УДК 621.3.019

ОБОБЩЁННЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ОБНАРУЖИТЕЛИ ПЕРВОГО И ВТОРОГО РОДОВ

В. И. Костылев

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 22.09.2014 г.

Аннотация. Показано, что энергетический обнаружитель, оптимальный при обнаружении некоррелированного гауссовского сигнала в некоррелированном гауссовском шуме, является квазиоптимальным при обнаружении неизвестного детерминированного сигнала в белом шуме. Показано, что оптимальным различителем выборок Релея и Максвелла может быть энергетический обнаружитель. Получен оптимальный различитель выборок Вейбулла. Получен оптимальный различитель квазигауссовских выборок. Предложено обобщённое энергетическое обнаружение сигналов в шуме.

Ключевые слова: случайный сигнал, шум, энергетический обнаружитель, рабочие характеристики приемника, обобщённый энергетический обнаружитель.

GENERALIZED ENERGY DETECTORS OF FIRST AND SECOND KINDS

V. I. Kostylev

Abstract. It is shown that the energy detector, optimum at detection of an uncorrelated Gaussian signal in uncorrelated Gaussian noise, is quasioptimum at detection of the unknown deterministic signal in white noise. It is shown that the energy detector can be an optimum differentiator of samples of Rayleigh and Maxwell. The optimum differentiator of samples of Weibull is received. The optimum differentiator of quasi Gaussian samples is received. The generalized energy detection of signals in noise is offered.

Keywords: Random signal, noise, energy detector, receiver operating characteristics, generalized energy detector.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время задача определения наличия или отсутствия неизвестного сигнала представляет значительный интерес для развития систем когнитивного радио и сверхширокополосных систем. При этом обнаружение сигнала, основанное на измерении энергии принятого сигнала, называемое энергетическим обнаружением, является общепринятым подходом. Энергетический обнаружитель - некогерентное устройство обнаружения - измеряет энергию принятого сигнала за время наблюдения, сравнивает уровень полученной энергии с заданной пороговой величиной и на основании этого определяет наличие или отсутствие неизвестного сигнала. Он привлекателен своей предельной простотой: в отличие от других обнаружителей он не требует априорного знания существенной информации об обнаруживаемом сигнале. Вследствие этого энергетический обнаружитель не увеличивает в значительной степени стоимость ряда используемых беспроводных устройств.

Энергетический обнаружитель был рассмотрен в классической статье Урковица [1] для детерминированных сигналов, передаваемых в канале с ограниченным по полосе гауссовским шумом. В статье [1] были получены выражения для вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги; при этом теорема отсчётов была использована для аппроксимации энергии принятого сигнала, а распределение хи-квадрат – для описания суммы квадратов гауссовских случайных величин. Кроме того, была получена рабочая характеристика приемника, которая представляет собой зависимость вероятности правильного обнаружения от вероятности ложной тревоги при различных значениях параметров системы.

Проблема энергетического обнаружения была пересмотрена в [2] для сигналов в различных каналах с замираниями: для канала с замираниями, описываемыми распределением Рэлея, была получена вероятность правильного обнаружения в замкнутом виде, а для каналов с распределениями Накагами и Райса выражения для вероятности правильного обнаружения содержат численное интегрирование и бесконечную сумму, соответственно. Таким образом, в работах [1], [2] заложены основы современной статистической теории энергетического обнаружения[1], которая затем развивалась в других работах.

В настоящей статье предлагается альтернативный обнаружитель, который отличается от энергетического тем, что модули входных отсчётов возводятся в произвольную положительную степень, а не в квадрат.

2. ПРОСТРАНСТВО НАБЛЮДЕНИЙ

Совокупность всех реализаций $r(t)$ случайного процесса $R(t)$ образует пространство наблюдений.

В современной радиоаппаратуре непрерывная реализация $r(t)$ подвергается временной дискретизации, поэтому результат наблюдения есть конечномерный вектор $\mathbf{r}$ с компонентами $r_i = r(t_0 + i\Delta t)$, где t_0 – детерминированная константа, определяемая выбором начала отсчёта времени, а Δt – интервал дискретизации времени. Пусть $\mathbf{r} \in \mathbf{R}^n$, где $\mathbf{R}^n$ – некоторое подмножество n-мерного евклидова пространства. Вектор $\mathbf{r}$ называют выборкой, параметр n – размером выборки, компоненты $\{r_i\}$ вектора $\mathbf{r}$ – выборочными значениями или элементами выборки, а подмножество $\mathbf{R}^n$ – выборочным пространством. Если выборочные значения представляют собой совокупность независимых случайных величин, то выборку $\mathbf{r}$ называют независимой (или случайной [3]). Если все элементы независимой выборки подчиняются одному и тому же распределению, то выборка называется однородной.

При дискретной форме регистрации наблюдений вероятностная мера на пространстве наблюдений представляет совместное конечномерное распределение выборочных значений случайного процесса [3]. Плотность этого распределения называют функцией правдоподобия. При этом выборочное пространство совпадает с n-мерным евклидовым пространством.

В случае широко распространённого гауссовского закона функция правдоподобия может иметь, например, такой вид:

$$f_n\left(\mathbf{r}\,|H_\varsigma\right) = \left(2\pi D_\varsigma\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2D_\varsigma}\sum_{m=1}^{n} r_m^2\right), \tag{1}$$

где H_ς — гипотеза о том, что все выборочные значения имеют нулевые математические ожидания и одинаковые дисперсии D_ς.

Для однородной выборки из случайного процесса, описываемого распределением Вейбулла, функция правдоподобия может быть записана так:

$$f_n\left(\mathbf{r}\,|H_\varsigma\right) = \left(\frac{b_\varsigma}{a_\varsigma^{b_\varsigma}}\right)^n \left(\prod_{l=1}^{n}\Omega\left(r_l\right) r_l\right)^{b_\varsigma - 1} \exp\left(-\frac{1}{a_\varsigma^{b_\varsigma}}\sum_{m=1}^{n} r_m^{b_\varsigma}\right). \tag{2}$$

[1] Нам известно 269 публикаций в дальнем зарубежье, в которых цитировалась работа [2]; работа же [1] цитировалась более полутора тысяч раз.

Здесь H_ς – гипотеза о том, что масштабный параметр распределения Вейбулла есть a_ς, а параметр формы – b_ς. В формуле (2) используется функция единичного скачка:

$$\Omega\left(x\right)=\left\{\begin{array}{ll}1, & x\geqslant 0,\\ 0, & x<0.\end{array}\right. \tag{3}$$

Задача обнаружения сигнала в шуме решается путём отображения выборочного пространства $\mathbf{R}^n$ на пространство решений Γ, состоящее из двух элементов, γ_0 и γ_1, причём γ_0 есть решение об отсутствии сигнала, а γ_1 – решение о наличии сигнала.

Задача различения векторов (или выборок) также состоит в отображении выборочного пространства на пространство решений. Если различаемых векторов только два, то и гипотез $\{H_\varsigma\}$ о них только две, а именно, H_0 и H_1. Пространство решений Γ в этом случае снова состоит только из двух элементов, γ_0 и γ_1, причём γ_0 есть решение в пользу гипотезы H_0, а γ_1 – решение в пользу гипотезы H_1.

С целью обнаружения сигнала или различения векторов выборочное пространство разбивается на два подпространства $\mathbf{R}_0$ и $\mathbf{R}_1$. Границу, разделяющую эти подпространства, будем называть решающей поверхностью[2]. Если $\mathbf{r}\in\mathbf{R}_0$, то принимается решение γ_0, а в случае $\mathbf{r}\in\mathbf{R}_1$ – решение γ_1. Каждое из двух решений может быть как верным, так и ошибочным. Количественно ошибочные решения характеризуются вероятностями

$$\alpha=Pr\{\gamma_1|H_0\},\beta=Pr\{\gamma_0|H_1\}. \tag{4}$$

При этом α называется вероятностью ошибки первого рода, а β – вероятностью ошибки второго рода. В теории обнаружения вероятность ошибки первого рода называют также вероятностью ложной тревоги, а вероятность ошибки второго рода — вероятностью пропуска цели.

Форму и положение решающей поверхности определяет критерий принятия решения. В радиотехнике наибольшее распространение получили критерий Неймана-Пирсона и критерий Байеса. При этом критерий максимального правдоподобия и критерий максимального апостериорного риска можно трактовать как частные случае критерия Байеса [3].

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ОБНАРУЖИТЕЛЬ

Пусть решающая поверхность есть сфера[3] радиуса $\Re$, имеющая центр в начале координат. Таким образом, подпространство $\mathbf{R}_0$ представляет собой шар[4] радиуса $\Re$ с центром в начале координат и решение γ_0 выносится в том случае, когда вектор наблюдения не выходит за пределы шара, т.е. в случае выполнения неравенства

$$\sum_{m=1}^{n} r_m^2<\Re^2. \tag{5}$$

Обнаружитель, реализующий описанное правило проверки гипотез, называют энергетическим обнаружителем. Таким образом, при энергетическом обнаружении с порогом, представляющим собой квадрат радиуса сферы, сравнивается квадрат нормы вектора наблюдения.

При этом формулы (4) для вероятностей ошибочных решений преобразуются в

$$\alpha=\Pr\left\{\sum_{m=1}^{n} r_m^2\geqslant\Re^2\left|H_0\right.\right\},\quad \beta=\Pr\left\{\sum_{m=1}^{n} r_m^2<\Re^2\left|H_1\right.\right\}. \tag{6}$$

[2] В частном случае $n=2$ решающая поверхность вырождается в решающую линию на плоскости.
[3] При $n=2$ сфера вырождается в окружность.
[4] при $n=2$ – круг

В случае использования критерия Неймана-Пирсона радиус $\Re$ выбирается так, чтобы обеспечить нужную вероятность ошибки первого рода α. При использовании критерия Байеса радиус $\Re$ выбирается иначе, по более громоздкой методике.

Нетрудно показать (см., например [3]), что энергетический обнаружитель оптимален при обнаружении гауссовского сигнала с нулевыми средними значениями некоррелированных отсчётов на фоне гауссовского шума, также имеющего нулевые средние значения некоррелированных отсчётов. При этом как в случае реализации гипотезы H_0, так и в случае реализации гипотезы H_1, сумма в левой части (5) имеет гамма-распределение и вероятности (6) могут быть выражены аналитически через ро-функцию [4]

$$\mathrm{P}\left(x,y\right)=\frac{1}{\Gamma\left(x\right)}\int\limits_0^y z^{x-1}\exp\left(-z\right)dz, \tag{7}$$

а именно,

$$\alpha=1-\mathrm{P}\left(\frac{n}{2},\frac{\Re^2}{2D}\right),\quad \beta=\mathrm{P}\left(\frac{n}{2},\frac{\Re^2}{2\left(\sigma^2+D\right)}\right). \tag{8}$$

Здесь

$$\Gamma\left(x\right)=\int\limits_0^\infty z^{x-1}\exp\left(-z\right)dz \tag{9}$$

гамма-функция [4], D – дисперсия одного отсчёта шума, σ^2 – дисперсия отсчёта сигнала. Из (7) очевидно, что ро-функция представляет собой не что иное, как нормированную неполную гамма-функцию. В программной среде MATLAB ро-функция запрограммирована в файле gammainc.m.

При целом значении первого аргумента ро-функция допускает разложение в конечную сумму [4]. Поэтому в случае, когда размер выборки есть чётное число, имеют место альтернативные (8) формулы, а именно,

$$\begin{gathered}\alpha=\exp\left(-\tfrac{\Re^2}{2D}\right)\sum_{m=0}^{\frac{n}{2}-1}\tfrac{\Re^{2m}}{m!(2D)^m}\ ,\\ \beta=1-\exp\left[-\tfrac{\Re^2}{2(\sigma^2+D)}\right]\sum_{m=0}^{\frac{n}{2}-1}\tfrac{\Re^{2m}}{m![2(\sigma^2+D)]^m}\ .\end{gathered} \tag{10}$$

4. ОБНАРУЖЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО СИГНАЛА В БЕЛОМ ШУМЕ

Пусть наблюдаемый вектор $\mathbf{r}$ имеет вид

$$\mathbf{r}=\zeta\mathbf{s}+\sqrt{D}\mathbf{g}, \tag{11}$$

где ζ – бинарный параметр, способный принимать только значения 0 или 1, $\mathbf{s}$ – детерминированный n-мерный вектор, компонентами которого являются отсчёты сигнала, D – дисперсия одного отсчёта шума, $\mathbf{g}$ – случайный n-мерный вектор, компонентами которого являются стандартные[5] гауссовские случайные величины.

Параметр ζ совпадает с номером гипотезы H_ς: по гипотезе H_0 обнаруживаемый сигнал отсутствует, а по гипотезе H_1 обнаруживаемый сигнал присутствует.

[5] стандартная гауссовская случайная величина распределена по закону Гаусса, имеет нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию.

Широко известно оптимальное правило обнаружения: в отличие от (5) с порогом $\Re^2$ должен сравниваться не квадрат нормы вектора наблюдения $\mathbf{r}$, но скалярное произведение векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{r}$:

$$\sum_{m=1}^{n} s_m r_m < \Re^2. \tag{12}$$

Это означает, что решающая поверхность представляет собой плоскость, перпендикулярную к направлению вектора $\mathbf{s}$.

Очевидно, что формула (12) предполагает, что отсчёты обнаруживаемого детерминированного сигнала точно известны. Однако в современных системах когнитивного радио весьма актуальна задача обнаружения *неизвестного* детерминированного сигнала. В этом случае реализовать оптимальный алгоритм (12) не представляется возможным.

Преодолеть неопределённость в отношении сигнала $\mathbf{s}$ можно, если подставить в (12) вместо неизвестных отсчётов $\{s_m\}$ их оценки $\{\widehat{s}_m\}$:

$$\sum_{m=1}^{n} \widehat{s}_m r_m < \Re^2. \tag{13}$$

Получить требуемые оценки не составляет большого труда. В самом деле, функции правдоподобия вектора наблюдения $\mathbf{r}$ имеют вид:

$$f_n(\mathbf{r}\,|H_0) = (2\pi D)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2D}\sum_{l=1}^{n} r_l^2\right), \tag{14}$$

$$f_n(\mathbf{r}\,|H_1) = (2\pi D)^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2D}\sum_{l=1}^{n} (r_l - s_l)^2\right]. \tag{15}$$

Следовательно, логарифм отношения правдоподобия есть

$$\ln l(\mathbf{r};\mathbf{s}) = \frac{1}{D}\sum_{l=1}^{n}\left(r_l s_l - \frac{s_l^2}{2}\right) \tag{16}$$

и

$$\frac{\partial \ln l(\mathbf{r};\mathbf{s})}{\partial s_m} = \frac{r_m - s_m}{D}. \tag{17}$$

Из (17) очевидно, что оценкой максимального правдоподобия отсчёта сигнала s_m является отсчёт наблюдения r_m:

$$\widehat{s}_m = r_m. \tag{18}$$

Подставляя (18) в (13), получаем формулу, абсолютно идентичную формуле (5). А это означает, что квазиоптимальный обнаружитель неизвестного детерминированного сигнала, полученный обобщённым методом максимума правдоподобия, есть энергетический обнаружитель. Для построения сферы с центром в начале координат информация об обнаруживаемом сигнале не нужна, в то время как для построения плоскости, перпендикулярной к направлению вектора $\mathbf{s}$, такая информация абсолютно необходима.

При одинаковом шуме вероятность ошибки первого рода α одинакова (см. (8)) при энергетическом обнаружении любого сигнала, это очевидно. Что касается вероятности ошибки второго рода, то можно показать, что в случае энергетического обнаружения детерминированного сигнала она имеет вид

$$\beta = \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right)\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(q^2/2)^m}{m!}\mathrm{P}\left(\frac{n}{2}+m, \frac{\Re^2}{D}\right). \tag{19}$$

Или

$$\beta = 1 - Q\left(q, \frac{\Re}{\sqrt{D}}, \frac{n}{2}\right). \tag{20}$$

Здесь

$$q^2 = \frac{1}{D} \sum_{m=1}^{n} s_m^2 \tag{21}$$

энергетическое отношение сигнал-шум,

$$Q\left(a, b, m\right) = \frac{1}{a^{m-1}} \int\limits_{b}^{\infty} x^m \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_{m-1}\left(ax\right) dx \tag{22}$$

функция Маркума,

$$I_{\nu}\left(z\right) = \left(\frac{z}{2}\right)^{\nu} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(z/2\right)^{2m}}{m!\Gamma\left(\nu + m + 1\right)} \tag{23}$$

модифицированная функция Бесселя [4]. В программной среде MATLAB функция Маркума запрограммирована в файле marcumq.m.

Таким образом, энергетический обнаружитель является квазиоптимальным при обнаружении неизвестного детерминированного сигнала в некоррелированном гауссовском шуме.

5. РАЗЛИЧЕНИЕ ВЫБОРОК МАКСВЕЛЛА, РЕЛЕЯ И ГАУССА

Пусть по гипотезе H_0 функция правдоподобия есть $f_n(\mathbf{r}|H_0)$, а по гипотезе H_1 – $f_n(\mathbf{r}|H_1)$. Чтобы иметь возможность принимать решение в пользу одной из этих двух гипотез нужно построить решающую поверхность в пространстве наблюдений.

Для однородной выборки из случайного процесса, описываемого распределением Гаусса, функции правдоподобия могут быть записаны в виде (1). Задача различения в этом случае принципиально не отличается от задачи обнаружения гауссвского сигнала в гауссовском шуме и, следовательно, оптимальная решающая поверхность есть сфера. Можно также показать, что сферическая поверхность является оптимальной при различении выборок Максвелла и Релея.

В таблице 1 приведены формулы, описывающие функции правдоподобия таких выборок, а также формулы для логарифмов отношений правдоподобия. Из последних очевидно, что решающая поверхность во всех трёх случаях является сферой.

Таблица 1. *Логарифмы отношений правдоподобия*

Закон распределения	Функции правдоподобия $f_n(\mathbf{r}|H_\zeta)$ ($\zeta = 0$ или $\zeta = 1$)	Логарифмы отношений правдоподобия $\ln l$
Максвелла	$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{n/2} c_\zeta^{-3n/2} \exp\left(-\frac{1}{2c_\zeta} \sum_{m=1}^{n} r_m^2\right) \prod_{l=1}^{n} r_l^2 \Omega\left(r_l\right)$	$\frac{c_1 - c_0}{2c_0 c_1} \sum_{m=1}^{n} r_m^2 + \frac{3n}{2} \ln \left(\frac{c_0}{c_1}\right)$
Релея	$b_\zeta^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2b_\zeta} \sum_{m=1}^{n} r_m^2\right) \prod_{l=1}^{n} r_l \Omega\left(r_l\right)$	$\frac{b_1 - b_0}{2b_0 b_1} \sum_{m=1}^{n} r_m^2 + n \ln \left(\frac{b_0}{b_1}\right)$
Гаусса	$\left(2\pi D_\varsigma\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2D_\varsigma} \sum_{m=1}^{n} r_m^2\right)$	$\frac{D_1 - D_0}{2D_0 D_1} \sum_{m=1}^{n} r_m^2 + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{D_0}{D_1}\right)$

В таблице 2 приведены формулы для вероятностей ошибок первого и второго родов. Здесь, как и прежде, $\mathrm{P}(x,\, y)$ есть ро-функция (см. (7)).

В обеих таблицах c_0 и c_1 – параметры максвелловских выборок по гипотезам H_0 и H_1, соответственно; b_0 и b_1 – параметры релеевских выборок по гипотезам H_0 и H_1; D_0 и D_1 – дисперсии гауссовских выборок по гипотезам H_0 и H_1. При этом $c_0 < c_1$, $b_0 < b_1$ и $D_0 < D_1$.

Таблица 2. *Вероятности ошибок первого и второго родов*

Закон распределения	Вероятность ошибки первого рода α	Вероятность ошибки второго рода β
Максвелла	$1-\mathrm{P}\left(\frac{3n}{2},\frac{\Re^2}{2c_0}\right)$	$\mathrm{P}\left(\frac{3n}{2},\frac{\Re^2}{2c_1}\right)$
Релея	$1-\mathrm{P}\left(n,\frac{\Re^2}{2b_0}\right)$	$\mathrm{P}\left(n,\frac{\Re^2}{2b_1}\right)$
Гаусса	$1-\mathrm{P}\left(\frac{n}{2},\frac{\Re^2}{2D_0}\right)$	$\mathrm{P}\left(\frac{n}{2},\frac{\Re^2}{2D_1}\right)$

6. РАЗЛИЧЕНИЕ ВЫБОРОК ВЕЙБУЛЛА

Пусть по гипотезам H_0 и H_1 функции правдоподобия выборки вейбулловские (см. (2)), причём параметры формы одинаковы по обеим гипотезам, $b_0 = b_1 = b$, а параметры масштаба – разные. В этом случае функции правдоподобия (2) несколько упрощаются:

$$f_n(\mathbf{r}\,|H_\varsigma) = \left(\frac{b}{a_\varsigma^b}\right)^n \left[\prod_{l=1}^{n} \Omega(r_l)\, r_l\right]^{b-1} \exp\left[-\frac{1}{a_\varsigma^b}\sum_{m=1}^{n} r_m^b\right]. \tag{24}$$

Нетрудно получить выражение для логарифма отношения правдоподобия в виде:

$$\ln l = \frac{a_1^b - a_0^b}{a_0^b a_1^b}\sum_{m=1}^{n} r_m^b + nb\ln\left(\frac{a_0}{a_1}\right), a_0 < a_1. \tag{25}$$

Отсюда вытекает оптимальное правило различения двух вейбулловских выборок, имеющих одинаковые параметры формы и различающиеся параметрами масштаба: решение γ_0 в пользу гипотезы H_0 выносится в случае выполнения неравенства

$$\sum_{m=1}^{n} r_m^b < \Re^b. \tag{26}$$

В частном случае $b = 2$ неравенство (26) преобразуется в (5): для оптимального различения двух случайных векторов Вейбулла с одинаковыми и равными двум параметрами формы следует использовать сферическую решающую поверхность. Так и должно было быть, поскольку при $b = 2$ распределение Вейбулла совпадает с релеевским. В общем случае $b \neq 2$ форма решающей поверхности отличается от сферической.

Аналитически получить точные выражения для вероятностей ошибок первого и второго родов при произвольном $b \neq 2$ не представляется возможным. Однако указанные вероятности могут быть найдены посредством математического моделирования: в программной среде MATLAB реализован генератор псевдослучайных чисел, подчиняющихся вейбулловскому закону распределения вероятностей.

7. РАЗЛИЧЕНИЕ КВАЗИГАУССОВСКИХ ВЫБОРОК

Квазигауссовское [5] распределение имеет вид

$$f_1(r) = \frac{b}{2a\Gamma(1/b)}\exp\left[-(|r|/a)^b\right]. \tag{27}$$

При этом a есть параметр масштаба, а b – параметр формы.

Пусть элементы выборки $\mathbf{r}$ независимы, подчиняются квазигауссовскому распределению, параметры b распределения одинаковы по обеим гипотезам, а параметры a – разные, $a = a_0$

в случае реализации гипотезы H_0 и $a = a_1$ по гипотезе H_1, причём $a_0 < a_1$. Тогда функции правдоподобия имеют вид

$$f_n\left(\mathbf{r}\,|H_\varsigma\right) = \left[\frac{b}{2a_\zeta\Gamma\left(1/b\right)}\right]^n \exp\ -\frac{1}{a_\varsigma^b}\sum_{m=1}^{n}|r_m|^b\ . \tag{28}$$

Отсюда

$$\ln l = \frac{a_1^b - a_0^b}{a_0^b a_1^b}\sum_{m=1}^{n}|r_m|^b + n\ln\left(\frac{a_0}{a_1}\right) \tag{29}$$

логарифм отношения правдоподобия.

Из (29) следует оптимальное правило различения двух квазигауссовских выборок, имеющих одинаковые параметры формы и различающиеся параметрами масштаба: решение γ_0 в пользу гипотезы H_0 выносится в случае выполнения неравенства

$$\sum_{m=1}^{n}|r_m|^b < \Re^b. \tag{30}$$

Таким образом, для оптимального различения двух случайных квазигауссовских выборок с одинаковыми и равными двум параметрами формы решающая поверхность есть сфера; в общем случае форма решающей поверхности отличается от сферической.

8. ОБОБЩЁННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ

Назовём обобщённым энергетическим обнаружителем первого рода обнаружитель, решающее правило которого имеет вид, аналогичный (30), а именно

$$\sum_{m=1}^{n}|r_m|^p < h. \tag{31}$$

где p – любое число, в общем случае не обязательно целое, а h – некоторый пороговый уровень.

Назовём обобщённым энергетическим обнаружителем второго рода обнаружитель, решающее правило которого имеет вид, аналогичный (26), а именно

$$\sum_{m=1}^{n}r_m^p < h. \tag{32}$$

В формулах (31) и (32) p – любое число, в общем случае не обязательно целое, а h – некоторый пороговый уровень.

Если выбрать в (31) или в (32) $p = 2$ и $h = \Re^2$, то обобщённый энергетический обнаружитель первого или второго рода совпадёт с обычным энергетическим обнаружителем, имеющим сферическую решающую поверхность в пространстве наблюдений. Варьирование параметра p влечёт за собой изменение вероятностей ошибок первого и второго родов, α и β, причём не исключено, что это изменение может оказаться благоприятным, если, конечно, сигнальная и помеховая обстановки таковы, что традиционный энергетический обнаружитель не является оптимальным.

Аналитически получить точные выражения для вероятностей ошибок первого и второго родов при произвольном p не представляется возможным даже в случае простейших моделей сигналов и помех.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для частного случая обнаружения случайных гауссовских сигналов с независимыми отсчётами в экспоненциальнокоррелированном гауссовском шуме характеристики обобщённого энергетического обнаружителя первого рода были получены в [6] посредством имитационного моделирования. На конкретных примерах было показано, что обобщённый энергетический обнаружитель может дать выигрыш по сравнению с обычным. При хорошем выборе значения параметра p энергетический выигрыш достигал 20. . . 22%.

10. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена благодаря финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (РФФИ), грант № 13-01-00773 “Статистический анализ обобщённого энергетического обнаружения сигналов”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Урковиц Г. Обнаружение неизвестных детерминированных сигналов по энергии / Г. Урковиц // ТИИЭР. — 1967. — № 4. — С. 50–59.

2. Kostylev V. I. Energy Detection of a Signal with Random Amplitude / V. I. Kostylev // Proc. IEEE Int. Conf. Communications (ICC’02). — 2002. — P. 1606–1611.

3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. — М.: Радио и связь, 1989. — 656 с.

4. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1978. — 832 с.

5. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория / Под ред. Я.Д. Ширмана. — М.: Радиотехника, 2007. — 512 с.

6. Костылев В. И. Улучшенный энергетический обнаружитель случайных гауссовых сигналов в коррелированном гауссовом шуме / В.И. Костылев, И.П. Гресь // Радиолокация, навигация, связь: XIX Международная научно-техническая конференция, г. Воронеж, 16–18 апр. 2013 г. — Воронеж, 2013. — Т. 3. — С. 2114–2124.

REFERENCES

1. Urkowitz H. Energy detection of unknown deterministic signals. [Urkovic G. Obnaruzhenie neizvestnyx determinirovannyx signalov po e’nergii]. *TIIE’R — Proc. IEEE*, 1967, vol. 55, no. 4, pp. 523–531.

2. Kostylev V. I. Energy Detection of a Signal with Random Amplitude. Proc. IEEE Int. Conf. Communications (ICC’02), 2002, pp. 1606-–1611.

3. Levin B. R. Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki. [Levin B.R. Teoreticheskie osnovy statisticheskoj radiotexniki]. Moscow: Radio and svyaz’, 1989, 656 p.

4. M. Abramowitz and I. A. Stegun, Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables (Milton Abramowitz and Irene A. Stegun, eds.). [Spravochnik po special’nym funkciyam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablicami, pod red. M. Abramovica i I. Stigan]. Moscow: Nauka, 1978, 832 p.

5. Shirman Ya. D. Radioelektronnye sistemy: Osnovy postroeniya i teoriya. [Radioe’lektronnye sistemy: Osnovy postroeniya i teoriya / Pod red. Ya.D. Shirmana]. Moscow: Radiotekhnika, 2007, 512 p.

6. Kostylev V. I., Cres I. P. Uluchshennyi energeticheskiy obnaruzhitel’ sluchainykh gaussovykh signalov v korrelirovannom gaussovom shume. Proc. Radiolokatsiya, navigatsiya, svyaz’. [Kostylev V. I., Gres’ I.P. Uluchshennyj e’nergeticheskij obnaruzhitel’ sluchajnyx gaussovyx signalov v

korrelirovannom gaussovom shume. Radiolokaciya, navigaciya, svyaz': XIX Mezhdunarodnaya nauchno-texnicheskaya konferenciya, g. Voronezh, 16–18 apr. 2013 g., Voronezh]. 2013, Vol. 3, pp. 2114–2124.

Костылев Владимир Иванович, Воронежский государственный университет, заведующий кафедрой технической кибернетики и автоматического регулирования, доктор физико-математических наук, профессор, г. Воронеж, Россия
E-mail: kostylev@amm.vsu.ru
Тел.: 8(920)–453–17–72

Kostylev Vladimir Ivanovich, Voronezh State University, Head of the Department of Technical Cybernetics and Automatic Control, Doctor of physical and mathematical sciences, professor, Voronezh, Russia
E-mail: kostylev@amm.vsu.ru
Tel.: 8(920)–453–17–72