УДК 539.319

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ДИСКА

М. А. Артемов, А. П. Якубенко

Воронежский Государственный Университет

Поступила в редакцию 04.07.2013 г.

Аннотация: в рамках деформационной теории для нелинейных условий пластичности получено приближенное распределение напряжений и деформаций в быстро вращающемся диске из изотропного упругопластического упрочняющегося материала.
Ключевые слова: пластичность, вращающийся диск, деформации, напряжения.

Abstract: in the deformation theory bounds for nonlinear plasticity conditions obtained approximate distribution of strengths and deformations in fast rotating disc made of isotropic plastic-elastic strengthening material.
Keywords: plasticity, rotating disk, deformations, strengths.

ВВЕДЕНИЕ

В рассматриваемой работе на примере задачи о быстро вращающемся диске метод малого параметра используется при численном решении задачи. Большинство работ, использующих метод малого параметра для определения напряженного и деформированного состояния в элементах конструкций [1–3], связано с постановками задач и выбором математических моделей материалов, позволяющих получить приближенное аналитическое решение. Однако для большого числа практически важных задач это не всегда возможно.

ВЫБОР МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Свойства, проявляемые материалом, зависят от величины и характера внешних воздействий. При математическом моделировании поведения элементов конструкций, свойства материалов учитываются через уравнения состояния. Границы изменения внешних воздействий, в которых материал проявляет определенные свойства, заранее неизвестны и определяются в ходе решения конкретной задачи.

Математическая модель линейно-упругого тела для определения напряжений и деформаций в диске включает [5]:

— уравнение равновесия

$$\rho\frac{d\sigma_\rho}{d\rho}+\sigma_\rho-\sigma_\theta+m\rho^2=0; \tag{1}$$

— закон Гука, устанавливающий связь напряжений и деформаций

$$\begin{aligned} \tfrac{E}{k}\varepsilon_\theta &= \sigma_\theta - \nu\sigma_\rho, \\ \tfrac{E}{k}\varepsilon_\rho &= \sigma_\rho - \nu\sigma_\theta; \end{aligned} \tag{2}$$

— условие совместности деформаций

$$\rho\frac{d\varepsilon_\rho}{d\rho} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_\rho = 0. \tag{3}$$

Здесь ρ, θ, z — цилиндрическая система координат, начало которой совпадает с центром диска, ось z перпендикулярна плоскости диска.

В соотношениях (1) — (3) компоненты тензора напряжений отнесены к некоторому, выбранному характерному напряжению k, $\rho = \frac{r}{b}$ — безразмерная радиальная координата, b — радиус внешнего контура диска; a — радиус внутреннего контура диска, $\alpha = \frac{a}{b}$, $m = \frac{\gamma}{g}\frac{\omega^2 b^2}{k}$ — безразмерная величина; γ — удельный вес, g — ускорение свободного падении; E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона.

Деформации связаны с перемещениями соотношениями Коши

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_\rho = \frac{du}{dr}. \tag{4}$$

Решение системы уравнений (1)–(4) имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_\rho &= A - \tfrac{B}{\rho^2} - \tfrac{3+\nu}{8}m\rho^2, \\ \sigma_\theta &= A + \tfrac{B}{\rho^2} - \tfrac{1+3\nu}{8}m\rho^2. \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{E}{k}\varepsilon_\rho &= A(1-\nu) - \tfrac{B(1+\nu)}{\rho^2} + \tfrac{3(\nu^2-1)}{8}m\rho^2, \\ \tfrac{E}{k}\varepsilon_\theta &= A(1-\nu) + \tfrac{B(1+\nu)}{\rho^2} + \tfrac{\nu^2-1}{8}m\rho^2, \\ \tfrac{E}{k}u &= A(1-\nu)\rho + \tfrac{B(1+\nu)}{\rho} + \tfrac{\nu^2-1}{8}m\rho^3. \end{aligned}$$

Величины A и B определяются после задания граничных условий. Так как напряжения в диске ($0 \leqslant \rho \leqslant 1$) не должны принимать бесконечно большие значения, то необходимо принять, что $B = 0$. Если на внешнем контуре диска

$$\sigma_\rho(1) = p_b$$

то

$$A = p_b + \frac{3+\nu}{8}m. \tag{6}$$

Из формул (5) следует, что в центре диска ($\rho = 0$) окружная и радиальная компоненты тензора напряжений будут равны

$$\sigma_\rho(0) = \sigma_\theta(0) = p_b + \frac{3+\nu}{8}m, \tag{7}$$

а так же следует, что в центре диска

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} = \frac{d\sigma_\theta}{d\rho} = 0.$$

Независимо от свойств материала, равенство окружной и радиальной компонент тензора напряжений в центре диска следует из уравнения равновесия (1) и предположения, что скорость изменения радиальной компоненты тензора напряжений σ_ρ не может быть бесконечно большой $\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} \neq \infty$.

При увеличении угловой скорости вращения диска в некоторых его точках может наступить пластическое состояние.

Математическая модель для области диска, находящейся в пластическом состоянии будет включать [5]:

— уравнение равновесия (1);

— кинематические соотношения, определяющие деформации в виде суммы пластической и упругой составляющих[1]

$$\begin{aligned}\varepsilon_\rho &= \varepsilon_\rho^e + \varepsilon_\rho^p,\\ \varepsilon_\theta &= \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p;\end{aligned} \tag{8}$$

— соотношения закона Гука для упругих деформаций;

— условие пластичности, устанавливающее предельное значение напряжений, до которого реализуется упругое состояние;

— уравнение состояния, определяющее связь напряжений и пластических деформаций или их приращений [4-6].

В упругопластическом теле также должно выполняться условие непрерывности компонент тензора напряжений $[\sigma_{ij}] = 0$ и компонент вектора перемещений на упругопластической границе [7].

При определении напряженного и деформированного состояния, должно быть известно начальное состояние диска до нагружения, то есть должны быть заданы значения компонент тензора пластических деформаций в начальном состоянии. При активном нагружении в точке тела, через которую проходит упругопластическая граница, пластические деформации будут равны пластическим деформациям, существующим до прохождения упругопластической границы через рассматриваемую точку. Если до нагружения в диске необратимых деформаций нет, то при активном нагружении на упругопластической границы пластические деформации должны быть равны нулю.

Для описания упругопластического состояния диска выберем модель пластического тела с трансляционным упрочнением, предложенную А. Ю. Ишлинским [4]

$$f(s_{ij} - c\varepsilon_{ij}^p) = 0, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}, \quad i, j, k = 1, 2, 3.$$

Использование модели А. Ю. Ишлинского приводит к статически неопределимой задаче. При этом, если используется нелинейное условие пластичности, например, квадратичное

$$(\sigma_1 - \sigma_2 - c(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p))^2 + (\sigma_1 - \sigma_3 - c(\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p))^2 + (\sigma_3 - \sigma_2 - c(\varepsilon_3^p - \varepsilon_2^p))^2 = 2k^2,$$

то в рамках теории пластического течения имеет место проблема, связанная с интегрированием соотношений ассоциированного закона пластического течения

$$d\varepsilon_k^p = 2d\lambda(2\sigma_k - \sigma_i - \sigma_j - c(2\varepsilon_k^p - \varepsilon_i^p - \varepsilon_j^p)),$$

(индексы i, j, k принимают значения, получаемые при циклической перестановке индексов $1, 2, 3$).

В рамках теории пластического течения задача интегрирования соотношений ассоциированного закона пластического течения существенно упрощается, если условие пластичности является линейным относительно компонент тензора напряжений. Подход, основанный на кусочно-линейной аппроксимации условия пластичности, приводит к достаточно простому алгоритму решения задачи о вращающемся диске [8].

[1] Для рассматриваемой задачи пластические деформации имеют тот же порядок, что и упругие. В случае малых упругих деформаций “полные” деформации в упругопластической зоне определяются суммой упругой и пластической составляющих.

СЛУЧАЙ МАЛОГО УПРОЧНЕНИЯ

Выбор конкретного нелинейного условия пластичности не привносит существенного изменения в алгоритм решения задачи. Для определенности выберем квадратичное условие пластичности вида ($\sigma_z = 0$)

$$(\sigma_\rho - \sigma_\theta - \delta\frac{E}{k}(\varepsilon^p_\rho - \varepsilon^p_\theta))^2 + (\sigma_\rho - \delta\frac{E}{k}(\varepsilon^p_\rho - \varepsilon^p_z))^2 + (\sigma_\theta - \delta\frac{E}{k}(\varepsilon^p_\theta - \varepsilon^p_z))^2 = 2.$$

В задаче о вращающемся диске, если пластическая область ограничена упругой, величины $\frac{E}{k}(\varepsilon^p_i - \varepsilon^p_j)$ имеют тот же порядок значений, что и безразмерные напряжения.

Для ряда материалов безразмерная величина $\delta = \frac{c}{E}$ является малой, которую в дальнейшем выберем в качестве малого параметра.

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ

Согласно методу малого параметра, все искомые величины представляются в виде рядов по малому параметру δ.

Поскольку в рамках теории пластического течения, при выборе нелинейных условий пластичности, метод малого параметра при $\delta = 0$ не приводит к интегрируемым соотношениям ассоциированного закона пластического течения, дальнейшее решение задачи о вращающемся диске проводится в рамках деформационной теории пластичности.

Ограничимся учетом величин первого порядка малости (данное ограничение не затрагивает суть предлагаемого алгоритма решения задачи). Условие пластичности с учетом величин первого порядка малости по параметру δ запишется в виде

$$(\sigma^{(1)}_\rho - \sigma^{(1)}_\theta + \delta\sigma^{(1)}_\rho - \delta\sigma^{(1)}_\theta - \delta\frac{E}{k}(\varepsilon^{p(0)}_\rho - \varepsilon^{p(0)}_\theta))^2 + (\sigma^{(1)}_1 + \delta\sigma^{(1)}_\rho - \delta\frac{E}{k}(\varepsilon^{p(0)}_\rho - \varepsilon^{p(0)}_z))^2 + \\ + (\sigma^{(1)}_\theta + \delta\sigma^{(1)}_\theta - \delta\frac{E}{k}(\varepsilon^{p(0)}_\theta - \varepsilon^{p(0)}_z))^2 = 2.$$

В силу независимости степей малого параметра δ, из этого равенства следует, что для осесимметричного плоского напряженного состояния для величин в нулевом приближении должно выполняться условие (слагаемые при степенях δ^0)

$$\sigma^{(0)^2}_\rho + \sigma^{(0)^2}_\theta - \sigma^{(0)}_\rho\sigma^{(0)}_\theta = 1, \tag{9}$$

а при степенях δ^1

$$(\sigma^{(0)}_\rho - \sigma^{(0)}_2)(\sigma^{(1)}_\rho - \sigma^{(1)}_2 - \frac{E}{k}(\varepsilon^{p(0)}_1 - \varepsilon^{p(0)}_2)) + \\ + \sigma^{(0)}_\rho(\sigma^{(1)}_1 - \frac{E}{k}(\varepsilon^{p(0)}_1 - \varepsilon^{p(0)}_3)) + \sigma^{(0)}_2(\sigma^{(1)}_2 - \frac{E}{k}(\varepsilon^{p(0)}_2 - \varepsilon^{p(0)}_3)) = 0.$$

В случае пластически несжимаемого тела

$$-\varepsilon^{p(0)}_3 = \varepsilon^{p(0)}_1 + \varepsilon^{p(0)}_2,$$

поэтому

$$(\sigma^{(0)}_1 - \sigma^{(0)}_2)(\sigma^{(1)}_1 - \sigma^{(1)}_2 - \frac{E}{k}(\varepsilon^{p(0)}_1 - \varepsilon^{p(0)}_2)) +$$

$$+\sigma_1^{(0)}(\sigma_1^{(1)} - \frac{E}{k}(2\varepsilon_1^{p(0)} + \varepsilon_2^{p(0)})) + \sigma_2^{(0)}(\sigma_2^{(1)} - \frac{E}{k}(2\varepsilon_2^{p(0)} + \varepsilon_1^{p(0)})) = 0.$$

Из этого равенства находим связь между компонентами $\sigma_\rho^{(1)}$ и $\sigma_\theta^{(1)}$

$$\sigma_\theta^{(1)} = -\sigma_\rho^{(1)} \frac{(2\sigma_\rho^{(0)} - \sigma_\theta^{(0)})}{(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)})} + 3\frac{E}{k}\frac{(\varepsilon_\rho^{p(0)}\sigma_\rho^{(0)} + \varepsilon_\theta^{p(0)}\sigma_\theta^{(0)})}{(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)})}. \tag{10}$$

НУЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

При $\delta = 0$ в пластической области задача нахождения напряжений является статически определимой, сводиться к решению уравнения равновесия (1) при условии пластичности Мизеса (9). Выражая из последнего уравнения $\sigma_\theta^{(0)}$ и подставляя в уравнение равновесия, получим систему вида

$$\rho\frac{d\sigma_\rho^{(0)}}{d\rho} + \frac{1}{2}\sigma_\rho^{(0)} + \pm\sqrt{4 - 3\sigma_\rho^{(0)^2}} + m\rho^2 = 0. \tag{11}$$

$$\sigma_\theta^{(0)} = \frac{1}{2}(\sigma_\rho^{(0)} \pm \sqrt{4 - 3\sigma_\rho^{(0)^2}}). \tag{12}$$

Выбор знака перед квадратным корнем определяется после задания граничных условий. При расчете сплошного диска, при $\rho = 0$ выполняется равенство $\sigma_\rho^{(0)} = \sigma_\theta^{(0)}$. Радиальные напряжения за счет действия сил инерции являются растягивающими (рассматривается случай, когда внешний контур диска свободен от усилий), поэтому в формулах (11) и (12) необходимо выбирать знак плюс.

Согласно деформационной теории пластичности компоненты тензора пластических деформаций пропорциональны компонентам девиатора тензора напряжений [6]

$$\varepsilon_\theta^{p(0)} = \lambda^{(0)}(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)}),$$

$$\varepsilon_\rho^{p(0)} = \lambda^{(0)}(2\sigma_\rho^{(0)} - \sigma_\theta^{(0)}),$$

Исключая параметр $\lambda^{(0)}$ из этих соотношение, находим

$$\varepsilon_\rho^{p(0)} = \frac{(2\sigma_\rho^{(0)} - \sigma_\theta^{(0)})}{(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)})}\varepsilon_\theta^{p(0)},$$

Выражая пластические деформации через полные и упругие деформации (формулы (8)), учитывая соотношения закона Гука (2) и соотношения Коши для компонент тензора деформаций (3), получаем

$$\frac{du^0}{d\rho} - \frac{(2\sigma_\rho^{(0)} - \sigma_\theta^{(0)})}{(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)})}\frac{u^0}{\rho} + (1-2\nu)\frac{k}{E}\frac{(\sigma_\rho^{(0)^2} - \sigma_\theta^{(0)^2})}{(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)})} = 0,$$

или после замены $\sigma_\theta^{(0)}$ согласно (12)

$$\frac{du^0}{d\rho} - \frac{1}{2}(\frac{3\sigma_\rho^{(0)}}{\pm\sqrt{4 - 3\sigma_\rho^{(0)^2}}} - 1)\frac{u^0}{\rho} + (1-2\nu)\frac{k}{E}(\frac{1}{\pm\sqrt{4 - 3\sigma_\rho^{(0)^2}}} - \frac{\sigma_\rho^{(0)}}{2}) = 0, \tag{13}$$

Компоненты тензора пластических деформаций будут определяться по формулам

$$\begin{aligned} \varepsilon_\rho^{p(0)} &= \tfrac{du^0}{d\rho} - \tfrac{k}{E}(\sigma_\rho^{(0)} - \nu\sigma_\theta^{(0)}), \\ \varepsilon_\theta^{p(0)} &= \tfrac{u^0}{\rho} - \tfrac{k}{E}(\sigma_\theta^{(0)} - \nu\sigma_\rho^{(0)}). \end{aligned} \tag{14}$$

Система уравнение (11) – (14) решается численно.

Если выбрать модель упруго несжимаемого материала ($\nu = 0{,}5$), то перемещения в пластической области будут определяться из уравнения

$$\frac{du^{(0)}}{d\rho} = \frac{2\sigma_\rho^{(0)} - \sigma_\theta^{(0)}}{2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)}}\frac{u^{(0)}}{\rho}.$$

В центре диска ($\rho = 0$) радиальная компонента вектора перемещения равна нулю:

$$u^{(0)}(0) = 0.$$

Это условие нельзя рассматривать в качестве начального при решении уравнения (13), так как в малой окрестности точки $\rho = 0$ решение уравнения (13) имеет вид $u^{(0)} = C\rho$.

При определении перемещений в пластической области (уравнение (13)) учитываем услови непрерывности радиальной компоненты вектора перемещений на упругопластической границе $\rho_s^{(0)}$

$$[u^{(0)}(\rho_s^{(0)})] = 0.$$

Равенство радиальной и окружной компоненты тензора напряжений в центре диска и условие пластичности Мизеса приводят к следующему граничному условию при определении радиальной компоненты тензора напряжений

$$\sigma_\rho^{(0)}(0) = 1.$$

В упругой области диска коэффициенты A и B, содержащиеся в формулах (7), определяются из граничного условия на внешней границе диска и условия непрерывности напряжений на упругопластической границе $\rho = \rho_s^{(0)}$. Величина A определяется по формуле (6).

На упругопластической границе $\rho = \rho_s^{(0)}$ упругие напряжения должны удовлетворять условию пластичности Мизеса, что позволяет получить уравнение для определения величины B

$$B^2(1 + 3\frac{1}{\rho^2})^2 + B\frac{m}{2}((3-\nu)m - (1+\nu)\rho^2) + \\ + (\frac{3+\nu}{8})^2 m^2 + \frac{7 + 7\nu^2 + 2\nu}{64}m^2\rho^4 - \frac{(3+\nu)(1+\nu)}{16}m^2\rho^2 = 1.$$

При задании значения параметра m радиус упругопластической можно определять из условия непрерывности компонент тензора напряжений на упругопластической границе или из условия равенства нулю пластических деформаций на этой границе.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Уравнение равновесия для величин первого порядка будет иметь вид

$$\rho\frac{d\sigma_\rho^{(1)}}{d\rho} + \sigma_\rho^{(1)} - \sigma_\theta^{(1)} = 0. \tag{15}$$

Подставляя в уравнение равновесия (15) выражение для компоненты $\sigma_\theta^{(1)}$, определяемое по формуле (10), приходим к уравнению для определения компоненты $\sigma_\rho^{(1)}$:

$$\rho \frac{d\sigma_\rho^{(1)}}{d\rho} + \sigma_\rho^{(1)} \frac{(\sigma_\theta^{(0)} + \sigma_\rho^{(0)})}{(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)})} = 3\frac{E}{k} \frac{(\varepsilon_\rho^{p(0)} \sigma_\rho^{(0)} + \varepsilon_\theta^{p(0)} \sigma_\theta^{(0)})}{(2\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_\rho^{(0)})}. \qquad (16)$$

Данное уравнение будет выполняться в области $0 \leqslant \rho \leqslant \rho_s$. Для напряжений в нулевом приближении выше было показано, что

$$\sigma_\rho^{(0)}(0) = \sigma_\theta^{(0)}(0),$$

поэтому из уравнения (16) следует, что при $\rho = 0$ должно выполняться равенство

$$\sigma_\rho^{(1)}(0) = \frac{3}{2}\frac{E}{k} \left(\varepsilon_\rho^{p(0)} + \varepsilon_\theta^{p(0)}\right)\Big|_{\rho=0}.$$

Компоненты напряжений $\sigma_\rho^{(1)}$ и $\sigma_\theta^{(1)}$ в упругой области ($\rho_s \leqslant \rho \leqslant 1$) определяются по формулам (5), при этом величины A и B определяются из условий

$$\sigma_\rho^{(1)}(1) = 0, \qquad \left[\sigma_\rho^{(1)}(\rho_s)\right] = 0.\sigma_\theta^{(0)} + \delta\sigma_\theta^{(1)}$$

Результаты расчетов представлены на графиках. Были выбраны следующие значения параметров: коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$, безразмерный модуль Юнга $E/k = 5000$, безразмерный коэффициент упрочнения $\delta = 0{,}01$, параметр $m = 3$.

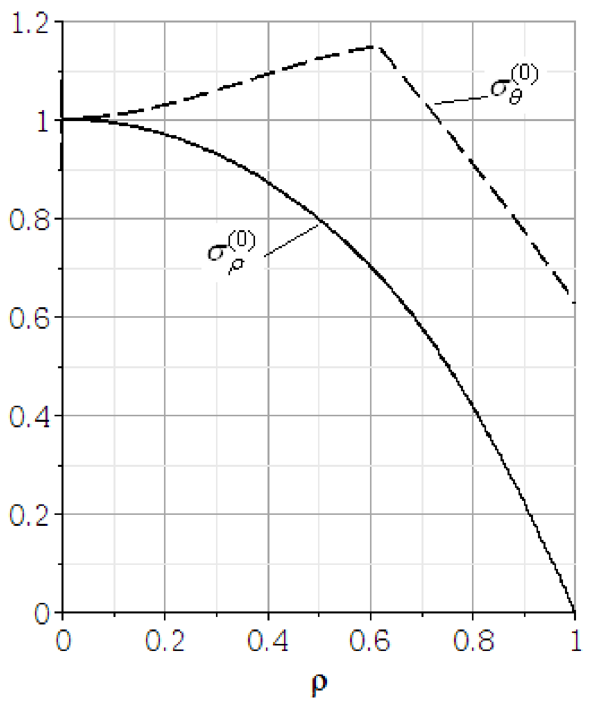

Рис. 1. *Распределение напряжений при $\delta = 0$*

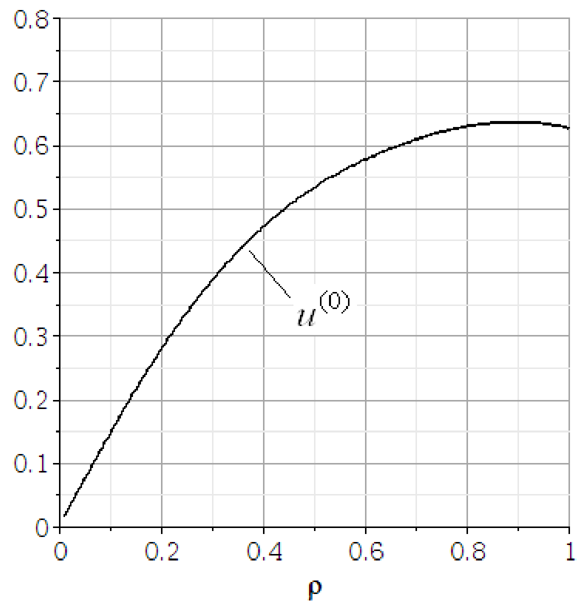

Рис. 2. *Распределения перемещений при $\delta = 0$*

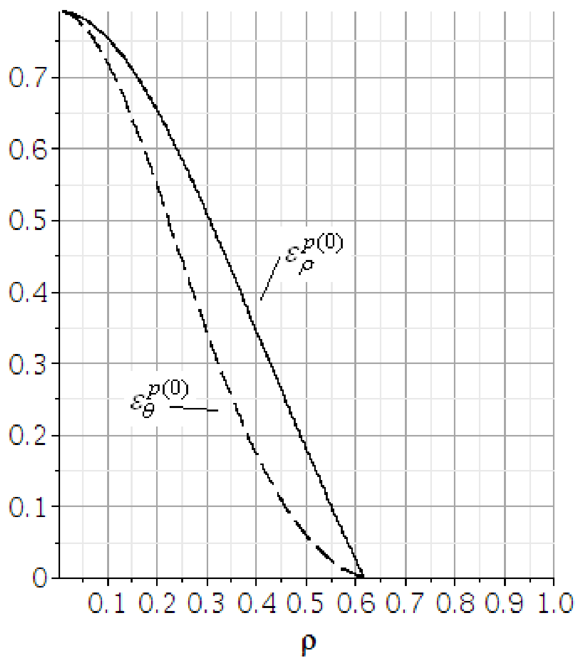

Рис. 3. *Распределение пластических деформаций при $\delta = 0$*

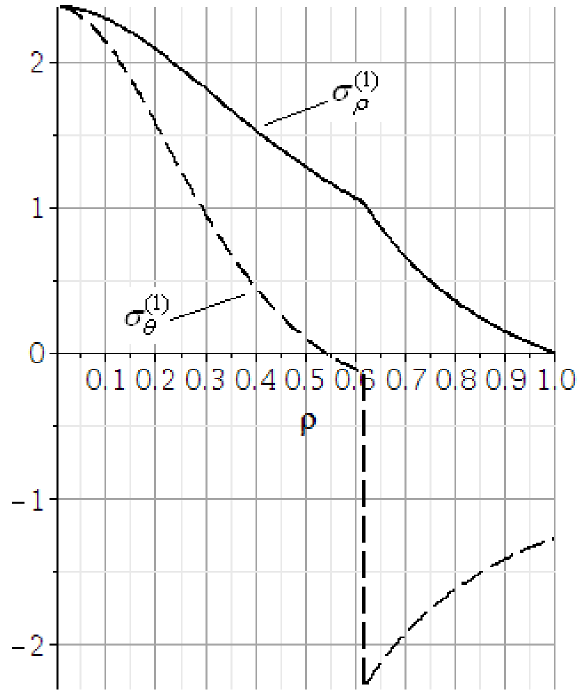

Рис. 4. *Распределение напряжений первого порядка*

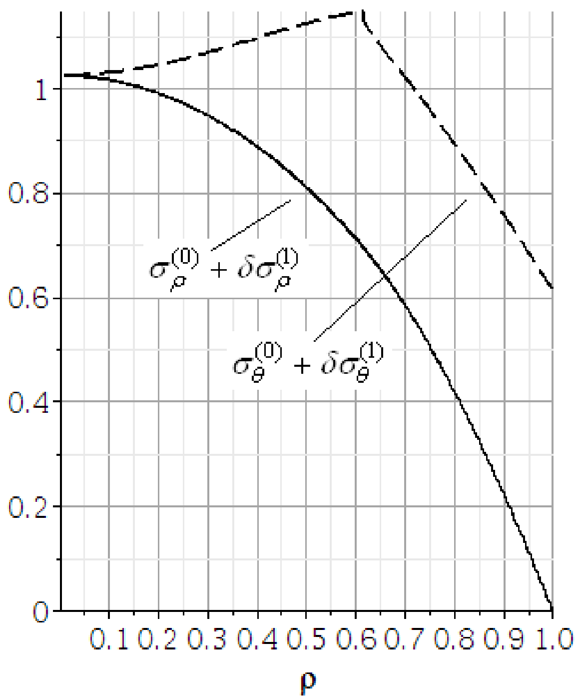

Рис. 5. *Распределение напряжений в первом приближении*

ВЫВОДЫ

Использование метода малого параметра позволяет построить эффективный алгоритм нахождения приближенного решения для задач об определении напряженного и деформированного состояния в быстровращающихся дисках для нелинейных условий пластичности, учитывающих упрочнение материала.

Заложенный в методе малого параметра перенос условий непрерывности напряжений и перемещений на "невозмущенную" упругопластическую границу, приводит к скачку окружной компоненты тензора напряжений в первом приближении. Величина этого скачка зависит от значения малого параметра и увеличивается с увеличением угловой скорости вращения диска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ивлев Д.Д. Метод возмущений в теории упругопластического тела / Д. Д. Ивлев, Л. В. Ершов. — М.: Наука, 1978. — 208 с.

[2] Ивлев Д.Д. Механика пластических сред: В 2 т. Т. 1. Теория идеальной пластичности. — М.: Физматлит, 2001. — 448 с.

[3] Артемов М.А. О двуосном растяжении толстой пластины с круговым отверстием из упрочняющегося упругопластического материала / И.А. Артемов // Журн. прикл. механики и техн. физ. — 1985. — № 6. — С. 158–163.

[4] Ишлинский А.Ю. Об уравнениях деформирования тел за пределом упругости // Учен. записки МГУ. — Механика. — 1946. — Вып. 117. — С. 90–108. Так же см. Ишлинский А.Ю. Прикладные задачи механики. — Т. 1. — М.: Наука, 1986. — С. 62–83.

[5] Соколовский В.В. Теория пластичности / В.В. Соколовский. — М.: Высшая школа, 1969. — 608 с.

[6] Качанов Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. — М.: Наука, 1969. — 420 с.

[7] Быковцев Г.И. Теория пластичности / Г. И. Быковцев, Д. Д. Ивлев. — Владивосток.: Дальнаука, 1998. — 528 с.

[8] Якубенко А.П. Математическое моделирование упругопластического состояния вращающегося диска / А.П. Якубенко // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики : сб. тр. Междунар. конф., Воронеж, 2012. — Ч. 2. — С. 293–297.

Артемов М. А., д.ф.-м.н, Воронежский государственный университет, ф-т ПММ, заведующий кафедрой Программного обеспечения и администрирования ЭВМ
E-mail: Artemov_m_a@mail.ru
Тел.: (473)220-83-37

Artemov M. A., PhD, Voronezh State University, AMM faculty, head of the Chair of Programming Software and Administration
E-mail: Artemov_m_a@mail.ru
Tel.: (473)220-83-37

Якубенко А. П., преподаватель, Воронежский государственный университет, ф-т ПММ, преподаватель кафедры Программного обеспечения и администрирования ЭВМ
E-mail: Andrey.Yakubenko@gmail.com
Тел.: (473)220-83-37

Yakubenko A. P., lecturer, Voronezh State University, AMM faculty, Chair of Programming Software and Administration
E-mail: Andrey.Yakubenko@gmail.com
Tel.: (473)220-83-37