УДК 517.956

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ТРЁХМЕРНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Р. Пиров

Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни

Поступила в редакцию 23.01.2015 г.

Аннотация. В работе исследуется вопрос о нахождении решений системы дифференциальных уравнений в частных производных трехмерной теории поля

$$rot\,\vec{A} = \vec{F}(x, y, z), \quad div\,\vec{A} = g(x, y, z), \quad (x, y, z) \in R^3.$$

Здесь вектор-функция $\vec{F}(x, y, z) = (f_1(x, y, z), f_2(x, y, z), f_3(x, y, z))$ и скалярная функция $g(x, y, z)$ считаются известными. Предложен один способ нахождения решений системы. Доказано, что многообразие решений представимо формулой, содержащей одну произвольную гармоническую функцию трех переменных и две гармонические функции двух переменных, если выполнены два условия полной интегрируемости.

Ключевые слова: теория поля, вихревое поле, условия совместности, п.д.- теория.

ON THE METHOD OF FINDING THE SOLUTIONS OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE THREE-DIMENSIONAL FIELD THEORY

R. Pirov

Abstract. In this paper is investigated the problem of finding solutions of differential equations in partial derivatives of a three-dimensional field theory

$$rot\,\vec{A} = \vec{F}(x, y, z), \quad div\,\vec{A} = g(x, y, z), \quad (x, y, z) \in R^3.$$

Here the vector function $\vec{F} = (f_1(x, y, z), f_2(x, y, z), f_3(x, y, z))$ and the scalar function $g(x, y, z)$ assumed to be known. It is suggested one method finding solutions of this system. It is proved that the manifold of solutions of system can be represented by the formula containing one arbitrary harmonic function of three variables and two harmonic function of two variables, if are satisfied two conditions of complete integrability.

Keywords: system equations of a three-dimensional field theory, conditions of complete integrability, manifold of solutions, harmonic function.

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных:

$$rot\,\vec{A} = \vec{F}(x, y, z), \quad div\,\vec{A} = g(x, y, z), \quad (x, y, z) \in R^3. \tag{1}$$

Здесь вектор-функция $\vec{F} = (f_1(x, y, z), f_2(x, y, z), f_3(x, y, z))$ и скалярная функция $g(x, y, z)$ считаются известными и дважды непрерывно дифференцируемыми во всем пространстве

R^3. Решением системы (1) называем вектор-функцию $\vec{A} = (U(x,y,z), V(x,y,z), W(x,y,z))$, $(x,y,z) \in R^3$, которая дважды непрерывно дифференцируема и удовлетворяет уравнениям системы (1).

Система уравнений (1) является общей математической моделью трехмерной теории поля [1], [2]. В скалярной записи система (1) имеет вид

$$W_y - V_z = f_1, \quad U_z - W_x = f_2 \quad V_x - U_y = f_3 \quad U_x + V_y + W_z = g, \quad (x,y,z) \in R^3. \qquad (2)$$

Система вида (2) в отдельных случаях изучена в работах [3]–[5].

Цель настоящей работы состоит в нахождении многообразия решений системы (2) в явном виде. Представление многообразия решений важно при исследовании краевых задач для системы уравнений (2). Полученный результат легко переносится на случай, когда система уравнений задана в односвязной области.

Для нахождения многообразия решений системы (2) применяется следующий способ. В системе уравнений (2) осуществляется переход к цилиндрическим координатам (ρ, φ, z). Частные производные U_z, U_ρ, V_z, V_ρ четырьмя равенствами выражаются через остальные. С помощью этих четырех равенств перекрестным дифференцированием, т.е. приравниванием $(U_z)_\rho$ и $(U_\rho)_z$, $(V_z)_\rho$ и $(V_\rho)_z$, выводим еще два равенства. Из последних двух равенств находим U_φ и V_φ, выразив их через W, производных W и f_1, f_2, f_3, g. Этим самым получаем переопределенную систему из шести уравнений первого порядка с двумя неизвестными функциями U и V. Для этой системы выписываем условия полной интегрируемости ([6]), полагая W известной гармонической функцией. В условиях полной интегрируемости участвуют две гармонические функции двух переменных, порождаемые функцией W. Считая выполненными условия полной интегрируемости, простым интегрированием выводим формулу для нахождения U и V. Полученная формула представляет многообразие решений системы (2).

НАХОЖДЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Пусть множество решений системы уравнений (2) не пусто. В системе уравнений (2) перейдём к цилиндрической системе координат (ρ, φ, z), сохраняя обозначение функций [7]:

$$\begin{cases} U_z \sin\varphi - V_z \cos\varphi + \dfrac{1}{\rho} W_\varphi = f_1(\rho,\varphi,z), \\ U_z \cos\varphi + V_z \sin\varphi - W_\rho = f_2(\rho,\varphi,z), \\ -U_\rho \sin\varphi + V_\rho \cos\varphi - \dfrac{1}{\rho} U_\varphi \cos\varphi - \dfrac{1}{\rho} V_\varphi \sin\varphi = f_3(\rho,\varphi,z), \\ U_\rho \cos\varphi + V_\rho \sin\varphi - \dfrac{1}{\rho} U_\rho \sin\varphi + \dfrac{1}{\rho} V_\varphi \cos\varphi + W_z = g(\rho,\varphi,z). \end{cases} \qquad (3)$$

Найдём из системы (3) частные производные U_z, U_ρ, V_z, V_ρ. Имеем:

$$\begin{cases} U_z = W_\rho \cos\varphi - \dfrac{1}{\rho} W_\varphi \sin\varphi + f_1 \cdot \sin\varphi + f_2 \cdot \cos\varphi, \\ U_\rho = -W_z \cos\varphi - \dfrac{1}{\rho} V_\varphi + g \cdot \cos\varphi - f_3 \cdot \sin\varphi, \\ V_z = W_\rho \sin\varphi + \dfrac{1}{\rho} W_\varphi \cos\varphi + f_2 \sin\varphi - f_1 \cos\varphi, \\ V_\rho = -W_z \sin\varphi + \dfrac{1}{\rho} U_\varphi + f_3 \cdot \cos\varphi + g \cdot \sin\varphi. \end{cases} \qquad (4)$$

За счет перекрестного дифференцирования, т.е. приравнивания $(U_z)_\rho$ и $(U_\rho)_z$, $(V_z)_\rho$ и $(V_\rho)_z$, выводим еще два равенства:

$$(W_{\rho\rho} + W_{zz}) \sin\varphi + \frac{1}{\rho}(-U_{\varphi z} + W_{\varphi\rho} \cos\varphi) - \frac{1}{\rho^2} W_\varphi \cos\varphi + f_{2\rho} \sin\varphi - f_{1\rho} \cos\varphi - f_{3z} \cos\varphi - g_z \sin\varphi = 0,$$

$$(W_{\rho\rho}+W_{zz})\cos\varphi+\frac{1}{\rho}(V_{\varphi z}-W_{\varphi\rho}\sin\varphi)+\frac{1}{\rho}W_{\varphi}\sin\varphi+f_{1\rho}\cdot\sin\varphi+f_{2\rho}\cdot\cos\varphi-g_z\cos\varphi+f_{3z}\cdot\sin\varphi=0,$$

отсюда, производя эквивалентные преобразования, имеем:

$$(W_{\rho\rho}+W_{zz})+\frac{1}{\rho}(V_{\varphi z}\cos\varphi-U_{\varphi z}\sin\varphi)+f_{2\rho}-g_z=0,$$

$$\frac{1}{\rho}W_{\varphi\rho}-\frac{1}{\rho^2}W_{\varphi}-\frac{1}{\rho}(V_{\varphi z}\sin\varphi+U_{\varphi z}\cos\varphi)-f_{1\rho}-f_{3z}=0,$$

$$\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial z}(V_{\varphi}\cos\varphi-U_{\varphi}\sin\varphi)=\frac{1}{\rho^2}W_{\varphi\varphi}+\frac{1}{\rho}W_{\rho}+g_z-f_{2\rho},$$

$$\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial z}(V_{\varphi}\sin\varphi+U_{\varphi}\cos\varphi)=-\frac{1}{\rho^2}W_{\varphi}+\frac{1}{\rho}W_{\varphi\rho}-f_{1\rho}-f_{3z},$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(V_{\varphi}\cos\varphi-U_{\varphi}\sin\varphi)=\frac{1}{\rho}W_{\varphi\varphi}+W_{\rho}+\rho(g_z-f_{2\rho}),$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(V_{\varphi}\sin\varphi+U_{\varphi}\cos\varphi)=-\frac{1}{\rho^2}W_{\varphi}+W_{\varphi\rho}-\rho(f_{1\rho}+f_{3z}),$$

$$-U_{\varphi}\sin\varphi+V_{\varphi}\cos\varphi=\int\left[W_{\rho}+\frac{1}{\rho}W_{\varphi\varphi}+\rho(g_z-f_{2\rho})\right]dz+\widetilde{\psi}(\rho,\varphi),$$

$$U_{\varphi}\cos\varphi+V_{\varphi}\sin\varphi=\int\left[W_{\varphi\rho}-\frac{1}{\rho}W_{\varphi}-\rho(f_{1\rho}+f_{3z})\right]dz+\widetilde{\psi}_2(\rho,\varphi).$$

Из последних двух равенств находим U_{φ} и V_{φ}:

$$\begin{aligned}
U_{\varphi}&=\cos\varphi\left\{\int\left[W_{\varphi\rho}-\frac{1}{\rho}W_{\varphi}-\rho(f_{1\rho}+f_{3z})\right]dz+\widetilde{\psi}_2\right\}-\\
&\quad-\sin\varphi\left\{\int\left[W_{\rho}+\frac{1}{\rho}W_{\varphi\varphi}+\rho(g_z-f_{2\rho}\right]dz+\widetilde{\psi}_1\right\}(\equiv L_5),\\
V_{\varphi}&=\cos\varphi\left\{\int\left[W_{\rho}+\frac{1}{\rho}W_{\varphi\varphi}+\rho(g_z-f_{2\rho})\right]dz+\widetilde{\psi}_1\right\}+\\
&\quad+\sin\varphi\left\{\int\left[W_{\varphi\rho}-\frac{1}{\rho}W_{\varphi}-\rho(f_{1\rho}+f_{3z})\right]dz+\widetilde{\psi}_2\right\}(\equiv L_6).
\end{aligned}\tag{5}$$

Объединяя (4) и (5) и полагая W известной гармонической функцией, получаем следующую переопределенную систему уравнений относительно неизвестных U и V:

$$\left\{\begin{aligned}
&U_z=W_p\cos\varphi-\frac{1}{\rho}W_{\varphi}\sin\varphi+f_1\sin\varphi+f_2\cos\varphi,\\
&U_p=-W_z\cos\varphi-\frac{1}{\rho}L_6+g\cos\varphi-f_3\sin\varphi,\\
&U_{\varphi}=\int\left\{\left[W_{\varphi\varphi}-\frac{1}{\rho}W_{\varphi}-\rho\,(f_{1\rho}-f_{3z})\right]\cos\varphi-\right.\\
&\qquad\left.-\left[W_{\rho}+\frac{1}{\rho}W_{\varphi\varphi}+\rho\,(g_z-f_{z\rho})\right]\sin\varphi\right\}dz+\widetilde{\psi}_2\cos\varphi-\widetilde{\psi}_1\sin\varphi,\\
&V_z=W_{\rho}\sin\varphi+\frac{1}{\rho}W_{\varphi}\cos\varphi+f_2\sin\varphi-f_1\cos\varphi,\\
&V_{\rho}=W_z\sin\varphi+\frac{1}{\rho}L_5+f_3\cos\varphi+g\sin\varphi,\\
&V_{\varphi}=\int\left\{\left[W_{\rho}+\frac{1}{\rho}W_{\varphi\varphi}+\rho\,(g_z-f_{2\rho})\right]\cos\varphi+\right.\\
&\qquad\left.+\left[W_{\varphi\rho}-\frac{1}{\rho}W_{\varphi}-\rho\,(f_{1\rho}-f_{3z})\right]\sin\varphi\right\}dz+\widetilde{\psi}_1\cos\varphi+\widetilde{\psi}_2\sin\varphi,
\end{aligned}\right.\tag{6}$$

Для полной интегрируемости системы уравнений (6), согласно общей теории [6], необходимо и достаточно выполнения условий $\partial_\rho(6_1) = \partial_z(6_2)$, $\partial_\varphi(6_1) = \partial_z(6_3)$, $\partial_\rho(6_4) = \partial_z(6_5)$, $\partial_\varphi(6_4) = \partial_z(6_6)$ и $\partial_\varphi(6_2) = \partial_\rho(6_3)$, $\partial_\varphi(6_5) = \partial_\rho(6_6)$. Первые четыре условия выполняются автоматически. А последние два условия эквивалентны следующим:

$$\begin{gathered}
\left(\frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_1 - \frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_{2\varphi} - g - f_{3\varphi}\right)\sin\varphi + \left(\frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_2 + \frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_{1\varphi} + f_3 + g_\varphi\right)\cos\varphi + \\
+\frac{\partial}{\partial\rho}\left\{\int\left[\rho(f_{1\rho} + f_{3z})\cos\varphi + (g_z - f_{2\rho})\sin\varphi\right]dz\right\} = 0, \\
\left(\frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_1 - \frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_{2\rho} - g - f_{3\varphi}\right)\cos\varphi + \left(\frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_2 + \frac{1}{\rho}\widetilde{\psi}_{1\varphi} - f_3 + g_z\right)\sin\varphi + \\
+\frac{\partial}{\partial\rho}\left\{\int\left[\rho(g_z - f_{2\rho})\cos\varphi - (f_{1\rho} + f_{3z})\sin\varphi\right]dz\right\} = 0.
\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь $\widetilde{\psi}_1(\rho,\varphi)$, $\widetilde{\psi}_2(\rho,\varphi)$ — две гармонические функции, порождаемые функцией W.

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема. *Пусть выполнены условия (7), где W — произвольная гармоническая функция трех переменных, $\widetilde{\psi}_1(\rho,\varphi)$, $\widetilde{\psi}_2(\rho,\varphi)$ - две гармонические функции, порождаемые функцией W. Тогда многообразие решений системы уравнений (2) представимо формулой*

$$\begin{aligned}
U(\rho,\varphi,z) = &\int\left(W_\rho\cdot\cos\varphi - \frac{1}{\rho}W_\varphi\cdot\sin\varphi + f_1\cdot\sin\varphi + f_2\cdot\cos\varphi\right)dz + \int(-W_z\cdot\cos\varphi - \\
&-\frac{1}{\rho}L_6 + g\cdot\cos\varphi + f_3\cdot\sin\varphi\Big)\,dp + \int\left(\int\left\{\left[W_{\varphi\rho} - \frac{1}{p}W_\varphi - p\,(f_{1p} + f_{3z})\right]\cdot\cos\varphi - \right.\right. \\
&-\left.\left.\left[W_\rho - \frac{1}{p}W_{\varphi\varphi} - p\,(g_z - f_{2p})\right]\sin\varphi\right\}dz + \widetilde{\psi}_2\cos\varphi - \widetilde{\psi}_1\sin\varphi\right)d\varphi + c_1, \\
V(\rho,\varphi,z) = &\int\left(W_\rho\cdot\sin\varphi + \frac{1}{\rho}W_\varphi\cdot\cos\varphi + f_2\cdot\sin\varphi - f_1\cdot\cos\varphi\right)dz + \int(-W_z\cdot\sin\varphi + \\
&+\frac{1}{\rho}L_5 + g\cdot\sin\varphi + f_3\cdot\cos\varphi\Big)\,dp + \int\left(\int\left\{\left[W_\rho + \frac{1}{p}W_{\varphi\varphi} + p\,(g_z - f_{2p})\right]\cdot\cos\varphi + \right.\right. \\
&+\left.\left.\left[W_{\varphi p} - \frac{1}{p}W_\varphi - p\,(f_{1p} + f_{3z})\right]\sin\varphi\right\}dz + \widetilde{\psi}_1\cos\varphi + \widetilde{\psi}_2\sin\varphi\right)d\varphi + c_2.
\end{aligned} \tag{8}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морс, Ф. М. Методы теоретической физики / Ф. М. Морс, Г. Фешбах. — М.: Иностранная литература, 1958. — 930 с.

2. Ландау, Л. Д. Теория поля. Т. 2 / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — М.: ГИФМЛ, 1960. — 400 с.

3. Михайлов, Л. Г. Об условиях совместности и многообразиях решений некоторых переопределенных систем уравнений в частных производных с тремя неизвестными функциями / Л. Г. Михайлов, Р. Пиров // Доклады РАН. — 2013. — Т. 451, № 3. — С. 251–254.

4. Пиров, Р. Исследование одной переопределенной системы вытекающее из осесимметрического случая трехмерной задачи теории поля / Р. Пиров // Вестник педуниверситета. — 2005. — № 4. — С. 20–22

5. Пиров, Р. О решении неоднородной трёхмерной задачи теории поля / Р. Пиров // Вестник педуниверситета. — 2012. — № 6 (49). — С. 22–26.

6. Хартман, Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Ф. Хартман. — М.: Мир, 1970. — 719 с.

7. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. — М.: Иностранная литература, 1950. — 328 с.

8. Баев, А. Д. О некоторых свойствах одного класса псевдодифференциальных операторов с вырождением / А. Д. Баев, П. А. Кобылинский // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 2. — С. 66–73.

9. Баев, А. Д. Теоремы об ограниченности и композиции для одного класса весовых псевдодифференциальных операторов / А. Д. Баев, Р. А. Ковалевский // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 1. — С. 39–49.

10. О единственности классического решения математической модели вынужденных колебаний стержневой системы с особенностями / А. Д. Баев, С. А. Шабров, Ф. В. Голованёва, Меач Мон // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 2. — С. 74–80.

11. Баев, А. Д. О единственности решения математической модели вынужденных колебаний струны с особенностями / А. Д. Баев, С. А. Шабров, Меач Мон // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 1. — С. 50–55.

12. Лылов, Е. В. Анализ математической модели, реализуемой в виде гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными / Е. В. Лылов, С. А. Шабров // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2013. — № 2. — С. 230–235.

13. Юлдашев, Т. К. Смешанная задача для нелинейного уравнения с псевдопараболическим оператором высокой степени / Т. К. Юлдашев // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2013. — № 2. — С. 277–295.

REFERENCES

1. Morse F. M., Feshbach G. Methods of Theoretical Physics. [Mors, F. M., Feshbax G. Metody teoreticheskoj fiziki]. Moscow, 1958, 930 p.

2. Landau L. D., Lifshitz E. M. Field theory. V. 2. [Landau L. D., Lifshic E. M. Teoriya polya. T. 2]. Moscow, 1960, 400 p.

3. Mikhailov L. G., Pirov F. On conditions of consistency and manifolds of solutions of some overdetermined systems of partial differential equations with three unknown functions. [Mixajlov L. G., Pirov R. Ob usloviyax sovmestnosti i mnogoobraziyax reshenij nekotoryx pereopredelennyx sistem uravnenij v chastnyx proizvodnyx s tremya neizvestnymi funkciyami]. *Doklady Akademii nauk — Doklady Mathematics*, 2013, vol. 451, iss. 3, pp. 251–254.

4. Pirov R. Investigation of a reimplementation of the system derived from the case of axially symmetric three-dimensional problems of the theory of fields. [Pirov R. Issledovanie odnoj pereopredelennoj sistemy vytekayushhee iz osesimmetricheskogo sluchaya trexmernoj zadachi teorii polya]. *Vestnik peduniversiteta — Bulletin peduniversiteta*, 2005, no. 4, pp. 20–22.

5. Pirov R. On the solution of the inhomogeneous three-dimensional field theory. [Pirov R. O reshenii neodnorodnoj tryoxmernoj zadachi teorii polya]. *Vestnik peduniversiteta — Bulletin peduniversiteta*, 2012, no. 6 (49), pp. 22–26.

6. Hartman Ph. Ordinary differential equations. [Xartman F. Obyknovennye differencial'nye uravneniya]. Moscow: Mir, 1970, 719 p.

7. Kamke E. Handbook of Ordinary Differential equations. [Kamke E'. Spravochnik po obyknovennym differencial'nym uravneniyam]. Moscow, 1950, 328 p.

8. Baev A. D., Kobylinskii P. A. Some properties of a class of pseudodifferential operators with degeneration. [Baev A. D., Kobylinskij P. A. O nekotoryx svojstvax odnogo klassa psevdodifferencial'nyx operatorov s vyrozhdeniem]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 2, pp. 66–73.

9. Baev A. D., Kovalevsky R. A. Theorems on boundedness and composition for a class of weighted pseudodifferential operators. [Baev A. D., Kovalevskij R. A. Teoremy ob ogranichennosti i kompozicii dlya odnogo klassa vesovyx psevdodifferencial'nyx operatorov]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State*

University. Series: Physics. Mathematics, 2014, no. 1, pp. 39–49.

10. Baev A. D., Shabrov S. A., Golovaneva F. V., Meach Mon About unique classical solution mathematical model of forced vibrations rod system with singularities. [Baev A. D., Shabrov S. A., Golovanyova F. V., Meach Mon O edinstvennosti klassicheskogo resheniya matematicheskoj modeli vynuzhdennyx kolebanij sterzhnevoj sistemy s osobennostyami]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 2, pp. 74–80.

11. Baev A. D., Shabrov S. A., Meach Mon Uniqueness of the solution mathematical model of forced string oscillation singularities. [Baev A. D., Shabrov S. A., Meach Mon O edinstvennosti resheniya matematicheskoj modeli vynuzhdennyx kolebanij struny s osobennostyami]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 1, pp. 50–55.

12. Lylov E. V., Shabrov S. A. Analysis of mathematical models implemented in the form of a hyperbolic equation with two independent variables. [Lylov E. V., Shabrov S. A. Analiz matematicheskoj modeli, realizuemoj v vide giperbolicheskogo uravneniya s dvumya nezavisimymi peremennymi]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2013, no. 2, pp. 230–235.

13. Yuldashev T. K. Mixed value problem for nonlinear equation with pseudoparabolic operator of higher power. [Yuldashev T. K. Smeshannaya zadacha dlya nelinejnogo uravneniya s psevdoparabolicheskim operatorom vysokoj stepeni]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2013, no. 2, pp. 277–295.

Пиров Рахмон, профессор кафедры математического анализа Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни, г. Душанбе, Республика Таджикистан
E-mail: pirov_60@mail.ru
Тел.: (+992)919–43–70–75

Pirov Rahmon, professor of the chair analysis, Tajik State Pedagogical University by name S. Ayni, Dushanbe, Republic of Tajikistan
E-mail: pirov_60@mail.ru
Tel.: (+992)919–43–70–75