УДК 621.391

КВАЗИПРАВДОПОДОБНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ФОРМОЙ И МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ*

А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 24.09.2015 г.

Аннотация. Выполнены синтез и анализ квазиправдоподобного алгоритма обнаружения сигнала с неизвестными формой и моментами появления и исчезновения, наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума. Найдены асимптотически точные (с ростом отношения сигнал/шум) статистические характеристики синтезированного алгоритма. Выполнено статистическое моделирование алгоритма обнаружения. Найдены границы применимости полученных асимптотических выражений.

Ключевые слова: моменты появления и исчезновения, квазиправдоподобный алгоритм обнаружения, вероятность ложной тревоги, вероятность пропуска сигнала, отношение сигнал-шум, амплитуда, начальная фаза.

QUASILIKILIHOOD DETECTION OF SIGNAL WITH UNKNOWN FORMS AND MOMENTS OF APPEARANCE AND DISAPPEARANCE

A. P. Trifonov, Yu. E. Korchagin

Abstract. Detection algorithms waveform signal with unknown moments of appearance and disappearance are considired. The asymptotic (at large signal/noise ratio) characteristiks of synthesized algorithms are found. Statistical modeling of synthesized algorithms completed.

Keywords: appearance and disappearance moments, quasi likelihood estimation, bias, variance, signal/noise ratioб amplitude, initial phase.

В различных приложениях теории связи, локации, навигации, управления возникает необходимость в приёме сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения. Кроме этого, зачастую на приёмной стороне неизвестна также форма принимаемого сигнала или какие либо его параметры [1-5]. В данной работе рассмотрены алгоритмы обнаружения сигнала произвольной формы с неизвестными моментами появления и исчезновения на фоне гауссовского белого шума.

1. ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМ МОМЕНТОМ ИСЧЕЗНОВЕНИЯ

Пусть на фоне аддитивного гауссовского белого шума подлежит обнаружению сигнал

$$s\left(t, \theta_{01}, \theta_{02}\right) = \begin{cases} f(t), & \theta_{01} \leqslant t \leqslant \theta_{02}, \\ 0, & t < \theta_{01}, t > \theta_{02}, \end{cases} \tag{1}$$

* Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 15–11–10022)

форма которого описывается функцией $f(t)$, а θ_{01} и θ_{02} — его моменты появления и исчезновения соответственно.

Предположим сначала, что на приёмной стороне неизвестны форма сигнала $f(t)$ и момент исчезновения, который может принимать значения из априорного интервала

$$\theta_{02} \in [\theta_{2\min}, \theta_{2\max}] . \tag{2}$$

Сформулируем задачу обнаружения в терминах теории проверки статистических гипотез [7]–[9]. Подлежит проверке простая гипотеза H_0: $x(t) = n(t)$ — сигнал отсутствует в наблюдаемой реализации $x(t)$ — против сложной альтернативы H_1: $x(t) = n(t) + s(t, \theta_{01}, \theta_{02})$ — сигнал присутствует. Здесь $n(t)$— реализация гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0.

Будем также считать, что интервал наблюдения $[0, T]$ удовлетворяет условию $0 \quad \theta_{01} < \theta_{2\max} \quad T$, так что сигнал (1) полностью размещается в этом интервале.

Если форма и момент исчезновения сигнала априори известны, то для синтеза приёмного устройства можно воспользоваться методом максимального правдоподобия (МП) [6]–[8]. Приёмник МП должен формировать случайную величину $L_0 = L(\theta_{01}, \theta_{02})$, где [6]–[8]

$$L(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} [x(t) - f(t)/2] f(t)\, dt \tag{3}$$

— логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [7], [8].

Решение о наличии или отсутствии сигнала в реализации наблюдаемых данных принимается на основе сравнения величины L_0 с порогом c

$$L_0 \mathop{\gtrless}_{H_0}^{H_1} c. \tag{4}$$

Если порог c превышен, выносится решение о наличии сигнала, в противном случае — об отсутствии. Значение порога c зависит от выбранного критерия оптимальности. Например, для критерия максимального правдоподобия $c = 0$, а для критерия Неймана-Пирсона порог определяется фиксированным значением вероятности ложной тревоги.

Вероятности ошибок [7], [8] 1-го рода α_0 (ложной тревоги) и 2-го рода β_0 (пропуска сигнала) алгоритма обнаружения (4) известны [8]

$$\alpha_0 = 1 - \Phi(c/z_0 + z_0/2), \qquad \beta_0 = \Phi(c/z_0 - z_0/2), \tag{5}$$

где

$$z_0^2 = \frac{2}{N_0} \int\limits_{\theta_{01}}^{\theta_{02}} f^2(t)\, dt$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приёмника, а $\Phi(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} \exp\left(-t^2/2\right) dt \Big/ \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности.

Один из способов преодоления априорной неопределённости относительно момента исчезновения и формы сигнала (1) — использование квазиправдоподобного (КП) алгоритма обнаружения [7], [8], согласно которому приёмник формирует и сравнивает с порогом логарифм ФОП (3) для некоторых ожидаемых момента исчезновения θ_2^* из области (2) и формы сигнала $g(t)$

$$L^* = L^*(\theta_{01}, \theta_2^*) \mathop{\gtrless}_{H_0}^{H_1} c, \tag{6}$$

$$L^*(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} [x(t) - g(t)/2]\, g(t)\, dt. \tag{7}$$

Блок-схему КП обнаружителя (6) можно изобразить в виде рис. 1, где К — ключ, замкнутый на отрезке времени $[\theta_{01}, \theta_2^*]$, И — интегратор, РУ — решающее устройство, осуществляющее сравнение выходного сигнала интегратора в момент времени $t = \theta_2^*$ с порогом c и выносящее решение в пользу одной из гипотез. Часть блок-схемы рис. 1, выделенную штри-

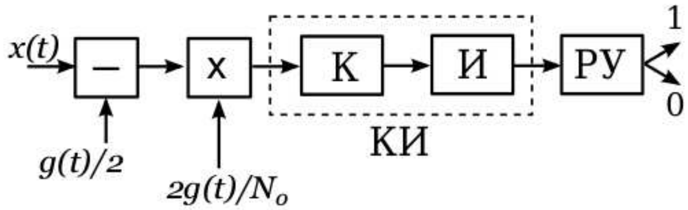

Рис. 1.

ховой линией, будем называть коммутируемым интегратором (КИ).

Для нахождения вероятностей ошибок обнаружения при использовании КП алгоритма (6) запишем функцию распределения гауссовской случайной величины L^* в виде

$$P\{L^* < x\,|H_j\} = \Phi\left[(x - s_j)/\sqrt{D}\right] \tag{8}$$

где

$$s_0 = \langle L^*\,|H_0\rangle = -z_g^2/2, \quad s_1 = \langle L^*\,|H_1\rangle = Z_{fg} - z_g^2/2, \quad D = \left\langle (L^* - s_1)^2 \right\rangle = \left\langle (L^* - s_0)^2 \right\rangle = z_g^2,$$

$$z_g^2 = \frac{2}{N_0} \int\limits_{\theta_{01}}^{\theta_2^*} g^2(t)\, dt, \quad Z_{fg} = \frac{2}{N_0} \int\limits_{\theta_{01}}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} g(t)\, f(t)\, dt. \tag{9}$$

Следовательно, для вероятностей ошибок алгоритма (6) получаем

$$\alpha^* = P\{L^* > c\,|H_0\} = 1 - \Phi(c/z_g + z_g/2), \tag{10}$$

$$\beta^*(\theta_{02}) = P\{L^* < c\,|H_1\} = \Phi\left[\left(c - Z_{fg} + z_g^2/2\right)/\, z_g\right]. \tag{11}$$

Исследуем состоятельность алгоритма обнаружения (6). Для этого рассмотрим поведение вероятности пропуска сигнала (11) при фиксированной вероятности ложной тревоги (10). Выражая из (10) порог c как функцию вероятности ложной тревоги и подставляя его в формулу (11), получаем

$$\beta^*(\theta_{02}) = \Phi\left(arc\Phi(1 - \alpha^*) + (s_0 - s_1)\Big/\sqrt{D}\right) = \Phi\left(arc\Phi(1 - \alpha^*) - Z_{fg}/z_g\right), \tag{12}$$

где $arc\Phi(x)$ — функция, обратная к интегралу вероятности. Согласно (12), при неизменной вероятности ложной тревоги $\alpha^* = \text{const}$ и снижении уровня шума $N_0 \to 0$ вероятность пропуска сигнала $\beta^* \to 0$, если

$$Z_{fg} > 0. \tag{13}$$

В качестве примера рассмотрим КП обнаружение прямоугольного импульса со скошенной вершиной

$$f(t) = A_r\left[1 + (1 - \gamma_0)(t - \theta_{01})/\gamma_0 T_{\max}\right] \gamma_0 \sqrt{3/\left(\gamma_0^2 + \gamma_0 + 1\right)}. \tag{14}$$

Здесь величина A_r характеризует амплитуду сигнала, а $\gamma_0 = f(\theta_{01})/f(\theta_{2\max})$ — наклон скошенной вершины импульса, $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{01}$ — максимальная длительность сигнала. Выберем величины θ_{01} и $\theta_{2\max}$ фиксированными и обозначим $k = T_{\max}/T_{\min}$, $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{01}$. Тогда изменение длины априорного интервала момента исчезновения происходит с изменением левой его границы $\theta_{2\min}$ с помощью величины k. Множитель $\gamma_0\sqrt{3/\left(\gamma_0^2+\gamma_0+1\right)}$ в выражении (14) необходим для того, чтобы энергия сигнала максимальной длительности $E_{\max} = \int\limits_{\theta_{01}}^{\theta_{2\max}} f^2(t)\,dt = A_r^2 T_{\max}$ не зависела от наклона его скошенной вершины.

Будем полагать, что опорный сигнал совпадает с принимаемым. Подставляя (14) в (9), находим

$$z_g^2 = z_r^2\Delta(\tau^*), \quad Z_{fg} = z_r^2\Delta\left[\min(\tau_0,\tau^*)\right],$$

$$\Delta(x) = x\left[3\gamma_0^2 + 3\gamma_0(1-\gamma_0)x + (1-\gamma_0)^2x^2\right]/\left(1+\gamma_0+\gamma_0^2\right),$$

где обозначено $z_r^2 = 2A_r^2T_{\max}/N_0$, $\tau_0 = (\theta_{02}-\theta_{01})/T_{\max}$ — нормированная длительность принятого сигнала, $\tau^* = (\theta_2^* - \theta_{01})/T_{\max}$ — нормированная длительность ожидаемого сигнала.

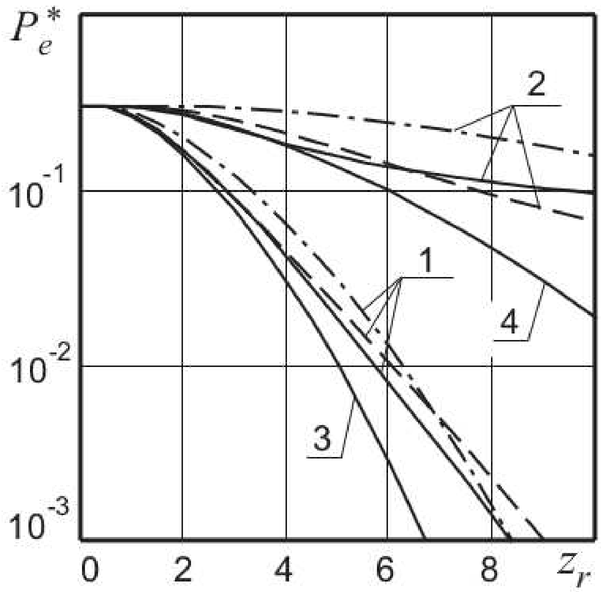

Рис. 2.

На рис. 2 показана безусловная средняя вероятность ошибки

$$P_e^* = p_0\alpha^* + p_1\int\limits_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \beta^*(\theta_2)\,W_{pr}(\theta_2)\,d\theta_2$$

для $\gamma_0 = 10$ (кривые 1), $\gamma_0 = 0{,}1$ (кривые 2) и $p_0 = 0{,}7$. При построении безусловной средней вероятности ошибки порог находился как $c = \arg\ \inf P_e^*$, а априорная плотность вероятности момента исчезновения считалась равномерной на интервале (2)

$$W_{pr}(\theta_2) = 1/(\theta_{2\max} - \theta_{2\min}).$$

Сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые соответствуют положениям ожидаемого момента исчезновения сигнала, при которых $\tau^* = 0{,}5$, $\tau^* = 0{,}75$ и $\tau^* = 0,25$ соответственно. Цифрами 3 и 4 обозначены зависимости $P_e^*(z_r)$ при известном моменте исчезновения, $\gamma_0 = 10$ и $\gamma_0 = 0{,}1$ соответственно, рассчитанные с помощью выражений (5).

Как видно из рис. 2, незнание момента исчезновения сигнала приводит к проигрышу КП алгоритма обнаружения (6) по сравнению с алгоритмом (4).

С целью уменьшения проигрыша можно использовать другой способ преодоления априорной неопределённости — адаптация приёмного устройства по неизвестному моменту исчезновения [6]–[9]. Тогда приёмник должен формировать решающую статистику (7) ля всех возможных моментов исчезновения из отрезка (2) и находить величину ее максимума

$$L_g = \sup L^*(\theta_2). \tag{15}$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения величины (15) с порогом

$$L_g \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} c. \tag{16}$$

Блок-схему КП обнаружителя (16) можно изобразить в виде рис. 3.

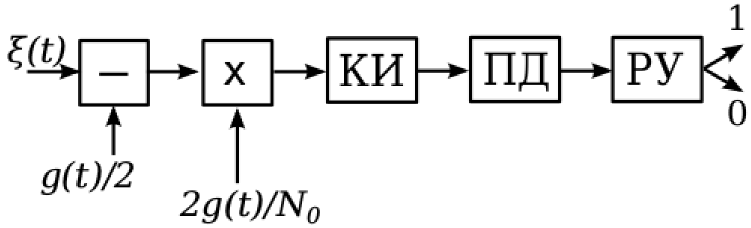

Рис. 3.

Здесь коммутируемый интегратор КИ работает в интервале времени $[\theta_{01}, \theta_{2\max}]$, ПД — пиковый детектор, определяющий величину максимума сигнала на интервале времени $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$, РУ — решающее устройство, осуществляющее сравнение выходного сигнала пикового детектора в момент $t = \theta_{2\max}$ с порогом c и вырабатывающее решение в пользу одной из гипотез.

При совпадении опорного и принятого сигналов $f(t) = g(t)$ КП алгоритм обнаружения (16) совпадает с МП алгоритмом, согласно которому, приёмник должен формировать логарифм ФОП $L(\theta_2) = L(\theta_{01}, \theta_2)$ (3) для всех возможных значений момента исчезновения (2) и находить величину его максимума

$$L = \sup L(\theta_2). \tag{17}$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения величины (17) с порогом

$$L \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} c. \tag{18}$$

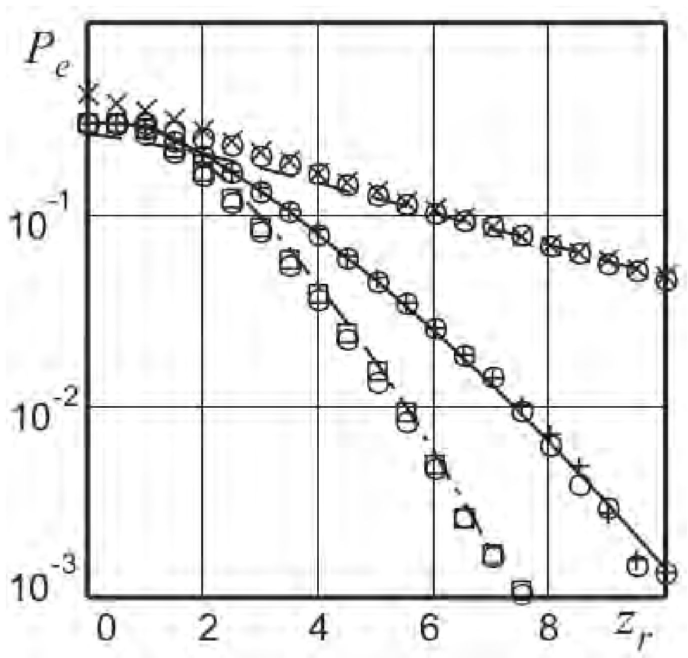

Рис. 4.

Алгоритм (18), реализующий МП обнаружитель, исследован в [6]. В этой работе методом локально-марковской аппроксимации [8], [9] найдены асимптотически точные (с ростом ОСШ) выражения для вероятности ложной тревоги α и условной вероятности пропуска $\beta(\theta_{02})$. На рис. 4 показана безусловная средняя вероятность ошибки МП алгоритма (18)

$$P_e = p_0\alpha + p_1 \int\limits_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \beta(\theta_2)\, W_{pr}(\theta_2)\, d\theta_2$$

для $\gamma_0 = 10$ (штрих-пунктирная) и $\gamma_0 = 1$ (сплошная) и $\gamma_0 = 0{,}1$ (штриховая кривые), $p_0 = 0{,}7$ и $c = \arg\inf P_e$. Априорная плотность вероятности момента исчезновения считалась равномерной на интервале (2).

Рассмотрим далее возможность применения классического байесовского подхода [7] к обнаружению сигнала (1), согласно которому приёмник должен формировать случайную величину

$$\Lambda = \int\limits_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \exp\left[L\left(\theta_2\right)\right] W_{pr}\left(\theta_2\right) d\theta_2. \tag{19}$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения величины (19) с порогом

$$c = \frac{p_0\left(C_{01} - C_{00}\right)}{p_1\left(C_{10} - C_{11}\right)}, \tag{20}$$

где C_{ij} — матрица потерь.

К сожалению, найти характеристики работы байесовского алгоритма обнаружения аналитически не удаётся. Исследование эффективности байесовского обнаружителя выполнено методами статистического моделирования на ЭВМ в работе [6]. На рис. 4 показаны результаты статистического моделирования МП алгоритма (18) приёма сигнала (1), (14) крестиками для $\gamma_0 = 0{,}1$, плюсиками для $\gamma_0 = 1$ и квадратиками для $\gamma_0 = 10$. Как видно, при $z_r > 4$ асимптотические характеристики удовлетворительно описывают экспериментальные данные.

На том же рисунке кружками изображены результаты моделирования байесовского алгоритма обнаружения при $C_{01} = C_{00}$, $C_{10} = C_{11}$. Характеристики байесовского обнаружителя практически совпадают с характеристиками МП обнаружителя с оптимизированным порогом [7].

2. ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ

Предположим теперь, что на приёмной стороне неизвестна форма $f\left(t\right)$, и моменты появления и исчезновения сигнала (1), которые могут принимать значения из априорных интервалов

$$\theta_{01} \in \left[\theta_{1\min}, \theta_{1\max}\right], \quad \theta_{02} \in \left[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}\right], \quad \theta_{1\max} \quad \theta_{2\min}. \tag{21}$$

Будем также считать, что интервал наблюдения $[0, T]$ удовлетворяет условию $0 \quad \theta_{1\min} < \theta_{2\max} \quad T$, так что сигнал (1) полностью размещается в этом интервале.

Один из способов преодоления априорной неопределённости относительно формы и моментов появления и исчезновения сигнала (1) — использование КП алгоритма обнаружения [7], [8], согласно которому приёмник формирует и сравнивает с порогом решающую статистику (7) для некоторых ожидаемых моментов появления θ_1^*, исчезновения θ_2^* из априорной области (2) и формы сигнала $g\left(t\right)$

$$L^* = L^*\left(\theta_1^*, \theta_2^*\right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} c \tag{22}$$

Блок-схему КП обнаружителя (22) можно изобразить в виде рис. 1, где коммутируемый интегратор КИ работает в интервале времени $[\theta_1^*, \theta_2^*]$, а решающее устройство РУ на основе сравнения с порогом выходного сигнала КИ выносит решение в пользу одной из гипотез.

Находим далее математические ожидания и дисперсию случайной величины (22), подставляя которые в (8), записываем вероятности ошибок в виде (10) и (11), где

$$z_g^2 = \frac{2}{N_0} \int\limits_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} g^2\left(t\right) dt, \qquad Z_{fg} = \frac{2}{N_0} \int\limits_{\max\left(\theta_{01}, \theta_1^*\right)}^{\min\left(\theta_{02}, \theta_2^*\right)} g\left(t\right) f\left(t\right) dt. \tag{23}$$

Исследование состоятельности алгоритма обнаружения (22) аналогично (12) приводит к условию (13).

В качестве примера рассмотрим КП обнаружение прямоугольного импульса со скошенной вершиной

$$f(t) = A_r \left[1 + 2(1-\gamma_0)(t-\theta) / (1+\gamma_0) T_{\max}\right] \sqrt{3/\left(\gamma_0^2 + \gamma_0 + 1\right)}(1+\gamma_0)/2 \tag{24}$$

Здесь величина A_r характеризует амплитуду сигнала, а $\gamma_0 = f(\theta_{1\min}) / f(\theta_{2\max})$ — наклон скошенной вершины импульса, $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ — максимальная длительность сигнала, $\theta = (\theta_{2\max} + \theta_{1\min})/2$ — середина отрезка $[\theta_{1\min}, \theta_{2\max}]$. Выберем величины $\theta_{1\min}$ и $\theta_{2\max}$ фиксированными и обозначим $k = T_{\max}/T_{\min}$, $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{1\max}$. Будем полагать, что $\theta_{1\max}$ и $\theta_{2\min}$ располагаются симметрично относительно θ, то есть $\theta_{2\min} - \theta = \theta - \theta_{1\max}$. Тогда длины априорных интервалов моментов появления и исчезновения одинаковы, а их изменение происходит согласованно с изменением $\theta_{1\max}$ и $\theta_{2\min}$ с помощью величины k. Множитель $\sqrt{3/\left(\gamma_0^2 + \gamma_0 + 1\right)}(\gamma_0 + 1)/2$ в выражении (24) необходим для того, чтобы энергия сигнала максимальной длительности $E_{\max} = \int\limits_{\theta_{1\min}}^{\theta_{2\max}} f^2(t)\,dt = A_r^2 T_{\max}$ не зависела от наклона его скошенной вершины.

Будем полагать, что опорный сигнал совпадает с принимаемым. Подставляя (24) в (23), находим

$$z_g^2 = z_r^2 \Delta(\lambda_1^*, \lambda_2^*), \qquad Z_{fg} = z_r^2 \Delta\left[\min(\lambda_{01}, \lambda_1^*), \min(\lambda_{02}, \lambda_2^*)\right],$$

$$\Delta(x) = \left[3(1+\gamma_0)^2 (y+x)/4 + 3\left(1-\gamma_0^2\right)\left(y^2 - x^2\right)/2 + (1-\gamma_0)^2\left(y^3 + x^3\right)\right] / \left(1 + \gamma_0 + \gamma_0^2\right),$$

где обозначено $z_r^2 = 2A_r^2 T_{\max}/N_0$, $\lambda_{01} = (\theta - \theta_{01})/T_{\max}$, $\lambda_{02} = (\theta_{02} - \theta)/T_{\max}$ — нормированные положения моментов появления и исчезновения принятого сигнала, $\lambda_1^* = (\theta - \theta_1^*)/T_{\max}$, $\lambda_2^* = (\theta_2^* - \theta)/T_{\max}$ — нормированные положения моментов появления и исчезновения ожидаемого сигнала.

На рис. 5 показана безусловная средняя вероятность ошибки

$$P_e^* = p_0 \alpha^* + p_1 \int\limits_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} \int\limits_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \beta^*(\theta_1, \theta_2)\, W_{pr}(\theta_1, \theta_2)\, d\theta_2$$

для $\gamma_0 = 10$, $\gamma_0 = 0{,}1$ и $p_0 = 0{,}7$. При построении безусловной средней вероятности ошибки порог находился как $c = \arg\ \inf P_e^*$, а априорная плотность вероятности моментов появления и исчезновения считалась равномерной на интервале (2)

$$W_{pr}(\theta_1, \theta_2) = 1/(\theta_{1\max} - \theta_{1\min})(\theta_{2\max} - \theta_{2\min}).$$

Сплошная, штриховая и штрих-пунктирная кривые соответствуют положениям ожидаемых моментов появления и исчезновения соответственно $\lambda_1^* = \lambda_2^* = 0{,}25$, $\lambda_1^* = \lambda_2^* = 0{,}5$ и $\lambda_1^* = \lambda_2^* = 0{,}125$. На том же рисунке показана средняя вероятность ошибки при известных моментах появления и исчезновения — кривая 1 для $\gamma_0 = 10$ и $\gamma_0 = 0{,}1$.

Как видно из рис. 5, незнание момента исчезновения сигнала приводит к существенному проигрышу КП алгоритма обнаружения (22) по сравнению с алгоритмом (4).

С целью уменьшения проигрыша необходимо использовать другой способ преодоления априорной неопределённости — адаптация приёмного устройства по неизвестным моментам появления и исчезновения [7]. Тогда приёмник должен формировать решающую статистику (7) для всех возможных моментов появления и исчезновения из отрезка (21) и находить величину ее максимума

$$L_g = \sup L^*(\theta_1, \theta_2) \tag{25}$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения (16) величины (25) с порогом. Очевидно, необходимость формирования двумерного случайного поля (7) приводит к существенным трудностям в технической реализации приёмника. Частично избежать этих трудностей можно, если представить логарифм ФОП (7) в виде суммы двух статистически независимых гауссовских случайных процессов

$$L_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0}\int\limits_{\theta_1}^{\theta} [x(t) - g(t)/2]\, g(t)\, dt,$$

$$L_2(\theta_2) = \frac{2}{N_0}\int\limits_{\theta}^{\theta_2} [x(t) - g(t)/2]\, g(t)\, dt,$$

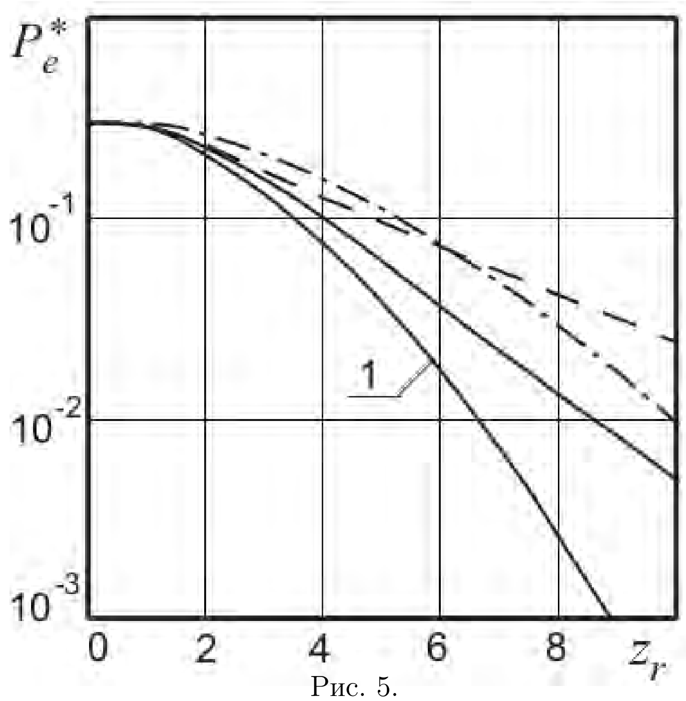

Рис. 5.

где θ — произвольная точка, принадлежащая интервалу $(\theta_{1\max}, \theta_{2\min})$. Тогда перепишем выражение (25) как

$$L_g = L_1 + L_2, \quad L_1 = \sup L_1(\theta_1), \quad L_2 = \sup L_2(\theta_2), \tag{26}$$

L_1 и L_2 — статистически независимые случайные величины.

Блок-схему квазиправдоподобного обнаружителя (26) можно изобразить в виде рис.7. Здесь коммутируемые интеграторы КИ1 и КИ2 работают в интервалах времени $[\theta_{1\min}, \theta]$,

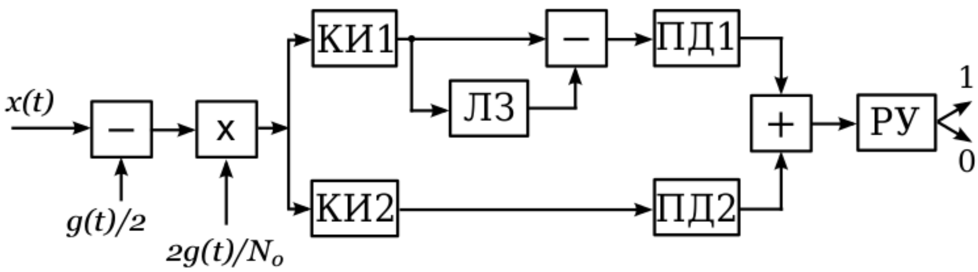

Рис. 6.

$[\theta, \theta_{2\max}]$ соответственно. ЛЗ — линия задержки, осуществляющая задержку сигнала на время $t = \theta - \theta_{1\min}$. ПД1 и ПД2 — пиковые детекторы, определяющие величину максимума сигнала на интервалах времени $[\theta, \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$ соответственно, РУ — решающее устройство, осуществляющее сравнение в момент $t = \max(\theta_{2\max}, \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min})$ выходного сигнала сумматора с порогом c и вырабатывающее решение в пользу одной из гипотез.

При совпадении опорного и принятого сигналов $f(t) = g(t)$ КП алгоритм обнаружения (25) совпадает с МП алгоритмом, согласно которому, приёмник должен формировать логарифм ФОП (3) для всех возможных значений моментов появления и исчезновения (21) и находить величину его максимума

$$L = \sup L(\theta_1, \theta_2) \tag{27}$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения (18) величины (27) с порогом.

МП алгоритм обнаружения сигнала известной формы с неизвестными моментами появления и исчезновения исследован в [4]. В этой работе методом локально-марковской аппроксимации [8,9] найдены асимптотически точные (с ростом ОСШ) выражения для вероятности ложной тревоги α и условной вероятности пропуска сигнала $\beta(\theta_{01}, \theta_{02})$. При необходимости, для расчёта характеристик МП алгоритма обнаружения сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения можно использовать точные формулы, найденные в [5].

На рис. 7 показана безусловная средняя вероятность ошибки МП алгоритма

$$P_e = p_0\alpha + p_1 \int\limits_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} \int\limits_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \beta\left(\theta_1, \theta_2\right) W_{pr}\left(\theta_1, \theta_2\right) d\theta_1 d\theta_2$$

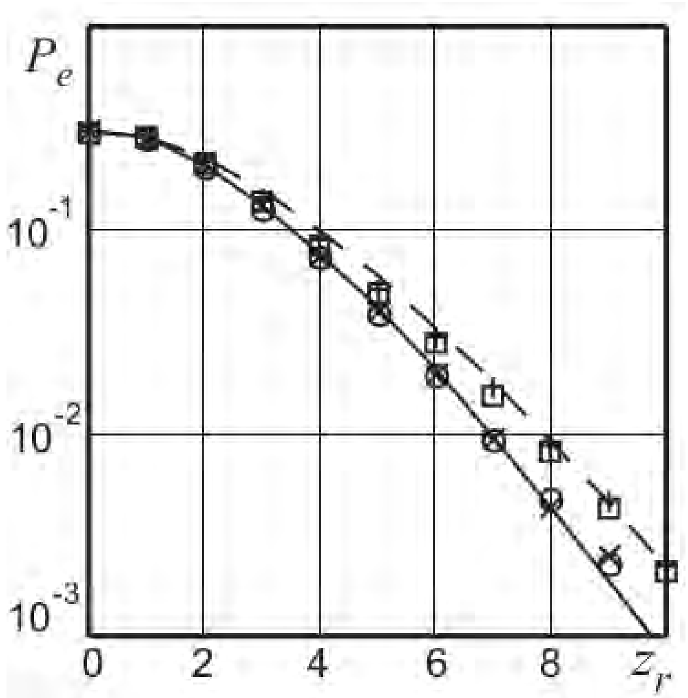

Рис. 7.

для $\gamma_0 = 0{,}1$, $\gamma_0 = 10$ (штриховая) и $\gamma_0 = 1$ (сплошная кривые), $p_0 = 0{,}7$ и $c = \arg\inf P_e$. Априорная плотность вероятности момента исчезновения считалась равномерной на интервале (21).

Рассмотрим возможность применения классического байесовского подхода [7], [8] к обнаружению сигнала (1), согласно которому приёмник должен формировать случайную величину

$$\Lambda = \int\limits_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} \int\limits_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \exp\left[L\left(\theta_1, \theta_2\right)\right] \times \times W_{pr}\left(\theta_1, \theta_2\right) d\theta_1 d\theta_2. \quad (28)$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения величины (28) с порогом (20). К сожалению, найти характеристики работы байесовского алгоритма обнаружения аналитически не удаётся. Исследование эффективности байесовского обнаружителя было выполнено методами статистического моделирования на ЭВМ в работе [4].

На рис. 7 показаны результаты статистического моделирования МП алгоритма (18), (27) приёма сигнала (1), (24) крестиками для $\gamma_0 = 0{,}1$ и $\gamma_0 = 10$, плюсиками для $\gamma_0 = 1$. Как видно, при $z_r > 4$ асимптотические характеристики удовлетворительно описывают экспериментальные данные. На том же рисунке кружками и квадратиками изображены результаты моделирования байесовского алгоритма обнаружения. Характеристики байесовского обнаружителя практически совпадают с характеристиками МП обнаружителя с оптимизированным порогом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Репин, В. Г. Обнаружение сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / В. Г. Репин // Проблемы передачи информации. — 1991. — Т. 27, вып. 1. — С. 61–72.

2. Тартаковский, А. Г. Обнаружение сигналов со случайными моментами появления и исчезновения / А. Г. Тартаковский // Проблемы передачи информации. — 1988. — Т. 24, № 2. — С. 39–50.

3. Трифонов, А. П. Анализ скрытности передачи при использовании сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2015. — № 1. — С. 35–43.

4. Трифонов, А. П. Оптимальный приём сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Проблемы передачи информации. — 2001. — Т. 37, вып. 1. — С. 52–71.

5. Трифонов, А. П. Точные формулы для расчёта характеристик приёма сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Проблемы передачи информации — 2009. — Т. 45, вып. 2. — С. 91–100.

6. Трифонов, А. П. Приём сигнала с неизвестной длительностью / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Известия ВУЗов. Радиофизика. — 2002. — Т. 45, № 7. — С. 625–637.

7. Трифонов, А. П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами / А. П. Трифонов // Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь. — 1984. — С. 12–89.

8. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.

9. Трифонов, А. П. Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, М. Б. Беспалова // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 4. — С. 54–65.

REFERENCES

1. Repin V. G. Detection of a signal with unknown appearance and disappearance. [Repin V. G. Obnarujenie signala s neizvestnymi momentami poyavleniya i ischeznoveniya]. *Problemy peredachi informacii — Problems of Information Transmission*, 1991, vol. 27, no. 1, pp. 61–72.

2. Tartakovskii A. G. Detection of Signals with Random Moments of Appearance and Disappearance. [Tartakovskii A. G. Obnarujenie signalov so sluchainymi momentami poyavleniya i ischeznoveniya]. *Problemy peredachi informacii — Problems of Information Transmission*, 1988, vol. 24, no. 2, pp. 39–50.

3. Trifonov A. P., Korchagin Yu. E. Analysis of transmission stealth of the use signals with unknown appearance and disappearance. [Trifonov A. P., Korchagin Yu. E'. Analiz skrytnosti peredachi pri ispol'zovanii signalov s neizvestnymi momentami poyavleniya i ischeznoveniya]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2015, no. 1, pp. 35–43.

4. Trifonov A. P. Korchagin Yu. E. Optimal reception of a signal with unknown appearance and disappearance. [Trifonov A. P. Korchagin Yu. E. Optimal'nyi priem signala s neizvestnymi momentami poyavleniya i ischeznoveniya]. *Problemy peredachi informacii — Problems of Information Transmission*, 2001, vol. 37, no. 1, pp. 52–71.

5. Trifonov A. P., Korchagin Yu. E. Exact formulas for calculation of the characteristics of signal reception with unknown appearance and disappearance. [Trifonov A. P., Korchagin Yu. E. Tochnye formuly dlia raschyota harakteristik priyoma signala s neizvestnymi momentami poiavleniia i ischeznoveniia]. *Problemy peredachi informacii — Problems of Information Transmission*, 2009, vol. 45, no. 2, pp. 91–100.

6. Trifonov A. P. Korchagin Yu. E. Receiving the signal of unknown duration. [Trifonov A. P. Korchagin Yu. E. Priem signala s neizvestnoi dlitel'nost'yu]. *Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij. Radiofizika — Radiophysics and Quantum Electronics*, 2002, vol. 45, no. 5, pp. 625–637.

7. Trifonov A. P. Detection of signals with unknown parameters. [Trifonov A. P. Obnarujenie signalov s neizvestnymi parametrami]. *The theory of signal detection — Teoriya obnarujeniya*

signalov, Moscow: Radio and communications, 1984, pp. 12–89.

8. Trifonov A. P., Shinakov Yu. S. The joint assessment of thedistinction between signals and their parameters on the background noise. [Trifonov A. P., Shinakov Yu. S. Sovmestnoe razlichenie signalov i ocenka ih parametrov na fone pomeh]. Moscow: Radio and communications, 1986, 264 p.

9. Trifonov A. P., Korchagin Yu. E., Bespalova M. B. Statistical properties of height and provisions of absolute maximum markov processes Bachelier type. [Trifonov A. P., Korchagin Yu. E., Bespalova M. B. Statisti-cheskie svoistva vysoty i polojeniya absolyutnogo maksimuma markovskogo sluchainogo processa tipa Bashel'e]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 4, pp. 54–65.

Трифонов Андрей Павлович, доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, зав. каф. радиофизики ВГУ, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Тел.: (473)–220–89–16

Trifonov Andrei Pavlovich, Doctor of technical sciences, Professor, Honored Scientist of the Russian Federation, Head of the Department of Radiophysics of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Tel.: (473)–220–89–16

Корчагин Юрий Эдуардович, доктор физико-математичеких наук, доцент, доцент каф. радиофизики ВГУ, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Тел.: (473) 220–89–16

Korchagin Yurii Eduardovich, Doctor of physicomathematical sciences, Accosiate Professor of the Departament of radiophysic of Voronezh State University. Voronezh, Russian Federation
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Tel.: (473) 220–89–16