

ЭФФЕКТИВНОСТЬ АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ПРИХОДА ФЛУКТУИРУЮЩЕГО РАДИОИМПУЛЬСА ПРИ НАЛИЧИИ АНОМАЛЬНЫХ ОШИБОК

А. В. Захаров, А. В. Зюльков

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 01.03.2014 г.

Аннотация: рассмотрен асимптотически оптимальный алгоритм оценки времени прихода быстро флуктуирующего импульсного радиосигнала, принимаемого на фоне аддитивного широкополосного шума. Сигнал представляет собой отрезок узкополосного стационарного гауссовского случайного процесса, причем время корреляции этого процесса много меньше длительности сигнала. Получены аналитические выражения для плотности вероятности асимптотически оптимальной оценки, а также для смещения и рассеяния оценки с учетом возможных аномальных ошибок. Исследовано влияние аномальных ошибок на точность асимптотически оптимальной оценки. Проведено сравнение точности асимптотически оптимальной оценки и оценки максимального правдоподобия.

Ключевые слова: гауссовский случайный импульс, время прихода, асимптотически оптимальная оценка, вероятность аномальной ошибки, рассеяние оценки.

EFFICIENCY OF ASYMPTOTICALLY OPTIMAL ESTIMATION OF TIME DELAY OF FLUCTUATED RADIO IMPULSE AT PRESENCE OF ABNORMAL ERRORS

A. V. Zakharov, A. V. Zyul'kov

Abstract: asymptotically optimal algorithm of estimation of time delay of rapidly fluctuated pulse signal, received on a background of additive broadband noise, is considered. This signal represents a piece of stationary narrowband Gaussian random process, and time of correlation of this signal is much less than duration of a signal. Analytical expressions for density of probability of asymptotically optimal estimation, and also for bias and variance of estimation, are obtained in case of possibility of abnormal mistakes. The influence of abnormal mistakes on estimation accuracy is investigated. Comparison of accuracy of asymptotically optimal estimation and maximum likelihood estimation is carried out.

Keywords: Gaussian random pulse, time delay, asymptotically optimal estimation, probability of abnormal mistakes, variance of estimation.

ВВЕДЕНИЕ

Во многих физических каналах локации, навигации и связи возникают случайные изменения (флуктуации) амплитуды и фазы передаваемых радиосигналов. Такие флуктуации наблюдаются при распространении радиоволн в турбулентных физических средах, при отражении радиоволн от геометрически сложных и протяженных физических объектов или от статистически шероховатых поверхностей, при рассеянии радиоволн на неоднородностях

среды распространения и т.п. В частности флуктуации радиосигналов возникают при распространении радиоволн через турбулентную земную тропосферу, при отражении радиоволн от слоев ионосферы или при рассеянии на неоднородностях ионосферы, при отражении радиоволн от земной поверхности или от элементов сложной городской застройки и т.п. [1]. Такие радиосигналы часто можно рассматривать как результат сложения (суперпозиции) большого числа независимых элементарных радиосигналов, прошедших различные пути в канале распространения и имеющих независимые случайные амплитуды и фазы. Тогда принимаемые радиосигналы при наличии амплитудных и фазовых флуктуаций можно рассматривать как гауссовские случайные процессы [2].

В [3] рассмотрена задача оценки времени прихода флуктуирующего радиоимпульса с априори неизвестной интенсивностью, представляющего собой отрезок узкополосного стационарного гауссовского случайного процесса, наблюдаемого на фоне аддитивного шума. Выполнен синтез алгоритма оценки максимального правдоподобия (ОМП) и более простого алгоритма асимптотически оптимальной оценки (АОО). Рассчитаны характеристики рассмотренных алгоритмов оценки, исследована точность оценок при различных отношениях сигнал-шум. Показано, что при малых и умеренных отношениях интенсивностей сигнала и шума алгоритм АОО почти не уступает по точности алгоритму ОМП. При больших отношениях интенсивностей сигнала и шума характеристики АОО могут быть улучшены путем подбора полосы пропускания асимптотически оптимального линейного фильтра в устройстве оценки. При этом АОО, в отличие от ОМП, не требует априорной информации об интенсивностях сигнала и шума, что является преимуществом в условиях априорной неопределенности. Все это позволило в [3] рекомендовать алгоритм АОО к практическому использованию.

Однако при анализе характеристик оценок в [3] предполагалось, что оценки времени прихода флуктуирующего сигнала *являются надежными* [4], то есть абсолютная ошибка оценки времени прихода не превышает длительности сигнала. Иными словами, в [3] предполагалось, что при оценивании времени прихода импульса (1) *отсутствуют аномальные ошибки*, т.е. ошибки, величина которых превышает длительность сигнала [4]. Такое предположение справедливо при условии, что неопределенность времени прихода импульса не превышает его длительности, либо выходное отношение сигнал-шум достаточно велико, так что обеспечивается высокая апостериорная точность оценки и вероятностью аномальных ошибок можно пренебречь [4].

На практике обычно стремятся избежать аномальных ошибок, обеспечивая высокое отношение сигнал-шум и малую априорную неопределенность времени прихода импульса. Однако в реальных условиях, когда неопределенность времени прихода импульса значительно больше его длительности, а отношение сигнал-шум недостаточно велико, вероятностью аномальных ошибок пренебречь нельзя [4]. При этом наличие аномальных ошибок может привести к существенному ухудшению точности оценок времени прихода. Поэтому при анализе оценок [3] целесообразно учесть наличие аномальных ошибок.

Целью данной работы является обобщение результатов [3] *на случай возможности аномальных ошибок* при оценивании времени прихода флуктуирующего радиоимпульса (1).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Модель сигнала. Согласно [3] флуктуирующий радиоимпульс запишем как

$$s(t) = a(t) I[(t - \lambda_0)/\tau_0] \cos[\nu_0 t - \varphi(t)], \quad (1)$$

где $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$, $I(x) = 0$ при $|x| \geq 1/2$ - прямоугольная функция, задающая форму огибающей импульса при отсутствии флуктуаций, λ_0 и τ_0 - время прихода и длительность импульса, ν_0 - несущая частота импульса, а $a(t)$ и $\varphi(t)$ - узкополосные стационарные случайные процессы, которые задают законы случайных амплитудных и фазовых флуктуа-

ций сигнала и имеют соответственно *релеевское* и *равномерное* распределения вероятностей [2]. Сигнал (1), следуя [3], удобно представить в виде

$$s(t) = \xi(t) I[(t - \lambda_0)/\tau_0]. \quad (2)$$

Здесь $\xi(t) = a(t) \cos[\nu_0 t - \varphi(t)]$ является узкополосным стационарным центрированным *гауссовским* случайным процессом [2], который можно интерпретировать как стохастическую несущую импульса (1), а функция $I[(t - \lambda_0)/\tau_0]$ имеет смысл модулирующей функции, которая вырезает отрезок стохастической несущей $\xi(t)$ на интервале времени $[\lambda_0 - \tau_0/2; \lambda_0 + \tau_0/2]$.

Спектральную плотность $G(\omega)$ процесса $\xi(t)$ удобно представить в виде [3]

$$G(\omega) = \frac{\gamma_0}{2} \left\{ g\left(\frac{\nu_0 - \omega}{\Omega_0}\right) + g\left(\frac{\nu_0 + \omega}{\Omega_0}\right) \right\}, \quad (3)$$

где $\Omega_0 = \int_0^\infty G^2(\omega) d\omega / \max_\omega G^2(\omega)$ — эквивалентная ширина полосы частот стохастической несущей, $\gamma_0 = 2 \max G(\omega)$ — интенсивность стохастической несущей, а функция $g(x)$ задает форму спектральной плотности (3) и нормирована так, что

$$\max g(x) = 1, \quad \int_{-\infty}^\infty g^2(x) dx = 1. \quad (4)$$

При этом в силу узкополосности несущей $\xi(t)$ выполняется условие $\nu_0 \gg \Omega_0$.

Следуя [3], считаем, что флуктуации сигнала (1) являются *быстрыми*, т.е. время корреляции $\tau_k \approx 2\pi/\Omega_0$ случайного процесса $\xi(t)$ *значительно меньше* длительности τ_0 импульса (1). Это значит, что выполняется условие [3]

$$\mu_0 = \tau_0 \Omega_0 / 2\pi \gg 1. \quad (5)$$

При этом параметры γ_0 и Ω_0 характеризуют интенсивность и ширину полосы частот флуктуирующего импульса (1).

Считаем, что время прихода λ_0 сигнала (1) *априори неизвестно* и подлежит измерению (оценке). При этом известен априорный интервал $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ возможных значений времени прихода λ_0 , что на практике обычно выполняется.

Постановка задачи оценки. Следуя [3], будем считать, что сигнал $s(t)$ (1) принимается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 , причем сигнал и шум статистически независимы. При этом величину N_0 можно интерпретировать как интенсивность шума $n(t)$. Отметим, что гауссовский белый шум $n(t)$ является адекватной моделью флуктуационных шумов радиоприемных устройств [2]. Таким образом получаем, что наблюдению на входе приемника доступна аддитивная смесь

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (6)$$

флуктуирующего сигнала $s(t)$ (1) с неизвестными временем прихода λ_0 и гауссовского белого шума $n(t)$. На основе обработки наблюдаемой реализации $x(t)$ (6) с учетом имеющейся априорной информации о свойствах сигнала и шума необходимо измерить (оценить) время прихода λ_0 сигнала $s(t)$ (1).

2. АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ

Алгоритм оценки. Согласно [3], асимптотически оптимальная оценка (АОО) λ_A времени прихода λ_0 флуктуирующего импульса (1) определяется как

$$\lambda_A = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]} M_A(\lambda), \quad (7)$$

т.е. представляет собой координату λ положения абсолютного максимума функционала $M_A(\lambda)$ на интервале $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$, где

$$M_A(\lambda) = \int_{\lambda-\tau_0/2}^{\lambda+\tau_0/2} y_A^2(t) dt, \quad (8)$$

имеет смысл решающей статистики алгоритма (7), а $y_A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) h_A(t-u) du$ — отклик линейного фильтра с импульсной характеристикой (ИХ) $h_A(t)$ на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$ (6), причем соответствующая передаточная функция (ПФ) $H_A(\omega)$ этого фильтра удовлетворяет условию:

$$|H_A(\omega)|^2 = g \left(\frac{\nu_0 - \omega}{\Omega_0} \right) + g \left(\frac{\nu_0 + \omega}{\Omega_0} \right). \quad (9)$$

Отметим, что условие (9) накладывает ограничение только на модуль ПФ $H_A(\omega)$. При этом фаза ПФ $H_A(\omega)$ может быть произвольной и выбирается исходя из требований физической реализуемости и простоты линейного фильтра.

Отметим, что оценка максимального правдоподобия (ОМП) λ_{M0} времени прихода λ_0 флуктуирующего импульса (1) с априори известной интенсивностью γ_0 определяется как [3], [5]

$$\lambda_{M0} = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]} M_0(\lambda), \quad (10)$$

где

$$M_0(\lambda) = \int_{\lambda-\tau_0/2}^{\lambda+\tau_0/2} y_0^2(t) dt, \quad y_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) h_0(t-u) du, \quad (11)$$

а передаточная функция (ПФ) $H_0(\omega)$, соответствующая импульсной характеристике (ИХ) $h_0(t)$, удовлетворяет условию

$$|H_0(\omega)|^2 = \frac{q_0 g[(\nu_0 - \omega)/\Omega_0]}{1 + q_0 g[(\nu_0 - \omega)/\Omega_0]} + \frac{q_0 g[(\nu_0 + \omega)/\Omega_0]}{1 + q_0 g[(\nu_0 + \omega)/\Omega_0]}, \quad (12)$$

где $q_0 = \gamma_0/N_0$ — отношение интенсивностей сигнала и шума.

Нетрудно заметить, что условие (12) асимптотически переходит в условие (9) при $q_0 \rightarrow 0$. Тогда оценка λ_A (7) асимптотически совпадает с ОМП λ_{M0} (10) при $q_0 \rightarrow 0$, т.е. оценка (7) является *асимптотически оптимальной*. При этом модуль ПФ $H_A(\omega)$ (9), в отличие от модуля ПФ $H_0(\omega)$ (12), *не зависит* от отношения $q_0 = \gamma_0/N_0$ интенсивностей сигнала и шума. Это является *достоинством* АОО (7) по сравнению с ОМП (10), так как позволяет использовать алгоритм АОО в условиях априорной неопределенности, когда интенсивность принимаемого сигнала и спектральная мощность шума неизвестны.

Характеристики решающей статистики. Точность АОО (7) определяется статистическими характеристиками функционала $M_A(\lambda)$ (8), которые исследованы в [3]. В частности функционал $M_A(\lambda)$ (8) при выполнении (5) можно рассматривать как гауссовский случайный процесс [2, 3, 6]. Поэтому при выполнении (5) можно ограничиться рассмотрением первых двух моментов функционала $M_A(\lambda)$, а именно — детерминированной составляющей $S_A(\lambda) = \langle M_A(\lambda) \rangle$ и корреляционной функцией $K_A(\lambda_1, \lambda_2) = \langle N_A(\lambda_1) N_A(\lambda_2) \rangle$ случайной составляющей $N_A(\lambda) = M_A(\lambda) - \langle M_A(\lambda) \rangle$ этого функционала. Здесь $\langle \rangle$ означает усреднение по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$ (6) при фиксированных параметрах сигнала и шума [4]. Воспользовавшись результатами [3], получаем

$$S_A(\lambda) = A_{10}C(\lambda - \lambda_0) + A_{00}, \quad C(t) = \max(0; 1 - |t|/\tau_0), \quad (13)$$

$$A_{00} = \mu_0 N_0 \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx, \quad A_{10} = \mu_0 q_0 N_0,$$

$$K_A(\lambda_1, \lambda_2) = D_{10} R(\lambda_1 - \lambda_0, \lambda_2 - \lambda_0) + D_{00} C(\lambda_1 - \lambda_2), \quad (14)$$

$$R(t_1, t_2) = \max[0; 1 - \max(|t_1|, |t_2|, |t_2 - t_1|)/\tau_0],$$

$$D_{00} = \mu_0 N_0^2, \quad D_{10} = \mu_0 q_0 N_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} g^3(x) [2 + q_0 g(x)] dx.$$

Из (13) следует, что детерминированная составляющая $S_A(\lambda)$ достигает абсолютного максимума в точке $\lambda = \lambda_0$ истинного значения времени прихода принимаемого импульса (1). При этом случайная составляющая $N_A(\lambda)$ непрерывна с вероятностью 1, а дисперсия $\sigma_A^2(\lambda) = K_A(\lambda, \lambda)$ этой составляющей согласно (14) достигает максимума при $\lambda = \lambda_0$. Тогда выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) для алгоритма АОО (7) определяется как [3], [4], [6]

$$z = \frac{S_A(\lambda_0) - S_A(\lambda_0 + \tau_0)}{\sqrt{K_A(\lambda_0, \lambda_0)}} = \frac{A_{10}}{\sqrt{D_{10} + D_{00}}} = \sqrt{\mu_0 q_0} \left/ \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} g^2(x) [1 + q_0 g(x)]^2 dx} \right. \quad (15)$$

При выполнении условия $\mu_0 \gg 1$ (5) и не слишком малых отношениях q_0 выходное ОСШ (15) удовлетворяет условию $z^2 \gg 1$. Поэтому, следуя [3]–[5], [9], будем считать, что обеспечивается высокая апостериорная точность оценки, т.е. ОСШ z (15) достаточно велико, так что выполняется условие $z^2 \gg 1$. При этом отношение $q_0 = \gamma_0/N_0$ интенсивностей сигнала и шума, которое можно рассматривать как входное ОСШ, может быть мало (возможно $q_0 < 1$).

В процессе анализа точности АОО (7) все оценки удобно разделить на надежные и аномальные [4]. Оценка λ_A (7) является *надежной*, если она удовлетворяет условию $|\lambda_A - \lambda_0| \leq \tau_0$, т.е. абсолютная ошибка оценки не превышает длительности сигнала τ_0 . Если же $|\lambda_A - \lambda_0| > \tau_0$, то оценка λ_A и соответствующая ей ошибка оценки называются *аномальными* [4]. В [3] исследованы характеристики АОО (7) без учета аномальных ошибок, т.е. рассмотрен случай надежных оценок. Далее исследуем влияние аномальных ошибок на точность АОО (7).

Следуя [4], [9], разобьем априорную область $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ возможных значений λ времени прихода импульса (1) на сигнальную и шумовую подобласти.

Сигнальная подобласть Π_S включает в себя значения λ из интервала $[\Lambda_1; \Lambda_2]$, удовлетворяющие условию $|\lambda - \lambda_0| \leq \tau_0$. При этом интервал значений λ , соответствующий подобласти Π_S , определяется как $[\Lambda_{S1}; \Lambda_{S2}]$, где $\Lambda_{S1} = \max(\Lambda_1, \lambda_0 - \tau_0)$, $\Lambda_{S2} = \min(\Lambda_2, \lambda_0 + \tau_0)$. Если оценка λ_A (7) попадает в сигнальную подобласть Π_S , то она является надежной [4], [9]. Шумовая подобласть Π_N содержит значения λ из интервала $[\Lambda_1; \Lambda_2]$, удовлетворяющие условию $|\lambda - \lambda_0| > \tau_0$. Интервал значений λ , соответствующий шумовой подобласти Π_N , является дополнением сигнального интервала $[\Lambda_{S1}; \Lambda_{S2}]$ до интервала $[\Lambda_1; \Lambda_2]$. Если оценка λ_A (7) попадает в шумовую подобласть Π_N , то она является аномальной [4], [9].

В пределах сигнальной подобласти Π_S детерминированная составляющая $S_A(\lambda)$ и корреляционная функция $K_A(\lambda_1, \lambda_2)$ случайной составляющей $N_A(\lambda)$ определяются по общим формулам (13), (14). При этом составляющая $S_A(\lambda)$ (13) достигает абсолютного максимума в середине сигнального интервала $[\Lambda_{S1}; \Lambda_{S2}]$ в точке $\lambda = \lambda_0$ и уменьшается по мере приближения к границам этого интервала.

В пределах шумовой подобласти Π_N выражения (13), (14) упрощаются и принимают вид

$$S_A(\lambda) = A_{00}, \quad K_A(\lambda_1, \lambda_2) = D_{00} C(\lambda_1 - \lambda_2). \quad (16)$$

Таким образом, при выполнении (5) функционал $M_A(\lambda)$ (8) в пределах шумовой подобласти Π_N представляет собой стационарный гауссовский случайный процесс с математическим ожиданием A_{00} , с дисперсией D_{00} и с коэффициентом корреляции $R(t) = C(t)$, где $C(t)$ – треугольная функция, определенная в (13).

Указанные свойства функционала $M_A(\lambda)$ (8) позволяют найти выражения для характеристик АОО (7) с учетом аномальных ошибок.

3. ВЕРОЯТНОСТИ НАДЕЖНОЙ ОЦЕНКИ И АНОМАЛЬНОЙ ОШИБКИ

Учтем, что при больших ОСШ z (15) аномальные ошибки АОО (7) возникают тогда, когда ширина априорного интервала $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ возможных значений времени прихода сигнала (1) значительно больше ширины сигнальной подобласти $[\Lambda_{S1}; \Lambda_{S2}]$, т.е. выполняется условие [4], [9]

$$m = (\Lambda_2 - \Lambda_1)/\tau_0 \gg 1. \quad (17)$$

Поэтому рассмотрим характеристики АОО (7) при выполнении условия (17).

Найдем вероятность надежной оценки $P_0 = P[\lambda_A \in \Pi_S]$ и вероятность аномальной оценки (аномальной ошибки) $P_A = P[\lambda_A \in \Pi_N] = 1 - P_0$. Здесь и далее $P[A]$ означает вероятность события A . Для алгоритма АОО (7) эти вероятности можно представить как $P_0 = P[M_S > M_N]$, $P_A = P[M_N > M_S] = 1 - P[M_S > M_N]$, где

$$M_S = \sup_{\lambda \in \Pi_S} M_A(\lambda), \quad M_N = \sup_{\lambda \in \Pi_N} M_A(\lambda) \quad (18)$$

– величины абсолютных максимумов функционала $M_A(\lambda)$ (8) в пределах сигнальной и шумовой подобластей соответственно. При выполнении (17) случайные величины M_S и M_N (18) приближенно статистически независимы [4], [9]. Тогда вероятности P_0 и P_A можно представить в виде [4], [9]

$$P_0 = \int_{-\infty}^{\infty} F_N(h) W_S(h) dh, \quad P_A = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_N(h)] W_S(h) dh, \quad (19)$$

где $F_N(h) = P[M_N < h]$, $F_S(h) = P[M_S < h]$ – функции распределения случайных величин M_N и M_S соответственно, а $W_S(h) = dF_S(h)/dh$ – плотность вероятности случайной величины M_S , равная производной от функции распределения $F_S(h)$.

Точные выражения для функций $F_N(h)$, $F_S(h)$ и $W_S(h)$ неизвестны. Следуя [4–7, 9] будем полагать, что выполняются условия (5), (17), а ОСШ z (15) достаточно велико, так что $z^2 \gg 1$. Аналогично [4, 9] можно показать, что для расчета вероятностей (19) при условии $z^2 \gg 1$ достаточно использовать аппроксимацию функции распределения $F_N(h)$, асимптотически точную с ростом h . Напомним, что функция $F_N(h)$ является функцией распределения величины M_N (18) абсолютного максимума функционала $M_A(\lambda)$ в пределах шумовой подобласти Π_N . При этом функционал $M_A(\lambda)$ в пределах этой подобласти представляет собой стационарный гауссовский случайный процесс с треугольной корреляционной функцией. В [8], [9] получена аппроксимация функции распределения $F_N(h)$ величины абсолютного максимума такого процесса, асимптотически точная с ростом h . Воспользовавшись результатами [8], [9] аналогично [5], [7] получаем

$$F_N(h) = \exp \left[-\frac{m u}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{u^2}{2} \right) \right] \quad \text{при } u \geq 1, \quad F_N(h) = 0 \quad \text{при } u < 1, \quad (20)$$

где $u = (h - A_{00})/\sqrt{D_{00}}$ – нормированный порог. Точность выражения (20) возрастает с увеличением параметров m и $u(h)$.

Рассмотрим теперь функцию $F_S(u)$, которая является функцией распределения величины абсолютного максимума функционала $M_A(\lambda)$ (8) в пределах сигнальной подобласти Π_S . Учтем, что первые два момента функционала $M_A(\lambda)$ в сигнальной подобласти Π_S имеют вид (13), (14). Это позволяет при выполнении условий (5) и $z^2 \gg 1$ воспользоваться методом локально-марковской аппроксимации (ЛМА) [8], [9]. Метод ЛМА основан на аппроксимации приращений функционала $M_A(\lambda)$ (8) в малой окрестности значения $\lambda = \lambda_0$ с помощью гауссовского локально-марковского случайного процесса с кусочно-постоянными коэффициентами сноса и диффузии. Это позволяет для нахождения функции $F_S(u)$ использовать решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова при соответствующих начальных и граничных условиях [8], [9]. Воспользовавшись методом ЛМА аналогично [5]–[7] получаем

$$F_S(h) = \Phi\left(\frac{u}{\eta} - z\right) - 2 \exp\left[\frac{\psi^2 z^2}{2} + \psi z \left(z - \frac{u}{\eta}\right)\right] \Phi\left[\frac{u}{\eta} - z(1 + \psi)\right] + \exp\left[2\psi^2 z^2 + 2\psi z \left(z - \frac{u}{\eta}\right)\right] \Phi\left[\frac{u}{\eta} - z(1 + 2\psi)\right], \quad (21)$$

где $u = (h - A_{00})/\sqrt{D_{00}}$, $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt/\sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности, а

$$\psi = \frac{2(D_{00} + D_{10})}{2D_{00} + D_{10}} = \frac{2 \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x)[1 + q_0 g(x)]^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} g^2(x)\{1 + [1 + q_0 g(x)]^2\} dx}, \quad (22)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{D_{00} + D_{10}}{D_{00}}} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} g^2(x)[1 + q_0 g(x)]^2 dx}. \quad (23)$$

Точность выражения (21) возрастает с увеличением μ_0 и z [5]–[9].

Дифференцируя функцию распределения $F_S(h)$ (21) по аргументу h , находим плотность вероятности $W_S(h) = dF_S(h)/dh$. Подставляя в (19) полученное выражение для $W_S(h)$, а также выражение $F_N(h)$ (20), и выполняя преобразования, находим вероятность аномальной ошибки

$$P_A = \frac{2\psi z}{\eta} \exp\left(\frac{\psi^2 z^2}{2} + \psi z^2\right) \int_1^{\infty} \left\{1 - \exp\left[-\frac{mx}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right]\right\} \left\{\exp\left(-\frac{\psi z x}{\eta}\right) \times \right. \\ \times \Phi\left[\frac{x}{\eta} - (\psi + 1)z\right] - \exp\left[\frac{3\psi^2 z^2}{2} + \psi z \left(z - \frac{2x}{\eta}\right)\right] \Phi\left[\frac{x}{\eta} - (2\psi + 1)z\right]\} dx + \\ + \Phi\left(\frac{1}{\eta} - z\right) - 2 \exp\left[\frac{\psi^2 z^2}{2} + \psi z \left(z - \frac{1}{\eta}\right)\right] \Phi\left[\frac{1}{\eta} - z(1 + \psi)\right] + \\ + \exp\left[2\psi^2 z^2 + 2\psi z \left(z - \frac{1}{\eta}\right)\right] \Phi\left[\frac{1}{\eta} - z(1 + 2\psi)\right], \quad (24)$$

где z , η и ψ определяются из (15), (22), (23). При этом вероятность надежной оценки $P_0 = 1 - P_A$ (19) можно представить в виде

$$P_0 = \frac{2\psi z}{\eta} \exp\left(\frac{\psi^2 z^2}{2} + \psi z^2\right) \int_1^{\infty} \exp\left[-\frac{m x}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] \left\{\exp\left(-\frac{\psi z x}{\eta}\right) \times \right.$$

$$\times \Phi \left[\frac{x}{\eta} - (\psi + 1)z \right] - \exp \left[\frac{3\psi^2 z^2}{2} + \psi z \left(z - \frac{2x}{\eta} \right) \right] \Phi \left[\frac{x}{\eta} - (2\psi + 1)z \right] \Big\} dx. \quad (25)$$

Сравним вероятности аномальных ошибок для АОО λ_A (7) и ОМП λ_{M0} (10). Согласно [5] вероятность аномальной ошибки P_A для ОМП (10) также определяется по формуле (24), где следует использовать обозначения

$$z = \sqrt{\mu_0 q_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{1 + q_0 g(x)}, \quad (26)$$

$$\eta = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{[1 + q_0 g(x)]^2} \right]^{-1}, \quad \psi = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) \{1 + [1 + q_0 g(x)]^2\} dx}{2[1 + q_0 g(x)]^2} \right]^{-1}. \quad (27)$$

Из общих соображений ясно, что эффективность ОМП λ_M [3] времени прихода импульса (1) с неизвестной интенсивностью γ_0 не может быть выше, чем эффективность ОМП λ_{M0} (10) при априори известной интенсивности сигнала. Поэтому вероятность (24) с учетом (26), (27) можно рассматривать как *нижнюю границу* для вероятности аномальной ошибки ОМП λ_M [3], а вероятность (25) с учетом (26), (27) – как *верхнюю границу* для вероятности надежной ОМП λ_M [3].

На рис. 1 сплошными линиями показаны зависимости вероятности аномальной ошибки P_A от отношения $q_0 = \gamma_0/N_0$ для случая АОО λ_A (7), а штриховыми линиями - для ОМП λ_{M0} (10). При этом вероятности P_A рассчитаны по формуле (24) с учетом (15), (22), (23) для случая АОО (7) или с учетом (26), (27) для случая ОМП (10). На рис. 2 показаны зависимости отношения X_P вероятности аномальной ошибки АОО (7) к вероятности аномальной ошибки ОМП (10). Отношение X_P можно интерпретировать как проигрыш в эффективности АОО по вероятности аномальной ошибки. Графики на рис.1, 2 рассчитаны для случая лоренцевской формы спектральной плотности (3), когда $g(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}$. Кривые 1 на рис. 1, 2 соответствуют $\mu_0 = 100$, $m = 200$, кривые 2 – $\mu_0 = 100$, $m = 20$, кривые 3 – $\mu_0 = 200$, $m = 200$, кривые 4 – $\mu_0 = 200$, $m = 20$, кривые 5 – $\mu_0 = 500$, $m = 200$, а кривые 6 – $\mu_0 = 500$, $m = 20$.

Из рис. 1 следует, что вероятности аномальной ошибки P_A для АОО (7) и ОМП (10) быстро уменьшаются с увеличением отношения $q_0 = \gamma_0/N_0$. Такое уменьшение будет тем сильнее, чем больше величина параметра μ_0 (5), которая характеризует степень быстроты флуктуаций сигнала (1). Это согласуется с результатами работы [5], где исследованы характеристики ОМП.

Из рис. 1, 2 также следует, что при небольших отношениях q_0 вероятности аномальных ошибок для АОО (7) и ОМП (10) практически совпадают, а проигрыш X_P в точности АОО по вероятности аномальной ошибки близок к 1. С увеличением отношения q_0 проигрыш X_P в точности АОО монотонно возрастает и может достигать значительных величин. Однако, как видно из рис. 1, при этом вероятность аномальной ошибки P_A быстро уменьшается для обеих оценок и становится настолько мала, что возможностью аномальных ошибок можно пренебречь. В этом случае оценки можно считать надежными с вероятностью, близкой к 1. Поэтому различия в вероятностях аномальных ошибок P_A для АОО (7) и ОМП (10) при больших отношениях q_0 практически не влияют на относительную эффективность этих оценок. Следовательно можно считать, что наличие аномальных ошибок практически одинаково влияет на точность АОО (7) и ОМП (10), и не дает преимуществ какой-либо одной из этих оценок.

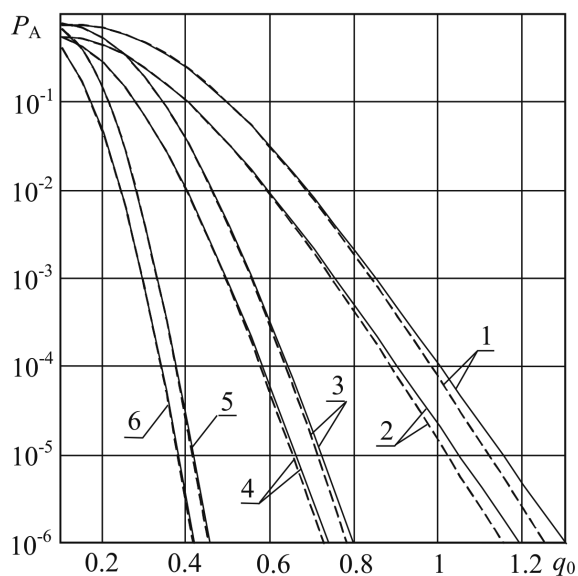


Рис. 1. Вероятности аномальных ошибок для алгоритмов АОО и ОМП

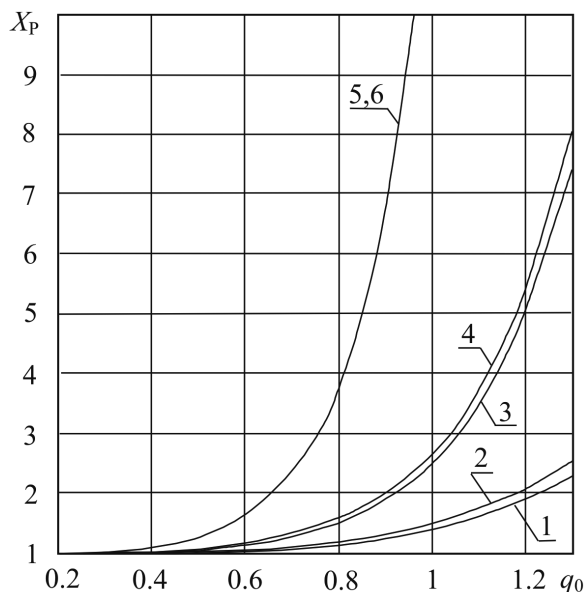


Рис. 2. Проигрыши в точности АОО по вероятности аномальной ошибки

4. СМЕЩЕНИЕ И РАССЕЙЯНИЕ ОЦЕНКИ С УЧЕТОМ АНОМАЛЬНЫХ ОШИБОК

Полученные выше выражения (24), (25) для вероятности аномальной ошибки и вероятности надежной оценки (7), а также приведенные в [3] выражения для плотности вероятности и рассеяния надежной оценки (7) позволяют аналогично [4], [5], [9] записать характеристики АОО (7) с учетом аномальных ошибок.

Учтем, что надежные и аномальные решения об оценке являются несовместимыми событиями. Тогда условную (при фиксированном λ_0) плотность вероятности $W_A(\lambda)$ оценки λ_A (7) с учетом возможных аномальных ошибок можно представить в виде [4], [9]

$$W_A(\lambda) = P_0 W_0(\lambda) + P_A W_N(\lambda), \quad (28)$$

где P_A и P_0 — вероятности аномальной и надежной оценок (7), определяемые из (24), (25) с учетом обозначений (15), (22), (23), $W_0(\lambda)$ — плотность вероятности надежной АОО (7), которая при выполнении (5) и $z^2 \gg 1$ определяется как [3]

$$W_0(\lambda) = \frac{\psi z^2}{\tau_0} \left[3 \exp\left(2\psi z^2 \frac{|\lambda - \lambda_0|}{\tau_0}\right) \left\{ 1 - \Phi\left(3z\sqrt{\frac{\psi}{2}}\sqrt{\frac{|\lambda - \lambda_0|}{\tau_0}}\right) \right\} + \Phi\left(z\sqrt{\frac{\psi}{2}}\sqrt{\frac{|\lambda - \lambda_0|}{\tau_0}}\right) - 1 \right], \quad (29)$$

а $W_N(\lambda)$ — плотность вероятности аномальной оценки (7), которая при выполнении (17) определяется выражением [4], [9] $W_N(\lambda) = 1/(\Lambda_2 - \Lambda_1)$ при $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$, $W_N(\lambda) = 0$ при $\lambda \notin [\Lambda_1; \Lambda_2]$. Используя выражение (28) с учетом (24), (25), (29), можно рассчитать смещение (систематическую ошибку) $b_A = \langle \lambda_A - \lambda_0 \rangle$ и рассеяние (средний квадрат ошибки) $V_A = \langle (\lambda_A - \lambda_0)^2 \rangle$ оценки (7) с учетом аномальных ошибок. Тогда аналогично [4], [5], [9] получаем

$$b_A = P_A(\Lambda_0 - \lambda_0), \quad V_A = P_0 V_0 + P_A [(\Lambda_0 - \lambda_0)^2 + (\Lambda_2 - \Lambda_1)^2/12], \quad (30)$$

где $\Lambda_0 = (\Lambda_1 + \Lambda_2)/2$ — середина априорного интервала $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ возможных значений времени прихода λ_0 , а V_0 — рассеяние надежной АОО (7), которое равно [3]

$$V_0 = 13\tau_0^2/2\psi^2z^4. \quad (31)$$

Если в (28), (30) положить $P_A = 0$, $P_0 = 1 - P_A = 1$, то получаем как частный случай характеристики надежной АОО (7), найденные в [3].

Отметим, что смещение b_A и рассеяние V_A (30) оценки (7) являются условными, т.е. зависят от времени прихода λ_0 флуктуирующего сигнала (1). Если известна априорная плотность вероятности $W_{PR}(\lambda_0)$ времени прихода λ_0 , то можно рассчитать безусловные смещение b и рассеяние V оценки (7). Для этого нужно усреднить условные характеристики (30) по плотности вероятности $W_{PR}(\lambda_0)$. При равномерной априорной плотности вероятности $W_{PR}(\lambda_0)$, когда $W_{PR}(\lambda_0) = 1/(\Lambda_2 - \Lambda_1)$ при $\lambda_0 \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$ и $W_{PR}(\lambda_0) = 0$ при $\lambda_0 \notin [\Lambda_1; \Lambda_2]$, получаем, что безусловное смещение оценки b равно 0, т.е. оценка (7) является безусловно несмещенной, а безусловное рассеяние V оценки (7) определяется как [4], [9]

$$V = P_0 V_0 + P_A(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2/6. \quad (32)$$

Согласно [3]–[5], [9], выражения (24), (25), (28), (30), (32) для характеристик АОО (7) являются асимптотически точными, их точность возрастает с увеличением параметров μ_0 (5), m (17) и ОСШ z (15). Аналитически оценить погрешности этих выражений при конечных значениях μ_0 , m и z не представляется возможным [3]–[5], [9], однако для этого можно воспользоваться методом статистического моделирования оценки на ЭВМ. Результаты моделирования, выполненные аналогично [7], показывают, что формулы (24), (25), (28), (30), (32) обладают удовлетворительной точностью уже при $\mu_0 \geq 30 \dots 40$, $m \geq 5 \dots 7$, $z \geq 1.5 \dots 2$.

Исследуем теперь влияние аномальных ошибок на точность АОО λ_A (7), а также сравним рассеяния АОО λ_A (7) и ОМП λ_{M0} (10) с учетом аномальных ошибок. Согласно [5], рассеяние ОМП λ_{M0} (10) при наличии аномальных ошибок можно рассчитывать по тем же формулам (30), (32) с учетом (24), (25), (31), однако при этом ОСШ z и параметры η , ψ следует определять из (26), (27). Напомним, что рассеяние оценки характеризует среднеквадратическую ошибку измерения, т.е. чем меньше рассеяние оценки, тем точность измерений больше.

На рис. 3 сплошными линиями показаны зависимости нормированного безусловного рассеяния V/τ_0^2 от отношения $q_0 = \gamma_0/N_0$ для АОО λ_A (7), а штриховыми линиями — для ОМП λ_{M0} (10). При этом безусловные рассеяния оценок V вычислялись по формуле (32) с учетом (24), (25), (31), причем параметры z , η и ψ определялись по формулам (15), (22), (23) для АОО (7) или по формулам (26), (27) для ОМП (10). Там же пунктирными линиями показаны зависимости нормированного рассеяния V_0/τ_0^2 надежной АОО (7), рассчитанные по формуле (31) с учетом выражений (15), (22). На рис. 4 показаны зависимости отношения X_V безусловного рассеяния V оценки (7) к соответствующему безусловному рассеянию оценки (10). Отношение X_V можно интерпретировать как проигрыш в точности АОО (7) по рассеянию оценки. Графики на рис. 3, 4 рассчитаны при условии $g(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}$, причем кривые 1 соответствуют $\mu_0 = 100$, $m = 200$, кривые 2 — $\mu_0 = 100$, $m = 20$, кривые 3 — $\mu_0 = 500$, $m = 200$, кривые 4 — $\mu_0 = 500$, $m = 20$, кривые 5 — $\mu_0 = 200$, $m = 200$, а кривые 6 — $\mu_0 = 200$, $m = 20$.

Из рис. 3 следует, что при больших отношениях $q_0 = \gamma_0/N_0$, когда вероятность аномальной ошибки P_A (рис. 1) мала, рассеяние V оценки (7) с учетом аномальных ошибок (сплошные линии на рис. 3) практически совпадает с рассеянием V_0 надежной АОО (7) (пунктирные линии). Однако по мере уменьшения отношения q_0 вероятность аномальной ошибки P_A (рис. 1) возрастает, что приводит к резкому увеличению рассеяния V оценки (7) по сравнению с рассеянием V_0 надежной оценки. Для меньших значений параметра μ_0 (5) такое увеличение рассеяния V оценки (7) начинает проявляться уже при больших значениях отношения q_0 .

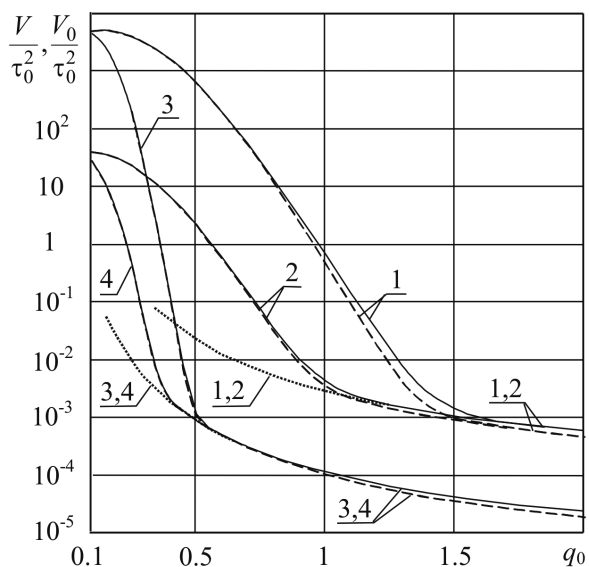


Рис. 3. Безусловные рассеяния АОО и ОМП

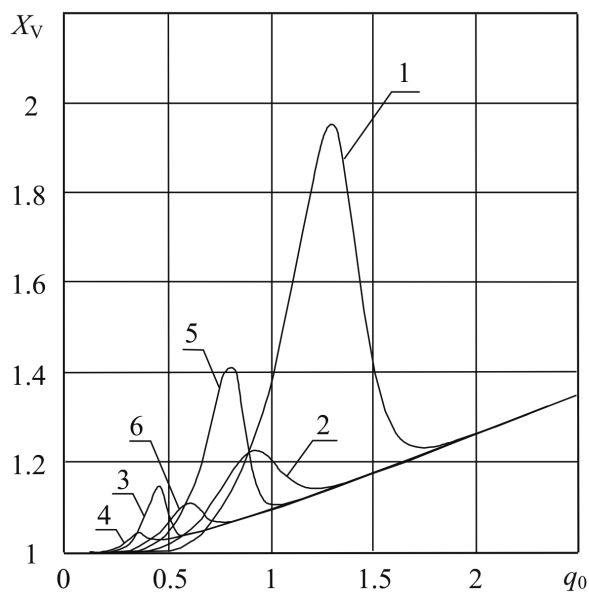


Рис. 4. Проигрыш в точности АОО по рассеянию оценки

При очень малых отношениях $q_0 \rightarrow 0$, когда вероятность аномальной ошибки $P_A \rightarrow 1$, получаем, что безусловное рассеяние V оценки (7) стремится к своему предельному значению $V_\Gamma = m^2 \tau_0^2 / 6$, которое может существенно превышать рассеяние V_0 надежной оценки. Таким образом, при малых отношениях q_0 и недостаточно больших μ_0 наличие аномальных ошибок может привести к заметному ухудшению точности АОО (7) по сравнению со случаем надежной оценки [3]. Отметим, что такое же влияние оказывают аномальные ошибки и на точность ОМП [5].

Из рис. 3, 4 также следует, что при небольших отношениях q_0 рассеяния АОО (7) и ОМП (10) с учетом аномальных ошибок практически совпадают, а проигрыш X_V в точности АОО близок к 1 (не превышает нескольких единиц). Наличие аномальных ошибок приводит лишь к некоторому увеличению проигрыша X_V при умеренных значениях q_0 , что отражается на рис. 4 в виде локального максимума проигрыша X_V при $q_0 \sim 0.3 \dots 2$, который отсутствует в случае надежной оценки [3]. Однако это увеличение является небольшим, так что локальный максимум проигрыша X_V на рис. 4 не превышает нескольких единиц. При больших отношениях q_0 , когда вероятностью аномальной ошибки P_A можно пренебречь, проигрыш X_V плавно возрастает с увеличением q_0 и ведет себя также, как и случае надежной оценки [3]. При этом сам проигрыш X_V остается умеренным и не превышает $2 \dots 3$ даже при значениях $q_0 = 10 \dots 20$ [3].

Таким образом, наличие аномальных ошибок практически одинаково влияет на эффективность АОО и ОМП и не дает преимуществ какой-либо одной из этих оценок. Поэтому общие выводы, сделанные в [3] об относительной эффективности АОО и ОМП в условиях надежных оценок, справедливы и при наличии аномальных ошибок.

В частности, при небольших отношениях q_0 , не превышающих нескольких единиц, точность АОО (7) близка к точности ОМП (10). При этом алгоритм АОО (7), в отличие от алгоритма ОМП, не требует априорной информации об интенсивностях принимаемого сигнала и шума. Поэтому при небольших отношениях q_0 предпочтение следует отдавать алгоритму АОО (7). С другой стороны, при больших отношениях q_0 , когда вероятность аномальных ошибок P_A пренебрежимо мала и АОО (7) можно считать надежной, оценка (7) может проигрывать в точности ОМП (10) с ростом отношения q_0 [3]. Однако точность АОО (7) возрастает

с увеличением q_0 , несмотря на увеличение проигрыша в точности АОО. Поэтому алгоритм АОО (7), несмотря на его неоптимальность, может оказаться приемлемым даже при больших отношениях q_0 .

5. ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ

Для уменьшения проигрыша в точности надежной АОО (7) по сравнению с ОМП при больших отношениях q_0 в [3] рекомендуется увеличивать ширину асимптотически оптимальной ПФ $H_A(\omega)$ (9). Это эквивалентно расширению интервала частот, на котором производится обработка сигнала при вычислении АОО (7). Тогда ПФ $H_A(\omega)$ при реализации АОО (7) следует выбирать из условия

$$|H_A(\omega)|^2 = g\left(\frac{\nu_0 - \omega}{\Omega_A}\right) + g\left(\frac{\nu_0 + \omega}{\Omega_A}\right), \quad (33)$$

где $\Omega_A > \Omega_0$ — эквивалентная ширина квадрата модуля ПФ $H_A(\omega)$, характеризующая ширину полосы частот, на которой производится обработка сигнала.

На практике величину $\Omega_A > \Omega_0$ следует выбирать так, чтобы обеспечить минимизацию рассеяния АОО (7) на заданном интервале значений q_0 . Такую процедуру выбора величины Ω_A будем называть *оптимизацией* алгоритма АОО по полосе сигнала [3]. Алгоритм АОО (7), использующий ПФ (32) с оптимизированной шириной Ω_A , назовем *оптимизированным алгоритмом* АОО. Выбор величины Ω_A для оптимизированного алгоритма АОО (7) может быть сделан на основе анализа характеристик оценки (7) при различных значениях Ω_A .

Запишем характеристики оптимизированной АОО (7) с учетом аномальных ошибок. При выполнении (5) аналогично [3] получаем, что детерминированная составляющая $S_A(\lambda)$ функционала $M_A(\lambda)$ (8) при использовании ПФ (33) определяется из (13), а корреляционная функция $K(\lambda_1, \lambda_2)$ случайной составляющей $N_A(\lambda)$ определяется из (14), где следует положить [3]

$$A_{00} = \mu_0 N_0 \kappa \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx, \quad A_{10} = \mu_0 q_0 N_0 \int_{-\infty}^{\infty} g(x) g(x/\kappa) dx, \quad (34)$$

$$D_{00} = \mu_0 N_0^2 \kappa, \quad D_{10} = \mu_0 q_0 N_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x/\kappa) g(x) [2 + q_0 g(x)] dx,$$

а $\kappa = \Omega_A/\Omega_0$ имеет смысл коэффициента расширения полосы ПФ $H_A(\omega)$. Согласно (34), выходное ОСШ для оптимизированного алгоритма АОО (7) равно

$$z = \frac{A_{10}}{\sqrt{D_{10} + D_{00}}} = \frac{\sqrt{\mu_0 q_0} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) g(x/\kappa) dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} g^2(x/\kappa) [1 + q_0 g(x)]^2 dx}}, \quad (35)$$

а параметры ψ, η определяются как

$$\psi = \frac{2(D_{00} + D_{10})}{2D_{00} + D_{10}} = \frac{2 \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x/\kappa) [1 + q_0 g(x)]^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} g^2(x/\kappa) \{1 + [1 + q_0 g(x)]^2\} dx}, \quad (36)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{D_{00} + D_{10}}{D_{00}}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} g^2\left(\frac{x}{\kappa}\right) [1 + q_0 g(x)]^2 dx}. \quad (37)$$

Тогда условная плотность вероятности $W_A(\lambda)$ оптимизированной АОО (7) с учетом аномальных ошибок определяется из (28) с учетом (29), вероятности P_A и P_0 аномальной и надежной оценок — из (24), (25), а условное и безусловное смещения b_A и b , а также условное и безусловное рассеяния V_A и V оценки (7) — из (30), (31) с учетом (32), где в качестве ОСШ z и параметров ψ , η следует использовать выражения (35)–(37).

Указанные выше выражения для характеристик оптимизированной АОО (7) позволяют исследовать влияние эквивалентной ширины Ω_A квадрата модуля ПФ (33) на эффективность оценки.

На рис. 5 показан проигрыш X_P оптимизированной АОО (7) по сравнению с ОМП (10) по вероятности аномальной ошибки, а на рис. 6 — соответствующий проигрыш X_V по рассеянию оценки, в зависимости от отношения $q_0 = \gamma_0/N_0$. Проигрыш X_P определялся как отношение вероятности аномальной ошибки P_A оптимизированной АОО (7) к соответствующей вероятности аномальной ошибки ОМП (10). Проигрыш X_V определялся как отношение безусловного рассеяния V оптимизированной АОО (7) к соответствующему безусловному рассеянию ОМП (10) с учетом аномальных ошибок. При этом вероятности аномальных ошибок P_A вычислялись по формуле (24) с учетом (35), (36), (37) для случая АОО или (26), (27) для случая ОМП. Рассеяния V вычислялись по формулам (32) с учетом (31), (24), (25), а также с учетом обозначений (35), (36), (37) для случая АОО или (26), (27) для случая ОМП. Графики на рис. 5, 6 рассчитаны при $\mu_0 = 200$, $m = 200$ для случая лоренцевской формы $g(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}$ спектральной плотности (3). Кривые 1 на рис. 5, 6 соответствуют $\kappa = \Omega_A/\Omega_0 = 1$, кривые 2 — $\kappa = 1.3$, кривые 3 — $\kappa = 1.6$, кривые 4 — $\kappa = 1.9$, а кривая 5 — $\kappa = 2.1$. При этом кривая 1 на рис. 5 (случай $\kappa = 1$) соответствует кривой 3 на рис. 2, а кривая 1 на рис. 6 (случай $\kappa = 1$) соответствует кривой 5 на рис. 4.

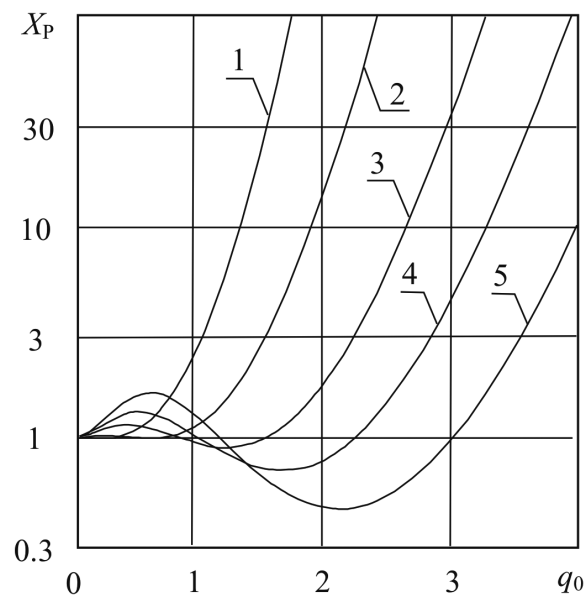


Рис. 5. Проигрыш в точности АОО по вероятности аномальной ошибки

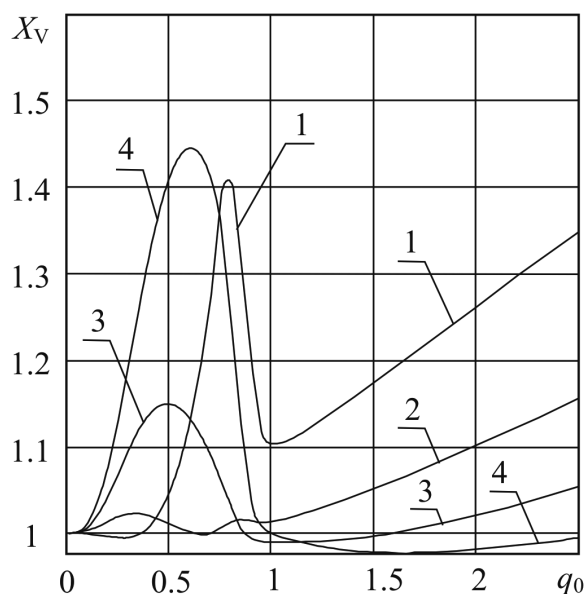


Рис. 6. Проигрыш в точности АОО по рассеянию оценки

Из рис. 5 следует, что увеличение отношения κ (т.е. эквивалентной ширины Ω_A квадрата модуля ПФ (33)) приводит к уменьшению проигрыша X_P оптимизированной АОО λ_A по вероятности аномальной ошибки при больших отношениях q_0 . При этом проигрыш X_P при малых отношениях q_0 может несколько возрастать. Интервал значений q_0 , при которых наблюдается уменьшение проигрыша X_P , сдвигается в область больших значений q_0 с увеличением отношения κ . Подбирая эквивалентную ширину Ω_A квадрата модуля ПФ (33) (величину κ),

можно добиться уменьшения вероятности аномальных ошибок для оптимизированной АОО λ_A (7) в нужном диапазоне значений q_0 .

Из рис. 6 следует, что увеличение отношения κ приводит также к уменьшению проигрыша X_V по рассеянию оценки при больших отношениях q_0 . При этом проигрыш X_V при малых отношениях q_0 может возрастать. Интервал значений q_0 , при которых наблюдается уменьшение проигрыша X_V , зависит от отношения κ и сдвигается в область больших значений q_0 с увеличением κ . Выбирая небольшие значения $\kappa > 1$ (кривая 2 на рис. 6), можно добиться уменьшения выброса проигрыша X_V при умеренных отношениях $q_0 \sim 0.3 \dots 2$, обусловленного наличием аномальных ошибок. Дальнейшее увеличение значения κ приводит к уменьшению проигрыша X_V при больших отношениях q_0 , однако проигрыш X_V при малых значениях q_0 возрастает (кривые 3, 4 на рис. 6). Подбирая ширину Ω_A квадрата модуля ПФ (33) (величину отношения κ), можно добиться уменьшения рассеяния оптимизированной АОО λ_A (7) в нужном диапазоне значений q_0 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенный в работе анализ характеристик алгоритма АОО (7) с учетом аномальных ошибок подтверждает выводы [3] об эффективности этого алгоритма оценки.

Алгоритм ОМП (10) в общем случае обладает лучшими характеристиками, но для него требуется точная априорная информация об интенсивностях принимаемого сигнала и шума. Это затрудняет применение ОМП в условиях априорной неопределенности, часто имеющейся на практике, или при быстром изменении сигнально-помеховой обстановки.

Рассмотренный в работе алгоритм АОО (7) не требует априорной информации об интенсивностях принимаемого сигнала и шума. С другой стороны, алгоритм (7) является асимптотически оптимальным и переходит в алгоритм ОМП при малых отношениях интенсивностей сигнала и шума. Поэтому алгоритм АОО (7) может быть рекомендован к использованию на практике вместо алгоритма ОМП, когда отношение интенсивностей сигнала и шума не слишком велико. Для повышения точности АОО (7) при больших отношениях интенсивностей сигнала и шума рекомендуется увеличить ширину полосы обработки сигнала, оптимизируя её по минимуму рассеяния оценки в заданном интервале отношений сигнал-шум.

Полученные в работе аналитические выражения для характеристик оценок с учетом аномальных ошибок позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки, а также к степени простоты её аппаратной или программной реализации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Черенкова Е.Л. Распространение радиоволн / Е.Л. Черенкова, О.В. Чернышев. — М.: Радио и связь, 1984. — 272 с.
- [2] Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. — М.: Радио и связь, 1983. — 624 с.
- [3] Захаров А.В. Оценка времени прихода флуктуирующего радиоимпульса с неизвестной интенсивностью / А.В. Захаров // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2013. — № 1. — С. 25–40.
- [4] Куликов Е.И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е.И. Куликов, А.П. Трифонов. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.
- [5] Трифонов А.П. Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи / А.П. Трифонов, А.В. Захаров // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 1986. — Т. 29, № 4. — С. 36–41.
- [6] Трифонов А.П. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами / А.П. Трифонов, Е.П. Нечаев, В.И. Парфенов. — Воронеж: Изд-во ВГУ, 1991. — 246 с.

- [7] Захаров А.В. Обнаружение флуктуирующего импульса с неизвестными временем прихода и интенсивностью / А.В. Захаров // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2006. — № 2. — С. 62–71.
- [8] Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович и др.; Под ред. П.А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.
- [9] Трифонов А.П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А.П. Трифонов, Ю.С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.

REFERENCES

- [1] Cherenkova E.L., Tchernyshev O.V. Propagation of radiowaves / Moscow: Radio and communication, 1984, 272 p.
- [2] Tikhonov V.I. Statistical radio engineering / Moscow: Radio and communication, 1983, 624 p.
- [3] Zakharov A.V. Estimation of time delay of fluctuated pulse with unknown intensity. [Zakharov A.V. Ocenka vremeni priхода fluktuiruyushhego radioimpul'sa s neizvestnoj intensivnost'yu]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2013, Vol. 1, pp. P. 25–40.
- [4] Kulikov E.I., Trifonov A.P. Estimation of parameters of signals on a noise background / Moscow: Sovetskoe radio, 1978, 296 p.
- [5] Trifonov A.P., Zakharov A.V. Reception of signals with the unknown delay in multiplicative noise. [Trifonov A.P., Zakharov A.V. Priem signala s neizvestnoj zaderzhkoj pri nalichii moduliruyushhej pomexi]. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika — Radioelectronics and Communications Systems*, 1986, Vol. 4, pp. 36–41.
- [6] Trifonov A.P., Nechaev E.P., Parfenov. V.J. Detection of the stochastic signals with the unknown parameters, Voronezh State University, 1991, 246 p.
- [7] Zakharov A.V. Detection of fluctuated pulse with unknown time delay and intensity. [Zakharov A.V. Obnaruzhenie fluktuiruyushhego impul'sa s neizvestnymi vremenem priхода i intensivnost'yu]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2006, Vol. 2, pp. 62–71.
- [8] The theory of detection of signals / P.S.Akimov, P.A.Bakut, V.A.Bogdanovich, etc.; Under edition of P.A.Bakut. Moscow: Radio and communication, 1984, 440 p.
- [9] Trifonov A.P., Shinakov J.S. Joint distinction of signals and an estimation of their parameters on a noise background / Moscow: Radio and communication, 1986, 264 p.

Захаров Александр Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: zakharov@phys.vsu.ru
Тел.: 8-473-220-89-16

Zakharov Alexander V., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associated Professor of the Radiophysics Chair, Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: zakharov@phys.vsu.ru
Tel.: 8-473-220-89-16

Зюльков Александр Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: zyulkov@phys.vsu.ru
Тел.: 8-473-220-89-16

Zyulkov Alexander V., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associated Professor of the Radiophysics Chair, Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
E-mail: zyulkov@phys.vsu.ru
Tel.: 8-473-220-89-16