УДК 539.2

ВОЛНОВОДНЫЕ СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛОСКИХ ДЕФЕКТОВ В СРЕДЕ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

С. Е. Савотченко

Белгородский юридический институт МВД России

Поступила в редакцию 20.04.2015 г.

Аннотация. В работе показано, что два параллельных плоских дефекта в кристалле могут выступать в качестве волновода для квантовой квазичастицы или волны с биквадратным законом дисперсии. Определены энергии (частоты), при которых возбуждения локализуются между дефектами и свободно распространяются вдоль них. Установлено, что такие возбуждения соответствуют двум типам состояний: симметричным и антисимметричным.

Ключевые слова: плоские дефекты, пространственная дисперсия, волновод, локализованные состояния.

WAVEGUIDE PROPERTIES OF TWO PARALLEL PLANAR DEFECTS IN THE MEDIUM WITH SPATIAL DISPERSION

S. E. Savotchenko

Abstract. It is shown that two parallel planar defects in the crystal can act as a waveguide for a quantum quasi-particle or a wave with bi-quadratic dispersion law. A range of energies (frequencies) in which excitations are localized between defects and propagate along them is determined. It was found that such excitations correspond to two types of states: symmetric and antisymmetric.

Keywords: planar defect, spatial dispersion, waveguide, localizes states.

Особенности взаимодействия волн или частиц (квазичастиц) с различными дефектами в кристаллах активно изучаются как в теоретическом, так и в экспериментальном плане. Особый интерес представляют системы, в которых имеется несколько групп волн (квазичастиц) с отличающимися законами дисперсии (зависимости энергии от волнового вектора), или в которых наблюдается более сложный, чем квадратичный закон дисперсии. В этих случаях даже для волн с однокомпонентным вектором смещения возникают резонансные явления, связанные с наличием в системе так называемых квазилокальных состояний [1]–[3]. Был проведен подробный анализ взаимодействия с дефектами волн, имеющих несколько ветвей закона дисперсии [4]–[7], биквадратный закон дисперсии [8], [9], где показано, что при определенном соотношении параметров возможно полное отражение и полное прохождение волны через дефект.

Существование законов дисперсии биквадратного вида доказано экспериментально и подтверждено теоретическими расчетами для низкоэнергетических участков энергетического спектра электронов и дырок в полупроводниковых кристаллов. В частности, как показано в

[10], зависимость энергии ε от квазиимпульса (волнового вектора) $\boldsymbol{k} = (k_x, k_y, k_z)$ для невырожденных зон, как электронов, так и дырок кристалла In_4Se_3 в окрестности запрещенного энергетического промежутка соответствует закону дисперсии непараболического вида:

$$\varepsilon(\boldsymbol{k}) = E_0 + \alpha_x k_x^2 + \alpha_y k_y^2 + \alpha_z k_z^2 + \beta_x k_x^4 + \beta_y k_y^4 + \beta_z k_z^4, \tag{1}$$

причем $|\alpha_i| << |\beta_i|$, $i = x,\ y,\ z$. Такое вида модельное выражение достаточно хорошо описывает широкий класс полупроводниковых кристаллов с химическим составом типа In-Se.

В [2] было показано, что в полупроводниковом кристалле, обладающем зонной структурой энергетического спектра с законом дисперсии вида (1), волновая функция стационарного состояния состоит из двух парциальных слагаемых. Это приводит к возникновению полного отражения от дефекта (граница раздела) при нетривиальных условиях, то есть когда дефект характеризуется отличной от нуля интенсивностью взаимодействия с квазичастицой и энергия налетающей квазичастицы не совпадает с границей сплошного спектра стационарных состояний.

Волноводные свойства двух параллельных плоских дефектов описаны в [4], где показано, что они могут играть роль волновода по отношению к волне, имеющей две ветви закона дисперсии, если ее энергия отвечает свободно распространяющимся состояниям одной ветви и локализованным состояниям другой ветви. В зависимости от ориентации волнового вектора этой волны по отношению к выделенной изоэнергетической поверхности между дефектами будут «зажаты» волны, энергии которых лежат в достаточно широком диапазоне.

Целью данной работы является установление принципиальной возможности локализации волн, распространяющихся воль двух параллельных плоских дефектов, аналогично работе [4], но с одной ветвью закона дисперсии. Другими словами, будут рассматриваться волноводные свойства двух таких дефектов по отношению к волне, имеющей биквадратный закон дисперсии.

Анализ проведем на примере модельной системы, в которой волна (квазичастица) имеет закон дисперсии вида (1). Пусть стационарная волна распространяется вдоль двух одинаковых плоских дефектов, расположенных на расстоянии $2h$ параллельно друг другу в плоскости yOz. Тогда положив $E_0 = 0$, $\alpha_x = \alpha/2$, $\beta_x = \beta/2$, $\alpha_\perp = \alpha_y = \alpha_z$ и считая $\beta_x >> \beta_y$ и $\beta_x >> \beta_z$, запишем закон дисперсии в виде:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \alpha \cdot k^2/2 + \alpha_\perp \cdot k_\perp^2 + \beta \cdot k^4/2 \tag{2}$$

где $k = k_x$ и $k_\perp^2 = k_y^2 + k_z^2$. Закону дисперсии (2) отвечает стационарное уравнение типа Шредингега

$$\varepsilon\Psi = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} - \alpha_\perp\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right) + \frac{\beta}{2}\frac{\partial^4\Psi}{\partial x^4} + U\Psi, \tag{3}$$

где U — потенциал, моделирующий границы раздела кристаллических полупространств. В случае электрона в законе дисперсии (2) ε — его энергия, $\alpha = 1/m$, m — эффективная масса. В случае фонона ε — это квадрат его частоты, а параметр α представляет собой квадрат фазовой скорости s (в единицах $\hbar = 1$).

Если считать, что кристалл вдоль границ раздела однородный, то решение уравнения (3) следует искать в виде: $\Psi(x, y, z) = \psi(x)\exp\{i(k_y y + k_z z)\}$. Тогда рассматриваемая система фактически сводится к одномерной. В этом случае, предполагая короткодействующий (локальный) характер взаимодействия волны с дефектами, потенциал U можно записать в виде:

$$U(x) = U_0[\delta(x - h) + \delta(x + h)]/2, \tag{4}$$

где U_0 — “мощность” δ-образного потенциального барьера, определяющая характер взаимодействия волны с дефектами. Для электронов в качестве таких плоских дефектов могут выступать плоскости, интеркалированные чужеродными атомами, а для фононов — такие же плоскости, а также тонкие двойниковые прослойки или две границы толстого двойника (в этом случае пренебрегается различием упругих свойств материнского и сдвойникованного кристаллов).

Считаем, что толщина плоского дефекта a порядка межатомного расстояния, и поэтому все длины выражаются в единицах a. Следовательно, волновые числа измеряются в единицах $1/a$. Тогда для фонона (звуковой волны) квадрат его частоты измеряется в единицах квадрата дебаевской частоты $(s/a)^2$. Эффективная масса электрона измеряется в единицах электронной массы, а энергия электрона и интенсивность дефекта U_0 тогда измеряются в атомных единицах энергии.

Стационарное уравнение для волновой функции $\psi(x)$ может быть записано в виде:

$$E\psi + \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{\beta}{2}\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4} = U(x)\psi, \tag{5}$$

где обозначено $E = \varepsilon - \alpha_\perp k_\perp^2$. Из (5) следует, что стационарные однородные состояния $\psi(x) = \psi_0 \exp(ikx)$ имеют закон дисперсии $E(k) = \alpha k^2/2 + \beta k^4/2$.

Функция ψ считается непрерывной на всей оси Ox, а проинтегрировав уравнение (5) по x в пределах $[\pm h - \xi, \pm h + \xi]$ и устремив $\xi \to 0$, можно получить второе граничное условие:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(\pm h + 0) = \psi(\pm h - 0) \\ \alpha[\psi'_x(\pm h + 0) - \psi'_x(\pm h - 0)] - \beta[\psi'''_{xxx}(\pm h + 0) - \psi'''_{xxx}(\pm h - 0)] = U_0\psi(\pm h) \end{array} \right. . \tag{6}$$

Рассмотрим сначала решение уравнения (5) в области энергий $E > 0$ в виде четной функции по x, отвечающей симметричному состоянию:

$$\psi_s(x) = \left\{ \begin{array}{l} B_s e^{q(x+h)},\ x < -h \\ A_s \cos kx,\ -h < x < h \\ B_s e^{-q(x-h)},\ x > h \end{array} \right. \tag{7}$$

где

$$k = k_m\{(E/E_m + 1)^{1/2} - 1\}, \quad q = k_m\{(E/E_m + 1)^{1/2} + 1\}, \tag{8}$$

$k_m = (\alpha/2\beta)^{1/2}$, $E_m = \alpha^2/8\beta$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$.

Решение описывает волну, распространяющуюся вдоль параллельных дефектов, локализованную между ними. В этом случае параллельные дефекты воспринимаются как плоский волновод. Подстановка (7) в условия (6) позволяет установить, что симметричное состояние такого вида существует, если выполняется соотношение:

$$\frac{U_0 + q(\alpha - \beta q^2)}{k(\alpha + \beta k^2)} = \mathrm{tg} kh. \tag{9}$$

Данное соотношение определяет такие значения E в зависимости от параметров закона дисперсии и интенсивности дефекта, при которых волна симметричного типа свободно распространяется вдоль параллельных дефектов и быстро затухает за пределами внутреннего слоя. При малой толщине слоя ($kh << 1$) связь энергии волны с параметрами системы принимает вид: $U_0 = q(\beta q^2 - \alpha)$.

Рассмотрим теперь решение уравнения (5) в виде нечетной функции по x, отвечающей антисимметричному состоянию:

$$\psi_a(x) = \left\{ \begin{array}{l} B_a e^{q(x+h)},\ x < -h \\ B_a \sin kx,\ -h < x < h \\ -B_a e^{-q(x-h)},\ x > h \end{array} \right. \tag{10}$$

Такое решение описывает волну, распространяющуюся вдоль параллельных дефектов, локализованную между ними. Антисимметричное локализованное во внутреннем слое состояние (10) существует, если выполняется соотношение:

$$\frac{q(\beta q^2-\alpha)-U_0}{k(\alpha+\beta k^2)}=\mathrm{ctg}kh. \qquad (11)$$

Данное соотношение определяет такие значения E в зависимости от параметров закона дисперсии и интенсивности дефекта, при которых волна антисимметричного типа свободно распространяется вдоль параллельных дефектов и быстро затухает за пределами внутреннего слоя.

Следует отметить, что принципиальным отличием состояний (7) и (10) от полученных в работе [4] является следующее. Во-первых, в данной работе в волновой функции отсутствует локализованная составляющая во внутреннем слое, где существует только стоячая волна в поперечном по отношению к плоскостям дефектам направлении и бегущая вдоль них. Во вторых, для существования состояний (7) и (10) не требуется выполнение условия квантования, то есть существования дискретного набора уровней энергии, как требовалось для реализации волноводных свойств в работе [4].

Таким образом, показано, что два параллельных плоских дефекта могут обладать волноводными свойствами по отношению к волне с биквадратным законом дисперсии. Существуют два типа состояний (симметричные и антисимметричные относительно средины слоя между дефектами), которые «зажаты» (локализованы) в слое между дефектами, и свободно распространяются вдоль такого канала в широком диапазоне значений энергии, связанной определенными соотношениями с параметрами дефектов и закона дисперсии свободных состояний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Косевич, А.М. Особенности двуканального резонансного рассеяния волны или частицы на плоском дефекте / А.М. Косевич // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1999. — Т. 115, № 1. — С. 306–317.

2. Савотченко, С.Е. Квазилокальные состояния и особенности резонансного рассеяния частиц дефектами в полупроводниковых кристаллах, обладающих зонной структурой энергетического спектра / С.Е. Савотченко // Физика и техника полупроводников. — 2000. — Т. 34, № 11. — С. 1333–1338.

3. Косевич, А.М. Особенности плотности квазилокальных состояний вдоль резонансных кривых в сплошном спектре / А.М. Косевич, Д.В. Мацокин, С.Е. Савотченко // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2001. — Т. 73, № 11–12. — С. 680–683.

4. Косевич, А.М. Волноводные свойства двух параллельных дефектов в условиях двухканального рассеяния / А.М. Косевич, Д.В. Мацокин // Физика низких температур. — 2000. — Т. 26, № 6. — С. 615–619.

5. Косевич А.М. Резонансное многоканальное рассеяние волн или частиц и отклик системы на когерентный ток / А.М. Косевич, С.Е. Савотченко // Научные ведомости. Серия «Физика». БелГУ. — 2000. — № 1 (10). — С. 3–9.

6. Савотченко С.Е. Особенности рассеяния частиц и возбуждение квазилокальных состояний стационарным потоком в двухуровневой системе / С.Е. Савотченко // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2001. — Т. 44, № 4. — С. 67–73.

7. Косевич А.М. Резонансные особенности в спектре квазилокальных состояний в системах с несколькими ветвями закона дисперсии / А.М. Косевич, Д.В. Мацокин, С.Е. Савотченко // Научные ведомости. Серия «Физика». БелГУ. — 2001. — № 1(14). — С. 21–26.

8. Савотченко С.Е. Влияние диссипации энергии сдвиговой волны на резонансные свойства плоских дефектов в диспергирующих средах / С.Е. Савотченко // Вестник ХНУ. Серия «Физика». — 2000. — № 476, Вып. 4. — С. 31–33.

9. Савотченко, С.Е. Особенности плотности квазилокальных состояний при наличии дефектов в средах с пространственной дисперсией / С.Е. Савотченко // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2002. — Т. 45, № 12. — С. 1148–1158.

10. Dispersion Law with a Low-Energy Non-Parabolicity for the Charge Carriers in the In_4Se_3 Crystal and Related Effects / L.Yu. Kharkhalis, V.A. Shenderoviskh, M.A. Sznajder, D.M. Bercha // Acta Physica Polonica A. — 2009. — Vol. 116, No. 5. — P. 952–953.

REFERENCES

1. Kosevich A.M. Features of two-channel resonant wave scattering or particle on the planar defect. [Kosevich A.M. Osobennosti dvuhkanalnogo rasseyaniya volny ili chastitsy na ploskim defekte]. *Zhurnal e'ksperimental'noj i teoreticheskoj fiziki — Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1999, vol. 115, no. 1, pp. 306–317.

2. Savotchenko S.E. Quasi-localized States and Resonance Scattering of Particles by Defects in Semiconductor Crystals with Band Spectrum Structure. [Savotchenko S.E. Kvazilokal'nye sostoyaniya I osobennosti rezonansnogo rasseyaniya chastits defektami v poluprovodnikovyh kristallah, obladaushih zonnoy strukturoy energeticheskogo spectra]. *Fizika i texnika poluprovodnikov — Semiconductors*, 2000, vol. 34, no. 11, pp. 1333–1338.

3. Kosevich A.M., Matsokin D.V., Savotchenko S.E. Density of Quasilocalized States Along the Resonance Curves in Continuum. [Kosevich A.M., Matsokin D.V., Savotchenko S.E. Osobennosti plotnosti kvazilokal'nyh sostoyaniy vdol' rezonansnyh krivyh v sploshnom spektre]. *Pis'ma v Zhurnal e'ksperimental'noj i teoreticheskoj fiziki — Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters (JETP Letters)*, 2001, vol. 73, no. 11–12, pp. 680–683.

4. Kosevich A.M., Matsokin D.V. Waveguide properties of two parallel defects at twochannel scattering conditions. [Kosevich A.M., Matsokin D.V. Volnovodhye svoystva dvuh parallel'nyh defektov v usloviyah dvuhkanalnogo rasseyaniya]. *Fizika nizkix temperatur — Low Temperature Physics*, 2000, vol. 26, no. 6, pp. 615–619.

5. Kosevich A.M., Savotchenko S.E. Resonant multichannel waves or particles scattering and the response of the system to a coherent current. [Kosevich A.M., Savotchenko S.E. Rezonansnoe mnogokanal'noe rasseyanie voln ili chastits i otklik sistemy na kogerentniy tok]. *Nauchnie vedomosti. Seriya "Fizika". BelGU — Proceedings of Belgorod State University. Series: Physics*, 2000, no. 1(10), pp. 3–9.

6. Savotchenko S.E. Specific Features of Particle Scattering and Excitation of Quasilocal States by a Stationary Flux in a Two-Level System. [Savotchenko S.E. Osobennosti rasseyaniya chastits I vosbuzhdenie kvazilokal'nyh sostoyaniy statsionarnym potokom v dvuhurovnevoy sisteme]. *Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij. Fizika — Russian Physics Journal*, 2001, vol. 44, no. 4, pp. 67–73.

7. Kosevich A.M., Matsokin D.V., Savotchenko S.E. Resonant features in the spectrum of quasilocal states in the systems with several branches of dispersion law. [Kosevich A.M., Matsokin D.V., Savotchenko S.E. Rezonansnye osobennosti v spektre kvazilokal'nyh sostoyaniy v sistemah s neskol'kimi vetvyami zakona dispersii]. *Nauchnie vedomosti. Seriya "Fizika". BelGU — Proceedings of Belgorod State University. Series: Physics*, 2001, no. 1(14), pp. 21–26.

8. Savotchenko S.E. Influence of dissipation of the shear wave energy on resonance properties of the plane defects in the dispersive media. [Savotchenko S.E. Vliyanie dissipatsii energii sdvigovoy volny na rezonasnye svoystva ploskih defektov v dispergiruyushih sredah]. *Vestnik Kharkovskogo Natsional'nogo Universiteta. Seriya "Fizika" — Proceedings of Kharkov National University. Series: Physics*, 2000, no. 476, iss. 4, pp. 31–33.

9. Savotchenko S.E. Specific Features of the Quasilocal State Densities in the Presence of Defects in Media with Spatial Dispersion. [Savotchenko S.E. Osobennosti plotnosti kvazilokal'nyh sostoyaniy pri nalichii defektov v sradah s prostranstvennoy dispersiey]. *Izvestiya vysshix uchebnyx*

zavedenij. Fizika — Russian Physics Journal, 2002, vol. 45, no. 12, pp. 1148–1158.
10. Kharkhalis L.Yu., Shenderoviskh V.A., Sznajder M.A., Bercha D.M. Dispersion Law with a Low-Energy Non-Parabolicity for the Charge Carriers in the In_4Se_3 Crystal and Related Effects. Acta Physica Polonica A. 2009. Vol. 116. no. 5. pp. 952–953.

Савотченко Сергей Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры информационно-компьютерных технологий в деятельности ОВД, Белгородский юридический институт МВД России, Белгород, Россия
E-mail: savotchenko@bsu.edu.ru
Тел.: 8–920–561–04–46

Sergey E. Savotchenko, Doctor of physics and mathematics science, Professor of department of computer science and technologies for the work of internal affairs, Belgorod Law Institute of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation, Belgorod, Russian Federation
E-mail: savotchenko@bsu.edu.ru
Tel.: 8–920–561–04–46