УДК 519.178

ПОСТРОЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО КОНЕЧНОГО АВТОМАТА. I. ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИЧЕСКИМ АЛГОРИТМАМ

В. Н. Долгов, Б. Ф. Мельников

Самарский государственный университет

Поступила в редакцию 25.03.2013 г.

Аннотация: в работе предлагаются алгоритмы построения автомата $\mathcal{COM}(L)$ и приводится новое, простое доказательство того факта, что этот автомат совпадает, с точностью до переобозначения состояний, с универсальным автоматом Конвея. Также приводятся несколько различных алгоритмов построения универсального автомата.
Ключевые слова: недетерминированные конечные автоматы, универсальный автомат Конвея, алгоритмы построения.

Abstract: this work proposes algorithms of construction of automaton $\mathcal{COM}(L)$, it also contains new, simple prove of the fact that this automaton coincides, up to re-denoting states, with Conway's universal automaton. Several different algorithms of construction of universal automaton are also given.
Keywords: nondeterministic finite automata, Conway's universal automaton, constructing algorithms.

1. ВВЕДЕНИЕ

Судя по названию данной статьи можно было *бы* предположить, что она является продолжением статьи [1]; однако это далеко не так. В настоящей статье, также как и в [1], одновременно рассматриваются:

- универсальный автомат Конвея;
- совпадающий с ним (с точностью до переобозначения состояний) автомат $\mathcal{COM}(L)$;
- само доказательство такого совпадения;
- алгоритм построения автомата $\mathcal{COM}(L)$.

Однако не только доказательства, но и некоторые определения являются иными, ранее не рассматривавшимися, – и фактически данную статью можно читать независимо от [1]. Кроме того – и это, с нашей точки зрения, является наиболее важным – нами приводятся не «алгоритмы-определения»,[1] а такие альтернативные им алгоритмы, которые вполне пригодны для реализации на практике. (Однако при этом подчеркнём, что формальная оценка сложности алгоритмов в рассматриваемый нами круг вопросов не входит.)

[1] Простейший пример подобного «алгоритма-определения» в нашей предметной области – такой. «Канонический конечный автомат – это детерминированный автомат, имеющий минимально возможное число состояний». Это – классическое определение, однако очевидно, что для описания на его основе практического алгоритма построения автомата необходимо много дополнительных вспомогательных действий.

Итак, в данной работе мы рассматриваем недетерминированные конечные автоматы (НКА) и предлагаем приемлемые для практической реализации алгоритмы построения автомата $\mathcal{COM}(L)$. Мы также приводим новое доказательство того факта, что этот автомат совпадает, с точностью до переобозначения состояний, с универсальным автоматом Конвея $\mathcal{U}_L$ ([2] и др.). При этом подробно рассматриваются примеры алгоритмов построения универсального автомата.

Краткое содержание статьи следующее. В разделе 2 мы вводим некоторые понятия: бинарное отношение #, псевдоблок, блок, покрывающее подмножество блоков. Ранее эти понятия были рассмотрены в [3], [4].

В разделе 3 мы повторяем определение автомата $\mathcal{COM}(L)$, формулировка определения практически совпадает с приведённой в [1].[2] Также в этом разделе мы доказываем, что автоматы $\mathcal{COM}(L)$ и $\mathcal{U}_L$ совпадают. Доказательство существенно отличается от приведённого в [1]: оно использует определённые нами ранее в разделе 2 объекты, применяемые нами также в алгоритмах минимизации НКА ([6], [7] и др.)

В разделе 4 мы с помощью автомата $\mathcal{COM}(L)$ определяем т.н. покрывающие автоматы – для некоторого (специальным образом заданного) подмножества множества блоков.

В разделе 5 мы приводим два алгоритма для построения автомата $\mathcal{U}_L$, причём второй из них является «зеркальным образом» первого; они оба основаны на вспомогательных алгоритмах, описанных в [4]. После этого мы приводим упрощённую версию первого алгоритма.

2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Мы будем использовать обозначения из [3], [4], повторенные на русском языке в [8] и частично в [1], – а именно:

- $\mathcal{L}(K)$ – язык недетерминированного конечного автомата K;
- $\mathcal{L}^{in}_K(q)$ – входной язык состояния q рассматриваемого автомата;
- $\widetilde{L}$ – канонический автомат для регулярного языка L (мы рассматриваем канонические автоматы без бесполезного («мёртвого») состояния);
- при этом обозначения элементов автоматов $\widetilde{L}$ и $\widetilde{L^R}$ для заданного языка L – таковы:

$$\widetilde{L} = (Q_\pi, \Sigma, \delta_\pi, \{s_\pi\}, F_\pi) \quad \text{и} \quad \widetilde{L^R} = (Q_\rho, \Sigma, \delta_\rho, \{s_\rho\}, F_\rho);$$

- специальное бинарное отношение $\# \subseteq Q_\pi \times Q_\rho$ (причём в [4] мы также рассматривали и *алгоритм* построения этого отношения).

Подробные определения этих объектов см. в вышеупомянутых работах.

Будем применять также следующие объекты. Если для некоторой пары $P \subseteq Q_\pi$ и $R \subseteq Q_\rho$ выполнено условие

$$(\forall A \in P)\,(\forall X \in R)\,(A\#X),$$

то $\mathcal{B} = (P, R)$ будем называть *псевдоблоком*. Для него будем писать $\alpha(\mathcal{B}) = P$ и $\beta(\mathcal{B}) = R$.

Если для некоторого псевдоблока $\mathcal{B} = (P, R)$ не существуют:

- ни состояния $A \in Q_\pi \setminus P$, такого что $\Big((P \cup \{A\}), R\Big)$ – также псевдоблок;

[2] Фактически этот автомат был впервые рассмотрен в [5].

- ни состояния $X \in Q_\rho \setminus R$, такого что $\Big(P, (R \cup \{X\})\Big)$ – также псевдоблок,

то $\mathcal{B}$ будем называть *блоком*.

Для данного регулярного языка L будем рассматривать множество его блоков; в следующих разделах будем обозначать его записью $Q_{\mathcal{COM}}$. Некоторое его подмножество $\mathcal{Q} \subseteq Q_{\mathcal{COM}}$ будем называть *покрывающим* подмножеством блоков, если для любых $A \in Q_\pi$ и $X \in Q_\rho$, таких что $A \# X$, существует блок $\mathcal{B} \in \mathcal{Q}$, такой что $A \in \alpha(\mathcal{B})$ и $X \in \beta(\mathcal{B})$.[3]

Как уже было отмечено, для заданного регулярного языка L мы будем рассматривать и универсальный автомат; согласно [2, Опр. 2.4], будем обозначать его $\mathcal{U}_L$. Его элементы мы будем помечать индексами $_{\mathcal{U}_L}$; например функция переходов этого автомата будет обозначаться записью $\delta_{\mathcal{U}_L}$.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АВТОМАТА $\mathcal{COM}(L)$ (АЛЬТЕРНАТИВНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ $\mathcal{U}_L$)

Автомат $\mathcal{COM}(L)$ для заданного регулярного языка L нужно определить обычным способом – т.е. пятёркой. Пока из элементов пятёрки нам известно только множество состояний $Q_{\mathcal{COM}}$ (как было отмечено ранее, это – множество блоков заданного *языка*) и алфавит Σ; нужно ещё определить множества стартовых и финальных состояний, а также функцию переходов.

Итак, рассматривая автоматы $\widetilde{L}$ и $\widetilde{L^R}$, мы, аналогично [1], определяем автомат

$$\mathcal{COM}(L) = (Q_{\mathcal{COM}}, \Sigma, \delta_{\mathcal{COM}}, S_{\mathcal{COM}}, F_{\mathcal{COM}}),$$

где:

- $S_{\mathcal{COM}} = \Big\{ \mathcal{B} \in Q_{\mathcal{COM}} \,\Big|\, \alpha(\mathcal{B}) \ni s_\pi \Big\}$;
- $F_{\mathcal{COM}} = \Big\{ \mathcal{B} \in Q_{\mathcal{COM}} \,\Big|\, \beta(\mathcal{B}) \ni s_\rho \Big\}$;
- для некоторой пары $\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2 \in Q_{\mathcal{COM}}$ (равенство $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2$ допустимо) и некоторой буквы $a \in \Sigma$ полагаем
$$\delta_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}_1, a) \ni \mathcal{B}_2 \quad (\text{т.е. } \mathcal{B}_1 \xrightarrow[\delta_{\mathcal{COM}}]{a} \mathcal{B}_2\ )$$
тогда и только тогда, когда одновременно выполняются следующие условия:
$$\Big(\forall A \in \alpha(\mathcal{B}_1)\Big)\ \Big((\delta_\pi(A, a) \neq \varnothing)\ \&\ (\delta_\pi(A, a) \subseteq \alpha(\mathcal{B}_2))\Big); \tag{1}$$
$$\Big(\forall Y \in \beta(\mathcal{B}_2)\Big)\ \Big((\delta_\rho(Y, a) \neq \varnothing)\ \&\ (\delta_\rho(Y, a) \subseteq \beta(\mathcal{B}_1))\Big). \tag{2}$$

Отметим, что рассматривая канонические автоматы *имеющие* возможное «мёртвое» состояние, мы получаем *те же самые* значения функций φ^{in} и φ^{out} – поскольку эти значения *не* могут содержать «мёртвые» состояния. Поэтому определение автомата $\mathcal{COM}(L)$ не зависит от рассмотрения (или *не*рассмотрения) «мёртвых» состояний.

Отметим ещё, что мы можем записать условие (1) следующим образом:

$$\Big(\forall A \in \alpha(\mathcal{B}_1)\Big)\ \Big((\delta_\pi(A, a) = \{B\})\ \&\ (B \in \alpha(\mathcal{B}_2))\Big)$$

---

[3] *Алгоритмы* построения таких подмножеств мы рассматривать не будем.

(аналогично для (2)). Однако мы *не* можем записать его в виде

$$\Big(\forall A \in \alpha(\mathcal{B}_1)\Big) \ \Big(\delta_\pi(A,a) \subseteq \alpha(\mathcal{B}_2)\Big) \tag{3}$$

(поскольку значение $\delta_\pi(A,a)$ может быть равно $\varnothing$). В то же время, рассматривая канонический автомат как *имеющий* возможное «мёртвое» состояние (такой автомат является всюду определённым), мы *можем* записать его в виде (3). Наконец, рассматривая канонический автомат с функцией переходов вида

$$\delta : Q \times \Sigma \to Q$$

(как, например, в [9]), мы можем записать (3) следующим простым способом:

$$\Big(\forall A \in \alpha(\mathcal{B}_1)\Big) \ \Big(\delta_\pi(A,a) \in \alpha(\mathcal{B}_2)\Big)\,.$$

Следующая теорема доказывает корректность обоих данных ранее определений.

Теорема 1. $\mathcal{COM}(L) = \mathcal{U}_L$.[4]

Доказательство. Сначала докажем для каждого состояния $\mathcal{B} \in Q_{\mathcal{COM}}$, что пара

$$\Big(\mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B})\,,\, \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B})\Big) \tag{4}$$

является факторизацией L. Для этого предположим, что (4) – всего лишь субфакторизация L (а не факторизация). Тогда:

- или существует некоторое слово $u \in \Sigma^*$ (где $u \notin \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B})$), такое что

  $$\Big(\mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}) \cup \{u\}\,,\, \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B})\Big),$$

  также является субфакторизацией (или, возможно, факторизацией) языка L;
- или же существует некоторое слово $v \in \Sigma^*$ (где $v \notin \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B})$), такое что

  $$\Big(\mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B})\,,\, \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}) \cup \{v\}\Big),$$

  также является субфакторизацией (или, возможно, факторизацией) языка L.

Не ограничивая общности рассуждений, будем рассматривать только первый случай.[5]

При этом должен существовать блок $\mathcal{B}' \in Q_{\mathcal{COM}}$, для которого

$$\mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}') \ni \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}) \cup \{u\}\,.$$

Т.е. для некоторого состояния A автомата $\widetilde{L}$, такого что $\mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A) \ni u$, будет выполняться условие

$$A \# X \quad \text{для каждого} \quad X \in \beta(\mathcal{B})\,.$$

[4] С точностью до переобозначения состояний.

[5] Мы допускаем возможность (суб)факторизации $\Big(\mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}) \cup \{u\}\,,\, \mathcal{L}^{\text{out}}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}) \cup \{v\}\Big)$.

Тогда $(\alpha(\mathcal{B}) \cup \{A\}) \times \beta(\mathcal{B})$ является псевдоблоком (или блоком, см. также [4]), и для рассматриваемого $\mathcal{B}$ мы получаем противоречие с определением блока.

В обратую сторону. Пусть $(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ – состояние автомата $\mathcal{U}_L$. Рассмотрим множества $P \subseteq Q_\pi$ и $R \subseteq Q_\rho$, определённые следующим способом:

$$P = \left\{ A \in Q_\pi \;\middle|\; (\exists u \in \mathcal{X})\, (\mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A) \ni u) \right\},$$
$$\text{и} \quad R = \left\{ X \in Q_\rho \;\middle|\; (\exists v \in \mathcal{Y}^R)\, (\mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L^R}}(X) \ni v) \right\}.$$

Так как $(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ – факторизация языка L, то для каждой пары состояний $A \in P$ и $X \in Q$ выполнено условие $A \# X$. Поэтому $P \times Q$ является псевдоблоком.

При этом если $P \times Q$ *не* является блоком, мы можем добавить некоторые слова к $\mathcal{X}$ или $\mathcal{Y}$ не нарушая определение (суб)факторизации; поэтому $(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ не будет факторизацией.

Теперь докажем совпадение множеств дуг рассматриваемых НКА. По определению автомата $\mathcal{U}_L$,

$$(\mathcal{X}', \mathcal{Y}') \in \delta_{\mathcal{U}_L}((\mathcal{X}, \mathcal{Y}), a) \quad \text{выполняется, если} \quad \mathcal{X}\, a\, \mathcal{Y}' \subseteq L\,.$$

То же самое условие выполняется и для $\delta_{\mathcal{COM}}$, т.е.,

$$\mathcal{B}' \in \delta_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}, a) \quad \text{выполняется, если} \quad \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B})\, a\, \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{COM}}(\mathcal{B}') \subseteq L\,,$$

где $\mathcal{B}'$ соответствует $(\mathcal{X}', \mathcal{Y}')$, а $\mathcal{B}$ соответствует $(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$. ▯

4. ПОКРЫВАЮЩИЕ АВТОМАТЫ

Используя автомат $\mathcal{COM}(L)$ и некоторое *заданное* покрывающее подмножество блоков $\mathcal{Q} \subseteq Q_{\mathcal{COM}}$, мы следующим образом определим соответствующий им *покрывающий автомат*:

$$\mathcal{COM}_{\mathcal{Q}}(L) = (\mathcal{Q}, \Sigma, \delta_{\mathcal{Q}}, S_{\mathcal{Q}}, F_{\mathcal{Q}})\,,$$

где:

- $S_{\mathcal{Q}} = \mathcal{Q} \cap S_{\mathcal{COM}}$;
- $F_{\mathcal{Q}} = \mathcal{Q} \cap F_{\mathcal{COM}}$;
- $\delta_{\mathcal{Q}} = \left\{ \mathcal{B}_1 \xrightarrow{a} \mathcal{B}_2 \;\middle|\; a \in \Sigma,\, \mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2 \in \mathcal{Q},\, \mathcal{B}_1 \underset{\delta_{\mathcal{COM}}}{\xrightarrow{a}} \mathcal{B}_2 \right\}$.

В этой статье мы *не* рассматриваем вопросы эквивалентности автоматов $\mathcal{COM}(L)$ и $\mathcal{COM}_{\mathcal{Q}}(L)$ (т.е. определяет ли автомат $\mathcal{COM}_{\mathcal{Q}}(L)$ заданный язык L); некоторые примеры приведены в [7], некоторые другие будут рассмотрены в последующих разделах данной статьи.

5. АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ АВТОМАТА $\mathcal{U}_L$

В [4] мы рассматривали возможный алгоритм построения автомата $\widetilde{L^R}$; используя этот алгоритм, мы *одновременно* получили значения функций φ^{in} и φ^{out}, а аткже бинарное отношение $\#$. В этом разделе мы получим автомат $\mathcal{U}_L$ – используя *тот же самый алгоритм*.

Итак, предположим, что мы уже имеем все эти объекты. Согласно определению множества блоков, определению автомата $\mathcal{COM}(L)$ и теореме 1 мы, рассматривая все подмножества множества Q_π, получаем следующий

Алгоритм 1. (Построение автомата $\mathcal{U}_L$)
Ввод: *автоматы* $\widetilde{L}$, $\widetilde{L^R}$, *бинарное отношение* $\#$.
Вывод: *автомат* $\mathcal{U}_L$.
Шаг 1. *Рассмотрим массив* `U[index]`, *где* `index` *может быть любым элементом* $\mathcal{P}(Q_\pi)$ *(за исключением* $\varnothing$*), а его значения – элементы* $\mathcal{P}(Q_\rho)$*. Для каждого возможного значения* `index` *полагаем*

$$\mathtt{U}[\mathtt{index}] := \bigcap_{A \in \mathtt{index}} \left\{ X \in Q_\rho \,\middle|\, A \# X \right\}.$$

Шаг 2. *Рассмотрим логический массив* `B[index]`, *где* `index` *может быть любым элементом* $\mathcal{P}(Q_\pi)$ *(за исключением* $\varnothing$*). Для каждого возможного значения* `index` *полагаем*

$$\mathtt{B}[\mathtt{index}] := (\mathtt{U}[\mathtt{index}] \neq \varnothing).$$

Шаг 3. *Для каждого возможного* `index`, *такого что выполнено условие* `B[index]`, *если*

$$(\exists\, \mathtt{ind} \in \mathcal{P}(Q_\pi))\, ((\mathtt{index} \subset \mathtt{ind})\, \&\, (\mathtt{U}[\mathtt{ind}] = \mathtt{U}[\mathtt{index}])),$$

то полагаем `B[index]:=false`.
Шаг 4. *Выбираем такое множество блоков:*

$$Q_{\mathcal{COM}} = \left\{ \mathtt{index} \times \mathtt{U}[\mathtt{index}] \,\middle|\, \mathtt{index} \in \mathcal{P}(Q_\pi))\, \&\, \mathtt{B}[\mathtt{index}] \right\}.$$

Шаг 5. $\delta_{\mathcal{COM}}$, $S_{\mathcal{COM}}$ *и* $F_{\mathcal{COM}}$ *определяются согласно приведённому ранее определению автомата* $\mathcal{COM}(L)$. □

Теперь сформулируем «зеркальный образ» этого алгоритма, в котором мы сначала рассматриваем подмножества Q_ρ.

Алгоритм 2. (Построение автомата $\mathcal{U}_L$)
Ввод: *автоматы* $\widetilde{L}$, $\widetilde{L^R}$, *бинарное отношение* $\#$.
Вывод: *автомат* $\mathcal{U}_L$.
Шаг 1. *Рассмотрим массив* `U[index]`, *где* `index` *может быть любым элементом* $\mathcal{P}(Q_\rho)$ *(за исключением* $\varnothing$*), а его значения – элементы* $\mathcal{P}(Q_\pi)$*. Для каждого возможного значения* `index` *полагаем*

$$\mathtt{U}[\mathtt{index}] := \bigcap_{X \in \mathtt{index}} \left\{ A \in Q_\pi \,\middle|\, A \# X \right\}.$$

Шаг 2. *Рассмотрим логический массив* `B[index]`, *где* `index` *может быть любым элементом* $\mathcal{P}(Q_\pi)$ *(за исключением* $\varnothing$*). Для каждого возможного значения* `index` *полагаем*

$$\mathtt{B}[\mathtt{index}] := (\mathtt{U}[\mathtt{index}] \neq \varnothing).$$

Шаг 3. *Для каждого возможного* `index`, *такого что выполнено условие* `B[index]`, *если*

$$(\exists\, \mathtt{ind} \in \mathcal{P}(Q_\rho))\, ((\mathtt{index} \subset \mathtt{ind})\, \&\, (\mathtt{U}[\mathtt{ind}] = \mathtt{U}[\mathtt{index}])),$$

то полагаем `B[index]:=false`.
Шаг 4. *Выбираем такое множество блоков:*

$$Q_{\mathcal{COM}} = \Big\{ \mathtt{U}[\mathtt{index}] \times \mathtt{index} \,\Big|\, \mathtt{index} \in \mathcal{P}(Q_\rho)) \,\&\, \mathtt{B}[\mathtt{index}] \Big\}.$$

Шаг 5. $\delta_{\mathcal{COM}}$, $S_{\mathcal{COM}}$ *и* $F_{\mathcal{COM}}$ *определяются согласно приведённому ранее определению автомата* $\mathcal{COM}(L)$. □

Оба эти алгоритма имеют очевидные упрощённые модификации Для их получения рассмотрим следующий ориентированный граф, описывающий все подмножества множества Q_π (за исключением $\varnothing$):

- для каждого элемента $\widetilde{Q} \subseteq Q_\pi$ (кроме $\varnothing$) имеется вершина, помеченная $\widetilde{Q}$; эта пометка символизирует объединение соответствующих элементов, входящих в Q_π;
- дуга из $\widetilde{Q}'$ в $\widetilde{Q}''$ (будем писать $\widetilde{Q}' \underset{\mathcal{DG}}{\longrightarrow} \widetilde{Q}''$) имеется тогда и только тогда, когда для некоторого состояния $A \in Q_\pi$ выполнено условие $\widetilde{Q}' = \widetilde{Q}'' \cup \{A\}$.

Обозначим этот ориентированный граф записью $\mathcal{DG}(Q_\pi)$. Для каждой его вершины $\widetilde{Q} \in \mathcal{P}(Q_\pi)$ будем считать её уровнем значение

$$|Q_\pi| - |\widetilde{Q}|;$$

например, вершина Q_π имеет уровень 0, а для каждого состояния $A \in Q_\pi$ вершина $\{A\}$ имеет уровень $|Q_\pi| - 1$. Таким образом, согласно определению блоков, мы получаем следующее упрощение алгоритма 2:

Алгоритм 3. (Построение автомата $\mathcal{U}_L$)
Шаг 1. *Рассмотрим логический массив* `B[index]`, *где* `index` *может быть любым элементом* $\mathcal{P}(Q_\pi)$ *(за исключением* $\varnothing$*). Для каждого возможного* `index` *полагаем*

$$\mathtt{B}[\mathtt{index}] :=(\exists X \in Q_\rho) \Big(\mathtt{index} = \Big\{ A \in Q_\pi \,\Big|\, A\#X \Big\}\Big).$$

Шаг 2.
`for i:=1 to` $|Q_\pi| - 1$ `do`
  `для каждой` *вершины уровня* `i` *(пусть эта вершина будет* `index`*)*
    `выполнить следующий Шаг 3`
Шаг 3.
  `если` *существуют* 2 *(или более) вершины* `ind` *уровня* `i-1`,
    такие что выполнено условие `B[ind]`
    и, кроме того, $\mathtt{ind} \underset{\mathcal{DG}}{\longrightarrow} \mathtt{index}$
  `то B[index]:=true`
Шаг 4. *Выбираем следующее множество блоков:*

$$Q_{\mathcal{COM}} = \Big\{ \mathtt{index} \times \bigcap_{A \in \mathtt{index}} \Big\{ X \in Q_\rho \,\Big|\, A\#X \Big\} \,\Big|\, \mathtt{index} \in \mathcal{P}(Q_\pi)) \,\&\, \mathtt{B}[\mathtt{index}] \Big\}.$$

Шаг 5. $\delta_{\mathcal{COM}}$, $S_{\mathcal{COM}}$ *и* $F_{\mathcal{COM}}$ *определяются согласно приведённому ранее определению автомата* $\mathcal{COM}(L)$. □

Отметим, что рассматривая подмножества множеств Q_π и Q_ρ в качестве индексов массивов, мы *можем* рассматривать и элемент $\varnothing$ – при этом он будет соответствовать возможному «мёртвому» состоянию эквивалентного канонического автомата.

В данной статье мы не будем формулировать «зеркальный образ» алгоритма 3.

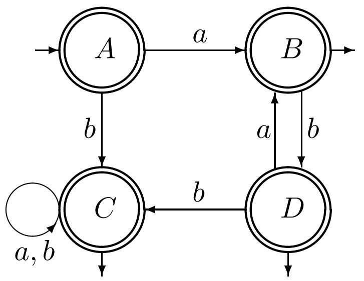

Рис. 1

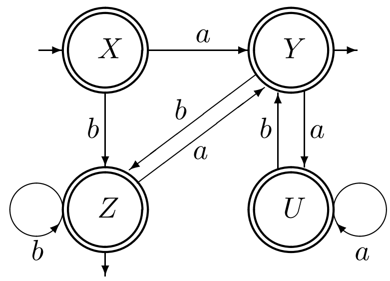

Рис. 2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] М. Зубова, Б. Мельников : Об одном алгоритме построения универсального автомата Конвея – *Вестник Воронежского государственного университета. Серия «Физика. Математика»,* № 1 (2012) 135–137.

[2] S. Lombardy, J. Sakarovitch : The Universal Automaton – *Logic and Automata, Texts in Logic and Games, Amsterdam Univ. Press,* Vol. 2 (2008) 457–504.

[3] B. Melnikov : Extended nondeterministic finite automata – *Fundamenta Informaticae,* Vol. 104, No. 3 (2010) 255–265.

[4] B. Melnikov : Once more on the edge-minimization of nondeterministic finite automata and the connected problems – *Fundamenta Informaticae,* Vol. 104, No. 3 (2010) 267–283.

[5] B. Melnikov, N. Sciarini-Guryanova : Possible edges of a finite automaton defining a given regular language – *The Korean Journal of Computational and Applied Mathematics,* Vol. 9, No. 2 (2002) 475–485.

[6] С. Баумгертнер, Б. Мельников : Мультиэвристический подход к проблеме звеёздно-высотной минимизации недетерминированных конечных автоматов – *Вестник Воронежского государственного университета. Серия «Системный анализ и информационные технологии»,* № 1 (2010) 5–7.

[7] B. Melnikov, A. Tsyganov : The state minimization problem for nondeterministic finite automata: the parallel implementation of the truncated branch and bound method – *5th Int. Symp. on Parallel Architectures, Algorithms and Programming, Taipei,* IEEE Computer Society Ed. (2012) 194–201.

[8] А. Мельникова : Некоторые свойства базисного автомата – *Вестник Воронежского государственного университета. Серия «Физика. Математика»,* № 2 (2012) 184–189.

[9] A. Aho, J. Ullman : *The Theory of Parsing, Translation, and Compiling, Vol. 1, Parsing.* Prentice Hall, 1972.

Долгов В.Н., аспирант кафедры «Прикладная математика и информатика» Тольяттинского государственного университета
E-mail: terenga74@mail.ru
Тел.: (927) 8132544

Dolgov V.N., post-graduate student of department "Applied Mathematics and Informatics", Togliatti State University
E-mail: terenga74@mail.ru
Tel.: (927) 8132544

Мельников Б.Ф., доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Прикладная математика и информатика» Тольяттинского филиала Самарского государственного университета
E-mail: B.Melnikov@tltsu.ru
Тел.: (927) 6109043

Melnikov B.F., doctor of physical and mathematical sciences, professor of department "Applied Mathematics and Informatics", Togliatti Branch of Samara State University
E-mail: B.Melnikov@tltsu.ru
Tel.: (927) 6109043