УДК 517.972

ВТОРАЯ МОМЕНТНАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ С ДВУМЯ ФАЗОВЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

И. О. Дубровский

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 01.02.2013 г.

Аннотация: рассматривается начальная задача для уравнения диффузии второго порядка с двумя фазовыми переменными, коэффициенты которого являются случайными процессами, не зависящими от случайного начального условия. Предполагается, что известен характеристический функционал случайных коэффициентов. Исходная задача сводится к детерминированной начальной задаче для дифференциального уравнения третьего порядка с обычнми и вариационными производными, которая может быть решена. С использованием решения вспомогательной задачи, получена формула для второй моментной функции решения рассматриваемой задачи Коши.

Ключевые слова: уравнение диффузии, случайный процесс, моментные функции, вариационная производная.

Abstract: Cauchy problem for two-dimensional differential equation of second order is considered. Coefficients of the equation are random processes, which don't depend on random initial condition. Characteristic functional of random coefficients is known. Initial problem is transformed to the deterministic initial problem for differential equation of third order with regular and variational derivatives, which can be solved. Using the solution of auxiliary problem we obtain formula for the second moment function for the solution of considered Cauchy problem.

Keywords: diffusion equation, random processes, moment function, variational derivative.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу Коши для дифференциального уравнения теплопроводности на интервале $T = [t_0, +\infty)$

$$\frac{\partial u(t,x_1,x_2)}{\partial t} = \varepsilon_1(t)(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2})u(t,x_1,x_2)+$$

$$+\varepsilon_2(t)(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2})u(t,x_1,x_2) + \varepsilon_3(t)u(t,x_1,x_2) + f(t,x_1,x_2), \tag{1}$$

$$u(t_0,x_1,x_2) = u_0(x_1,x_2), \tag{2}$$

где u - искомая функция, $\varepsilon_i : T \to \mathbb{R}$, $i = 1,2,3, f : T \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, u_0 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ случайные процессы.

Случайный процесс u_0 не зависит от случайных процессов $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, f$. Пусть случайные процессы $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, f$ заданы характеристическим функционалом, т.е. известно

$$\psi(v_1, v_2, v_3, \omega) = M\varphi(v_1, v_2, v_3, \omega),$$

где

$$\varphi(v_1, v_2, v_3, \omega) = \exp(i \int_T [\varepsilon_1(s)v_1(s) + \varepsilon_2(s)v_2(s) + \varepsilon_3(s)v_3(s)]\, ds+$$

$$+i \iint\limits_{T\mathbb{R}^2} f(s_1,s_2,s_3)\omega(s_1,s_2,s_3)\,ds_1ds_2ds_3),$$

$v_1, v_2, v_3 \in L_1(T), \omega \in L_1(T \times \mathbb{R}^2), M$ - означает математическое ожидание по функции распределения процессов $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, f$.

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЫ И ИХ СВОЙСТВА

Рассмотрим следующую задачу с обычными и вариационными производными

$$\frac{\partial y(v_1,v_2,v_3,t,x_1,x_2)}{\partial t} = -i\frac{\delta}{\delta v_1(t)}\Big(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\Big)\Big(y(v_1,v_2,v_3,t,x_1,x_2)\Big)- \\ -i\frac{\delta}{\delta v_2(t)}\Big(\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)\Big(y(v_1,v_2,v_3,t,x_1,x_2)\Big)- \\ -i\frac{\delta y(v_1,v_2,v_3,t,x_1,x_2)}{\delta v_3(t)}+b(v_1,v_2,v_3,t,x_1,x_2), \quad (3)$$

$$y(v_1,v_2,v_3,t_0,x_1,x_2) = y_0(v_1,v_2,v_3,x_1,x_2), \quad (4)$$

где $y : L_1(T)^3 \times T \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{C}$ - искомое отображение, $b(v_1,v_2,v_3,t,x_1,x_2), y_0(v_1,v_2,v_3,x_1,x_2)$ заданы.

Обозначим через $\chi(\tau,t)$ функцию, определяемую следующим образом

$$\chi(\tau,t,s) = \begin{cases} sign(s-\tau), & s \in [min\{\tau,t\}, max\{\tau,t\}] \\ 0, & s \notin [min\{\tau,t\}, max\{\tau,t\}]. \end{cases}$$

В работе [2] доказана следующая теорема

Теорема 1. *Пусть отображения y_0 и b имеют вариационные производные по $v_j, j = 1,2,3$, тогда*

$$y(v_1,v_2,v_3,t,x_1,x_2) = F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[y_0(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,t), v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,t), \\ v_3-i\chi(t_0,t),x_1,x_2)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)+\int\limits_{t_0}^{t} F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[b(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(\tau,t), \\ v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(\tau,t), v_3-i\chi(\tau,t),\tau,x_1,x_2)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)\,d\tau \quad (5)$$

является обобщенным решением задачи (1), (2) .

Введем обозначение

$$y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,x_1,x_2) = M(u(t,x_1,x_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)). \quad (6)$$

С помощью теоремы 1 получена следующая формула

$$y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,x_1,x_2) = F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[M(u_0(x_1,x_2)\varphi(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,t), \\ v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,t), v_3-i\chi(t_0,t),\omega))](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)- \\ -i\int\limits_{t_0}^{t} F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,x_1,x_2)}\psi(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(\tau,t), v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(\tau,t),$$

$$v_3 - i\chi(\tau,t),\omega)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)\,d\tau = M(u_0(x_1,x_2)) \overset{x}{*}$$
$$\overset{x}{*} F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[\psi(v_1 + i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,t), v_2 - (\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,t), v_3 - i\chi(t_0,t),\omega)](\xi_1,\xi_2) -$$
$$-i\int\limits_{t_0}^{t} F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,x_1,x_2)}\psi(v_1 + i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(\tau,t), v_2 - (\xi_1+\xi_2)\chi(\tau,t),$$
$$v_3 - i\chi(\tau,t),\omega)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)\,d\tau, \tag{7}$$

где символ $\overset{x}{*}$ обозначает свертку функций по переменным (x_1,x_2).

3. ВТОРАЯ МОМЕНТНАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ

Используя результат теоремы 1, найдем вторую моментную функцию решения задачи (1), (2). Будем действовать по аналогии с методом отыскания математического ожидания. Введем обозначение

$$y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2) = M(u(t,x_1,x_2)u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)).$$

Заметим, что данная функция симметрична по переменным (t,x_1,x_2) и (s,y_1,y_2). Для нахождения вторых моментных функций, умножим уравнение (1) на выражение $u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)$, а начальное условие (2) - на выражение $u_0(y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)$. Запишем математическое ожидание от обеих частей полученных равенств.

$$M\Big(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\frac{\partial u(t,x_1,x_2)}{\partial t}\Big) =$$
$$= M\Big(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\varepsilon_1(t)\Big(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\Big)\Big(u(t,x_1,x_2)\Big)\Big) +$$
$$+M\Big(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\varepsilon_2(t)\Big(\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}\Big)\Big(u(t,x_1,x_2)\Big)\Big) +$$
$$+M\Big(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\varepsilon_3(t)u(t,x_1,x_2)\Big) +$$
$$+M\Big(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)f(t,x_1,x_2)\Big), \tag{8}$$

$$M\Big(u(t_0,x_1,x_2)u_0(y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\Big) = M\Big(u_0(x_1,x_2)u_0(y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\Big). \tag{9}$$

Преобразуем уравнение (8). Используем свойства вариационного [1] и обычного дифференцирования, а также тот факт, что выражение $u(s,y_1,y_2)$ не зависит от переменных, по которым производится дифференцирование. Получим

$$M\Big(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\varepsilon_1(t)\Big(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\Big)\Big(u(t,x_1,x_2)\Big)\Big) =$$
$$= -iM\Big(u(s,y_1,y_2)i\varepsilon_1(t)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\Big(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\Big)\Big(u(t,x_1,x_2)\Big)\Big) =$$
$$= -iM\Big(u(s,y_1,y_2)\frac{\delta}{\delta v_1(t)}(\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega))\Big(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\Big)\Big(u(t,x_1,x_2)\Big)\Big) =$$

$$= -iM\left(\frac{\delta}{\delta v_1(t)}\left(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)\left(u(t,x_1,x_2)\right)\right)\right) =$$

$$= -iM\left(\frac{\delta}{\delta v_1(t)}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)\left(u(s,y_1,y_2)u(t,x_1,x_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\right)\right) =$$

$$= -i\frac{\delta}{\delta v_1(t)}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)\left(M(u(s,y_1,y_2)u(t,x_1,x_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega))\right) =$$

$$= -i\frac{\delta}{\delta v_1(t)}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)\left(y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)\right).$$

Проведя аналогичные преобразования, имеем

$$M\left(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\varepsilon_2(t)\left(\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}\right)\left(u(t,x_1,x_2)\right)\right) =$$

$$= -i\frac{\delta}{\delta v_2(t)}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}\right)\left(y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)\right),$$

$$M\left(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)\varepsilon_3(t)u(t,x_1,x_2)\right) = -i\frac{\delta y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)}{\delta v_3(t)},$$

$$M\left(u(s,y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)f(t,x_1,x_2)\right) = -i\frac{\delta y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,x_1,x_2)}{\delta\omega(t,x_1,x_2)},$$

где $y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,x_1,x_2)$ определяется соотношением (6).

Подставляя полученные выражения в равенство (8), получим следующую задачу

$$\begin{aligned}\frac{\partial y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)}{\partial t} &= \\ = -i\frac{\delta}{\delta v_1(t)}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}\right)&\left(y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)\right)- \\ - i\frac{\delta}{\delta v_2(t)}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right)&\left(y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)\right)- \\ - i\frac{\delta y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)}{\delta v_3(t)} &- i\frac{\delta y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,x_1,x_2)}{\delta\omega(t,x_1,x_2)}. \end{aligned} \tag{10}$$

$$y_2(v_1,v_2,v_3,\omega,t_0,t_0,x_1,y_1,x_2,y_2) = M(u_0(x_1,x_2)u_0(y_1,y_2)\varphi(v_1,v_2,v_3,\omega)). \tag{11}$$

Теорема 2. *Если характеристический функционал $\psi(v_1,v_2,v_3,\omega)$ имеет вариационные производные до третьего порядка включительно, $Mu_0(x_1,x_2)$ и $M(u_0(x_1,x_2)u_0(y_1,y_2))$ локально суммируемы, то задача (10)-(11) имеет единственное симметрическое по переменным (t,x_1,x_2),*

(s, y_1, y_2) решение в обобщенном смысле и оно вычисляется по формуле

$$
\begin{gathered}
y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)=F^{-1}_{\eta_1\eta_2}[F_{x_1x_2}[F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{y_1y_2}[M(u_0(y_1,y_2)\times\\
\times\ u_0(x_1,x_2)\varphi(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,s)+i(\eta_1^2+\eta_2^2)\chi(t_0,t),v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,s)-\\
-(\eta_1+\eta_2)\chi(t_0,t),v_3-i\chi(t_0,s)-i\chi(t_0,t),\omega)](\xi_1,\xi_2)](y_1,y_2)-\\
-i\int\limits_{t_0}^{s}F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{y_1y_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,y_1,y_2)}y(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,s)+i(\eta_1^2+\eta_2^2)\chi(t_0,t),\\
v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,s)-(\eta_1+\eta_2)\chi(t_0,t),\\
v_3-i\chi(t_0,s)-i\chi(t_0,t),\omega,t_0,x_1,x_2)](\xi_1,\xi_2)](y_1,y_2)\,d\tau](\eta_1,\eta_2)](x_1,x_2)-\\
-i\int\limits_{t_0}^{t}F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,x_1,x_2)}y(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,t),v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,t),\\
v_3-i\chi(t_0,t),\omega,s,y_1,y_2)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)\,d\tau, \quad (12)
\end{gathered}
$$

где $y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,x_1,x_2)$ может быть вычислен по формуле (7).

Доказательство. Для того, чтобы применить теорему 1 к задаче (10)-(11), необходимо знать начальное условие $y(v_1,v_2,v_3,\omega,t_0,s,x_1,y_1,x_2,y_2)$. Получим это условие, используя свойства симметричности функции $y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,s,x_1,y_1,x_2,y_2)$.

Положим в уравнении (10) $s=t_0$. Получим задачу Коши вида (1)-(2) для функции $y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,t_0,x_1,y_1,x_2,y_2)$. Применим к ней теорему 1. Получим

$$
\begin{gathered}
y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,t_0,x_1,y_1,x_2,y_2)=F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[M(u_0(x_1,x_2)u_0(y_1,y_2)\times\\
\times\ \varphi(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,t),v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,t),v_3-i\chi(t_0,t),\omega)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)-\\
-i\int\limits_{t_0}^{t}F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,x_1,x_2)}y(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,t),v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,t),\\
v_3-i\chi(t_0,t),\omega,t_0,y_1,y_2)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)\,d\tau.
\end{gathered}
$$

По свойству симметричности

$$
y(v_1,v_2,v_3,\omega,t_0,t,y_1,x_1,y_2,x_2)=y(v_1,v_2,v_3,\omega,t,t_0,x_1,y_1,x_2,y_2).
$$

Теперь получаем начальное условие для уравнения (10), подставив в предудущее выражение $t=s$ и поменяв пространственные переменные местами.

$$
\begin{gathered}
y(v_1,v_2,v_3,\omega,t_0,s,x_1,y_1,x_2,y_2)=\\
=F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{y_1y_2}[M(u_0(y_1,y_2)u_0(x_1,x_2)\varphi(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,s),\\
v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,s),v_3-i\chi(t_0,s),\omega)](\xi_1,\xi_2)](y_1,y_2)-\\
-i\int\limits_{t_0}^{s}F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{y_1y_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,y_1,y_2)}y(v_1+i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,s),\\
v_2-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,s),v_3-i\chi(t_0,s),\omega,t_0,x_1,x_2)](\xi_1,\xi_2)](y_1,y_2)\,d\tau \quad (13)
\end{gathered}
$$

К задаче (10),(13) снова применим теорему 1, получим требуемое равенство. □

Теперь из (12) может быть получена вторая моментная функция решения задачи (1),(2). Для этого положим $v_1 = 0, v_2 = 0, v_3 = 0, \omega = 0$.

Теорема 3. *Пусть выполнены условия предыдущей теоремы, $y(v_1, v_2, v_3, \omega, t, x_1, x_2)$ определяется соотношением (7). Тогда*

$$M(u(t,x_1,x_2)u(s,y_1,y_2)) = F^{-1}_{\eta_1\eta_2}[F_{x_1x_2}[F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{y_1y_2}[M(u_0(y_1,y_2)u_0(x_1,x_2)\times$$
$$\times\ \varphi(i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,s)+i(\eta_1^2+\eta_2^2)\chi(t_0,t), -(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,s)-$$
$$-(\eta_1+\eta_2)\chi(t_0,t), -i\chi(t_0,s)-i\chi(t_0,t),0)](\xi_1,\xi_2)](y_1,y_2)-$$
$$-i\int\limits_{t_0}^{s} F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{y_1y_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,y_1,y_2)}y(i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,s)+i(\eta_1^2+\eta_2^2)\chi(t_0,t),$$
$$-(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,s)-(\eta_1+\eta_2)\chi(t_0,t), -i\chi(t_0,s)-$$
$$-i\chi(t_0,t),0,t_0,x_1,x_2)](\xi_1,\xi_2)](y_1,y_2)\,d\tau](\eta_1,\eta_2)](x_1,x_2)-$$
$$-i\int\limits_{t_0}^{t} F^{-1}_{\xi_1\xi_2}[F_{x_1x_2}[\frac{\delta}{\delta\omega(\tau,x_1,x_2)}y(i(\xi_1^2+\xi_2^2)\chi(t_0,t), -(\xi_1+\xi_2)\chi(t_0,t),$$
$$-i\chi(t_0,t),0,s,y_1,y_2)](\xi_1,\xi_2)](x_1,x_2)\,d\tau, \quad (14)$$

является второй моментной функции решения задачи (1),(2) в смысле обобщенных функций.

Заметим, что если в (14) положить $s = t, y_1 = x_1, y_2 = x_2$, то получим дисперсионную оценку решения задачи (1), (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Задорожний В.Г. Методы варационного анализа / В.Г. Задорожний. — РХД, М.-Ижевск, 2006. — 316 с.

[2] Дубровский И.О. О математическом ожидании решения уравнения диффузии со случайными коэффициентами / И.О. Дубровский // Вестн. факультета ПММ. — 2009. — Вып. 7. — С. 20–30.

Дубровский И. О., аспирант кафедры нелинейных колебаний Воронежского государственного университета
E-mail: (473)2–208–649
Тел.: 2003igor@mail.ru

Dubrovskiy I. O., post-graduate student, chair of nonlinear oscillations of Voronezh State University
E-mail: (473)2–208–649
Tel.: 2003igor@mail.ru