

## АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ПЕРЕХОДОВ В СИСТЕМЕ ДВУХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК В СЛУЧАЕ ЗАПУТАННОГО НАЧАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ

Н. П. Стадная

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 19.11.2012 г.

**Аннотация:** рассматривается система двух квантовых точек в одномодовом электромагнитном поле. В зависимости от состояния электронов в квантовых точках возможны различные процессы распада или передачи возбуждения посредством фотонов поля. Наблюдаемые при этом осцилляции заселённости уровней отвечают известным осцилляциям Раби и характеризуют корреляции между электронами, индуцированные электромагнитным полем. В том случае, когда начальное состояние является запутанным, то есть коррелированным с точки зрения эффекта Эйнштейна-Подольского-Розена, осцилляциям заселённости в динамике двух квантовых точек не наблюдается. В этом проявляется так называемый ресурс запутанности для взаимодействующих квантовых систем.

**Ключевые слова:** матрица плотности, квантовые точки, запутанное состояние, распад и передача возбуждения, динамика заселённости.

**Abstract:** the system of two quantum dots in the single-mode electromagnetic field is considered. There are different processes of level decay or excitation transfer by photons depended on electron state in quantum dots. In this case oscillations of level population are observed (well-known Rabi oscillation) and electron correlations, induced by electromagnetic field, are described. If the initial state is entangled that is correlation effect of Einstein-Podolsky-Rosen there aren't any oscillations in system of quantum dots. This is an entangled source for interact quantum systems.

**Keywords:** density matrix, quantum dots, entangled state, level decay, excitation's transfer, level population.

### ВВЕДЕНИЕ

Теория квантовых переходов имеет различные приложения, в частности, для анализа заселённости в системе двух связанных квантовых точек. Ранее для квантовых переходов основное внимание уделялось расчёту собственно вероятностей переходов без детального анализа природы и свойств начального состояния составной системы. В последнее время такой параметр или ресурс составной системы как запутанность становится объектом пристального внимания исследователей. Это связано с тем, что составные системы, такие как связанные квантовые точки, рассматриваются как элементы квантовых логических устройств обработки квантовой информации [1, 2]. В работе проводится анализ характера динамики переходов в системе двух квантовых точках [3] в зависимости от начального состояния.

В квантовой системе учёт квантовой стохастичности проводится в рамках метода матрицы плотности [4,5]. Этот метод основан на уравнении:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}] \quad (1)$$

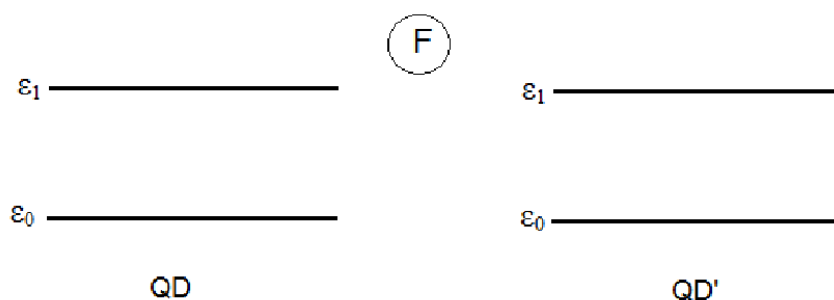


Рис. 1. Рассматриваемая система. QD, QD' – квантовые точки, F – внешнее электромагнитное поле.

и в зависимости от вида гамильтониана  $\hat{H}$  может быть применён как для исследования закрытых, так и открытых систем.

Такая классификация определяется процедурой учёта степеней свободы термостата в рамках тех или иных приближений (теория возмущений по взаимодействию с системами термостата, марковское приближение, приближение Линдблада и др.) [5].

Состояние квантовой системы, которое определяется матрицей плотности  $\hat{\rho} = \sum_{m,n} \rho_{mn} \hat{\mu}_{mn}$  ( $\hat{\mu}_{mn} = |m\rangle \langle n|$  – оператор;  $\rho_{mn}$  – матричные элементы матрицы плотности) этой системы, может быть чистым и смешанным. Для составной системы, состоящей из двух или более частей, особый интерес представляют запутанные состояния, например, состояния Белла, когда отсутствует представление в виде тензорного произведения векторов состояния каждой из подсистем. Характеристики состояния квантовой системы проявляются, например, в спектрах излучения (поглощения) или в динамике заселённости уровней [1, 2].

Решение уравнения (1) и построение временных зависимостей заселённости для исследования динамики переходов проводилось с использованием математического пакета Wolfram Mathematica 7.0.

## ДИНАМИКА ЗАСЕЛЁННОСТИ

Рассматриваемая система представляет собой две квантовые точки во внешнем электромагнитном поле (рис. 1).

Таблица 1. Параметры рассматриваемой системы

Параметр	Значение
$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon' = \varepsilon_1 - \varepsilon_0 = \varepsilon'_1 - \varepsilon'_0$	$10^{-13}$ эрг (100 мэВ)
$\Delta\varepsilon = \hbar\Omega, \Omega$	$10^{14}$ с <sup>-1</sup>
$\omega = 0, 9\Omega$	$9 \cdot 10^{13}$ с <sup>-1</sup>
$\gamma = 0.1\Omega$	$10^{13}$ с <sup>-1</sup>
$\alpha = 0.01\Omega$	$10^{12}$ с <sup>-1</sup>

Возможные состояния системы составляют базис векторов состояний:

$$|n_Q n_{Q'} n_f\rangle$$

$n_Q, n_{Q'}$  – квантовые числа, характеризующие состояние квантовых точек QD и QD' соответствен-

но,  $n_f$  – число фотонов поля. Все квантовые числа могут принимать значения 0 и 1.<sup>1</sup>

Таким образом, базис составляют 8 векторов.

Гамильтониан системы имеет вид:

$$\hat{H} = \varepsilon_0 |0\rangle \langle 0| + \varepsilon_1 |1\rangle \langle 1| + \varepsilon'_0 |0'\rangle \langle 0'| + \varepsilon'_1 |1'\rangle \langle 1'| + \hbar\omega a^+ a + \gamma (ab^+ + b^+ a + ab'^+ + b'^+ a) + \alpha (ba^+ ab'^+ + b'^+ a^+ ab^+) \quad (2)$$

Здесь  $a$  и  $a^+$  – операторы уничтожения и рождения фотонов;  $b, b^+$  и  $b', b'^+$  – операторы уничтожения и рождения в квантовых ямах;  $\varepsilon_0 = \varepsilon'_0$  и  $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1$  – энергии соответственно основного и возбуждённого состояний квантовых точек;  $\omega$  – частота внешнего электромагнитного поля;  $\gamma$  – коэффициент, характеризующий квантовые переходы из квантовой точки в поле;  $\alpha$  – коэффициент, характеризующий передачу возбуждения между квантовыми точками.

Параметры системы, выбранные для расчёта представлены в таблице 1.

Вычислив матричные элементы гамильтониана  $H_{mn}$ , составляем, исходя из (1), систему уравнений на матричные элементы матрицы плотности:

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{mn}}{\partial t} = H_{mk} \rho_{kn} - \rho_{mk} H_{kn} \quad (3)$$

Решением задачи Коши для (3) являются временные зависимости элементов матрицы плотности  $\rho_{\text{тп}}(t)$ , которые можно в дальнейшем использовать для нахождения временных зависимостей заселённостей уровней любой из двух квантовых точек посредством усреднения по состояниям другой квантовой точки и внешнего поля ((4) и (5)):

$$\begin{aligned} c_0(t) &= \langle 0 | \hat{\rho}_Q | 0 \rangle \\ c'_0(t) &= \langle 0' | \hat{\rho}'_Q | 0' \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} c_1(t) &= \langle 1 | \hat{\rho}_Q | 1 \rangle \\ c'_1(t) &= \langle 1' | \hat{\rho}'_Q | 1' \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $c_0(t), c'_0(t)$  и  $c_1(t), c'_1(t)$  – заселённости соответственно основных и возбуждённых уровней квантовых точек;  $\hat{\rho}_Q(\hat{\rho}'_Q)$  – редуцированные матрицы плотности, получаемые в результате усреднения матрицы плотности  $\hat{\rho}$  по состояниям поля и второй (первой) квантовой точки:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_Q &= \sum_{n_f} \sum_{n'_Q} \langle n_f | \langle n'_Q | \hat{\rho} | n'_Q \rangle | n_f \rangle \\ \hat{\rho}'_Q &= \sum_{n_f} \sum_{n_Q} \langle n_f | \langle n_Q | \hat{\rho} | n_Q \rangle | n_f \rangle \end{aligned} \quad (6)$$

## ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Временные зависимости заселённостей  $c_0(t), c'_0(t), c_1(t), c'_1(t)$  при различных начальных состояниях системы представлены на рис. 2 – 5.

Интерес представляет динамическая картина для случая, когда начальное состояние есть запутанное состояние.

Пусть состояния электронов в квантовых точках отвечают основному состоянию, а в поле имеется один фотон (Система находится в состоянии  $|00'1_f\rangle$ , то есть  $\rho_{00'1_f, 00'1_f}(0) = 1$ ).

Представленные зависимости соответствуют известным осцилляциям Раби в отсутствие затухания.

<sup>1</sup> Изменения состояния поля связаны с поглощением или излучением одного фотона.

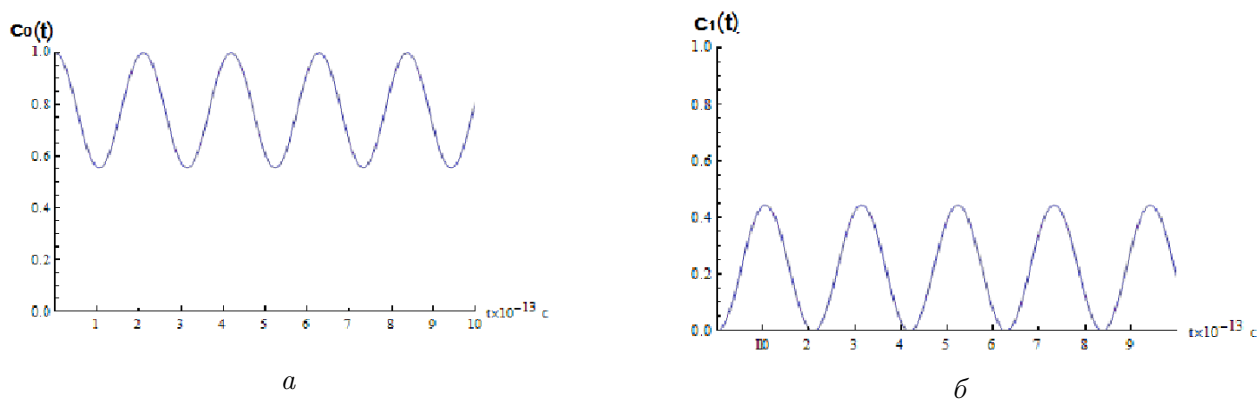


Рис. 2. Динамика заселённостей основного (а) и возбуждённого (б) уровней квантовых точек в условиях 1

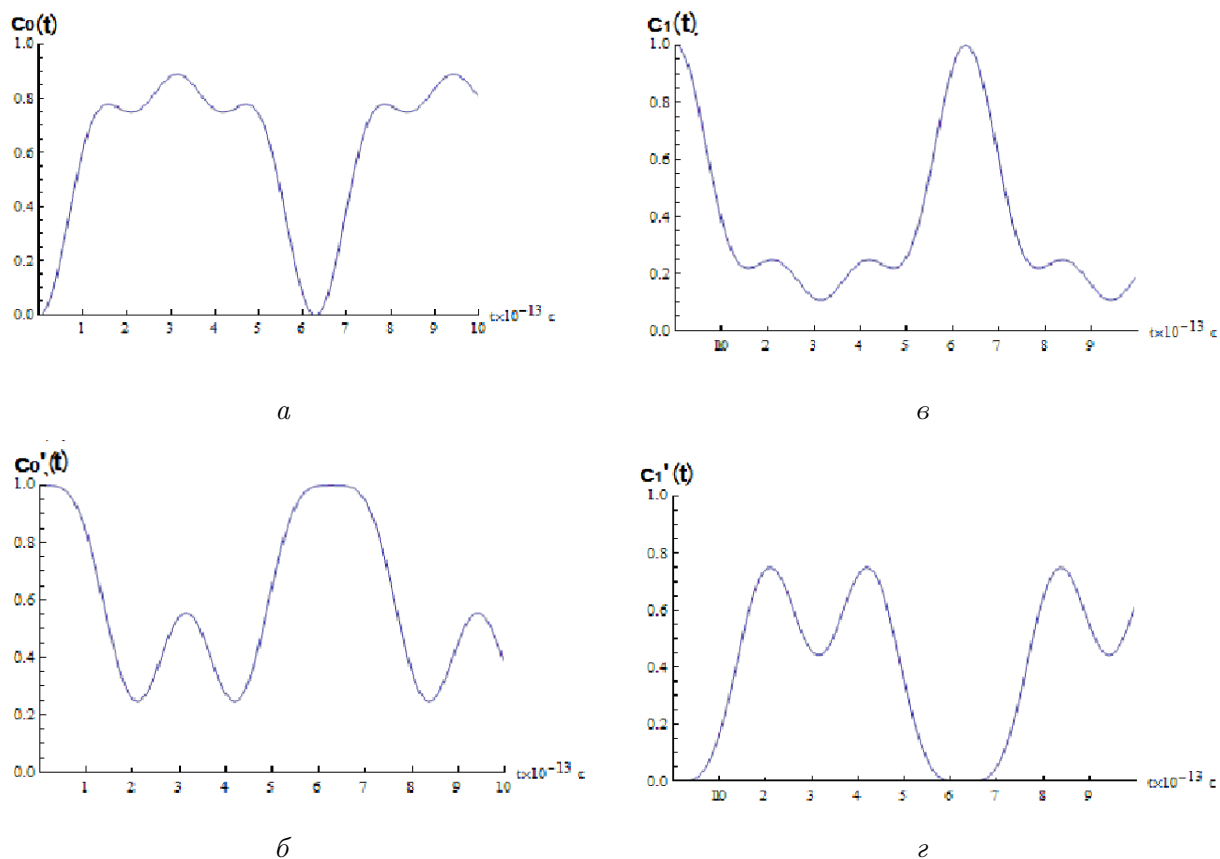


Рис. 3. Динамика заселённостей основного (а, б) и возбуждённого (в, г) уровней квантовых точек QD и QD' соответственно в условии 2

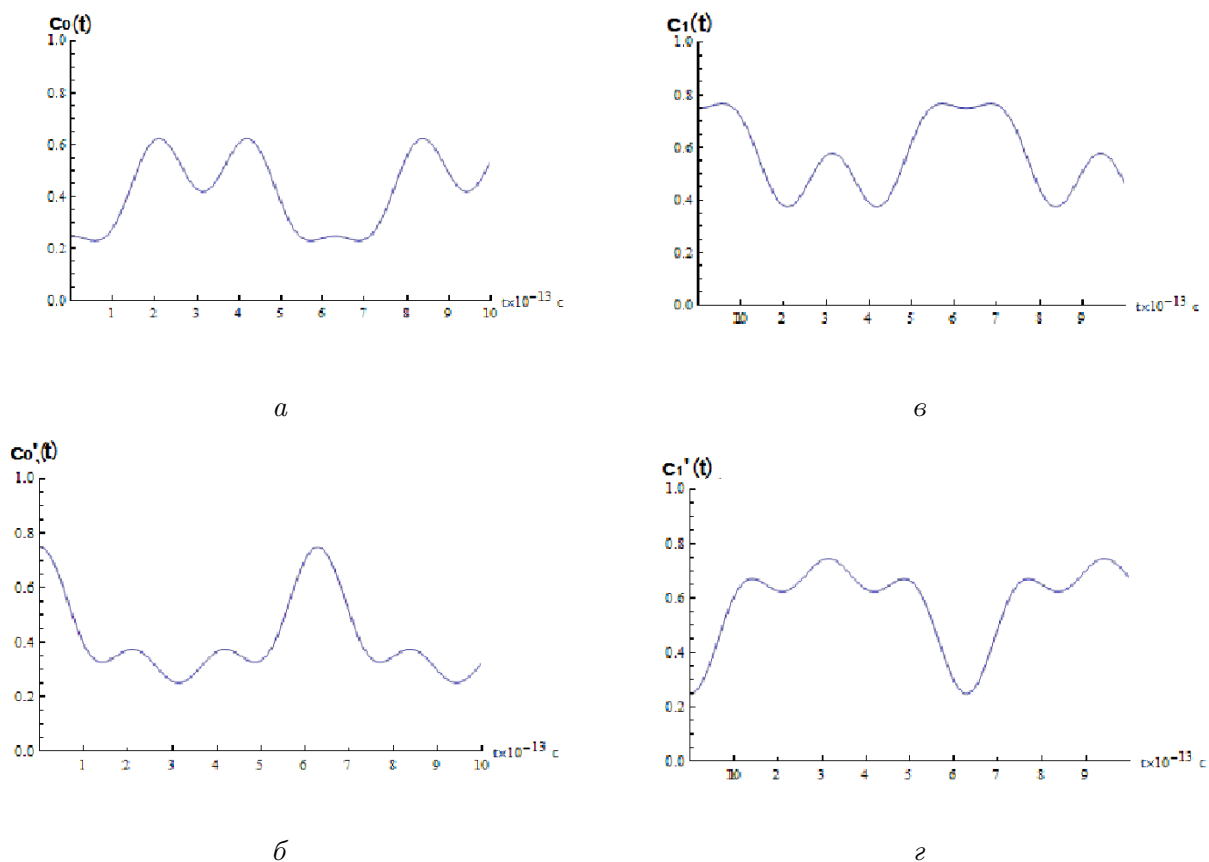


Рис. 4. Динамика заселённости основного (а, б) и возбуждённого (в, г) уровней квантовых точек QD и QD' соответственно в условии 3

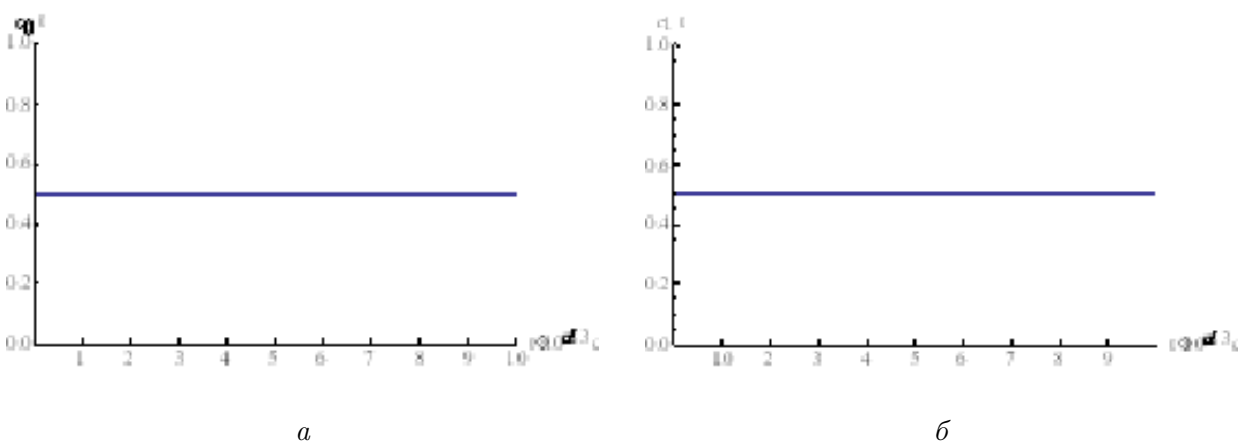


Рис. 5. Динамика заселённости основного (а) и возбуждённого (б) уровней квантовых точек в случае максимально запутанного начального состояния

2. Квантовая точка  $QD$  в возбуждённом состоянии,  $QD'$  – в основном. В поле фотонов нет (Система находится в состоянии  $|10'0_f\rangle$ , то есть  $\rho_{10'0_f,10'0_f}(0) = 1$ ).

Данные зависимости соответствуют передаче возбуждения между квантовыми точками. Видно, что распад возбуждённого состояния ямы  $QD$  коррелирован с процессом заполнения возбуждённого уровня  $QD'$ .

Пусть начальное состояние системы запутано:

$$\left( \frac{1}{2} |01'0_f\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2} |10'0_f\rangle \right)$$

В случае начального максимально запутанного состояния  $\frac{1}{\sqrt{2}} (|01'0_f\rangle - |10'0_f\rangle)$  система с течением времени остаётся в стационарном состоянии (заселённости с течением времени не меняются).

Отметим, что в случае запутанного начального состояния начинают проявляться квантово-механические корреляции, аналогичные корреляциям Эйнштейна-Подольского-Розена [5]. А именно, в предельном случае максимально запутанного состояния временные зависимости заселённостей представляют собой постоянные функции.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведённого анализа характера динамики переходов в системе двух квантовых точках в зависимости от начального состояния выявлено, что в отсутствие запутанности в системе двух кубитов наблюдаются ожидаемые осцилляции Раби, отвечающие межуровневым электронным переходам. В случае же, когда начальное состояние запутанно, наблюдаются квантово-механические корреляции.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация / М. Нильсен, И. Чанг. Пер.с англ. – М.: Мир, 2006. – 824 с.
- [2] Валиев К. А., Кокин А. А. Квантовые компьютеры. Надежда и реальность / К. А. Валиев, А. А. Кокин – Ижевск: РХД, 2001. – 352 с.
- [3] Fukui T. GaAs tetrahedral quantum dot structures fabricated using selective area metalorganic chemical vapor deposition / T. Fukui, S. Ando, Y. Tokura // Applied Physics Letters. — 1991. — Vol. 58. — P. 2018–2020.
- [4] фон Нейман И. Математические основы квантовой механики / И. фон Нейман. – М.: Наука, 1964. – 367 с.
- [5] Давыдов А. С. Квантовая механика / А. С. Давыдов. – М.: Наука, 1973. – 703 с.

Стадная Н.П., аспирант физического факультета Воронежского государственного университета  
E-mail: St.hope11@gmail.com

Stadnaya N.P., Post-graduated of Department of Physics. Voronezh State University  
E-mail: St.hope11@gmail.com