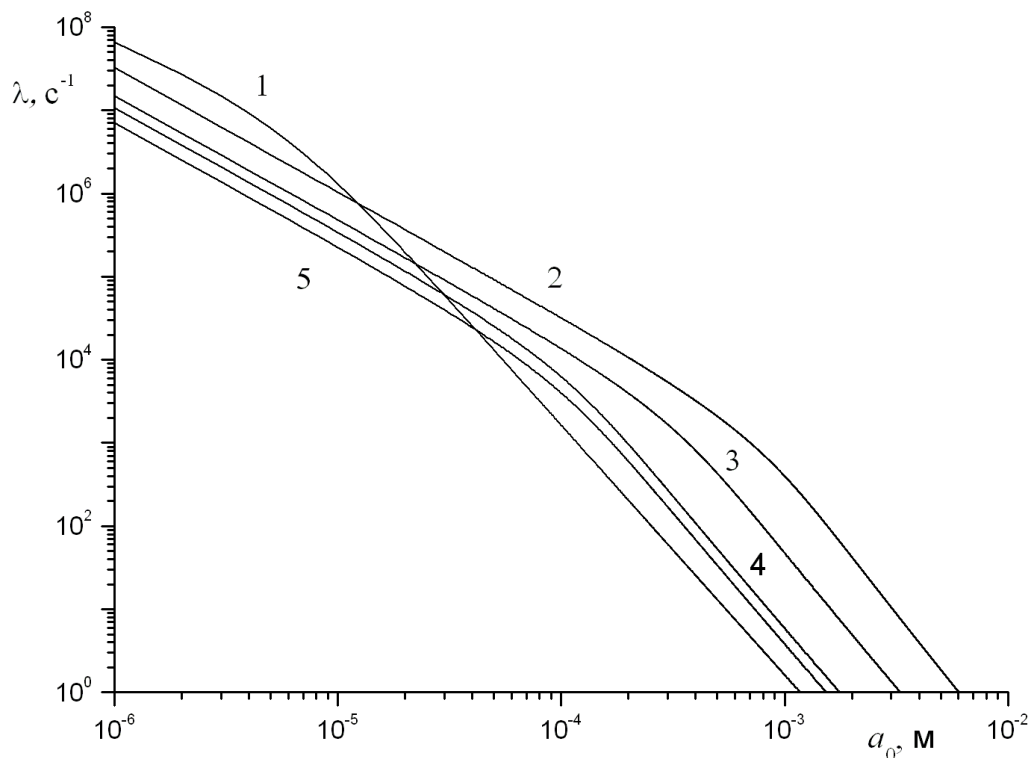


Рис. 4. Зависимость инкремента для парового пузырька в случае различных щелочных металлов.

и рубидия в области мелких пузырьков развитие неустойчивости определяется радиальной инерцией, для более крупных пузырьков эффектами тепломассообмена. Установлено, что для мелких цезиевых пузырьков ($a_0 < 10^{-5}$ м) неустойчивость лимитируется вязкостью жидкого металла, для более крупных ($a_0 \geq 10^{-5}$ м) эффектом тепломассообмена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вахитова, Н. К. О распространении малых возмущений в парожидкостных пузырьковых средах / Н. К. Вахитова, В. Ш. Шагапов // Прикладная механика и техническая физика. — 1984. — Т. 25, № 5. — С. 34–43.
2. Шагапов, В. Ш. Об устойчивости пузырьковых парожидкостных сред / В. Ш. Шагапов // Прикладная математика и механика. — 1986. — Т. 50, № 3. — С. 516–521.
3. Нигматулин, Р. И. Динамика многофазных сред / Р. И. Нигматулин. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
4. Варгафтик, Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик. — М.: Наука, 1982. — 720 с.
5. Кутателадзе, С. С. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах / С. С. Кутателадзе, В. Е. Накоряков. — Новосибирск: Наука. 1984. — 301 с.
6. Базаров, И. П. Термодинамика / И. П. Базаров. — М.: Высш. шк., 1991. — 376 с.

REFERENCES

1. Vakhitova N. K., Shagapov V. Sh. On the Propagation of Small Perturbations in the Vapor-Liquid Bubble Media. [Vakhitova N. K., Shagapov V. Sh. O rasprostranenii malyx vozmushhenij v parozhidkostnykh puzyrkovykh sredax]. *Prikladnaya mexanika i texnicheskaya fizika — The Russian Journal Of Applied Physics*, 1984, vol. 25, no. 5, pp. 34–43.

2. Vakhitova N. K., Shagapov V. Sh. On the Stability of the Bubble of Vapor-Liquid Media. [Vakhitova N. K., Shagapov V. Sh. Ob ustojchivosti puzyrkovykh parozhidkostnykh sred]. *Prikladnaya matematika i mexanika — The Russian Journal Of Applied Physics*, 1986, vol. 50, no. 3, pp. 516–521.

3. Nigmatulin R. I. The Dynamics of Multiphase Media. [Nigmatulin R. I. Dinamika mnogofaznykh sred. Part 1]. Moscow: Nauka, 1987, 464 p.

4. Vargaftik N. B. Tables of Thermophysical Properties of Liquids and Gases. [Vargaftik N. B. Spravochnik po teplofizicheskim svojstvam gazov i zhidkostej]. Moscow: Nauka, 1972, 720 p.

5. Kutateladze S. S, Nakoryakov V. E. Heat and Mass Transfer and Waves in Gas-Liquid Systems. [Kutateladze S. S, Nakoryakov V. E. Teplomassoobmen i volny v gazozhidkostnykh sistemax]. Novosibirsk: Nauka, 1984, 301 p.

6. Bazarov I. P. Thermodynamics. [Bazarov I. P. Termodinamika]. Moscow: Vysshaya Shkola, 1991, 376 p.

Коледин Виктор Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Гуманитарные и естественнонаучные дисциплины Южно-Уральского государственного университета филиала в Нижневартовске, Нижневартовск, Российская Федерация

E-mail: vikoled@mail.ru

Тел.: 8-922-656-53-21

Koledin Viktor Vladimirovich, the candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of humanities and natural sciences of the South Ural State University branch of Nizhnevartovsk, Nizhnevartovsk, Russian Federation

E-mail: vikoled@mail.ru

Tel.: 8-922-656-53-21