УДК 53:51

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ ОДНОМЕРНЫХ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВОЛН И ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ

А. С. Дубровин

Воронежский институт Федеральной службы исполнения наказаний России

Поступила в редакцию 15.12.2012 г.

Аннотация: для анализа возможности обобщения существующих в физике представлений о структуре пространства и времени изучаются свойства функций одномерных синусоидальных волн как элементов коммутативных алгебр с единицей. Совместное изучение алгебраической и геометрической структур таких алгебр приводит к выдвижению гипотезы об иерархической гиперконтинуальной структуре пространства-времени. Подтверждение гипотезы открыло бы считающиеся недостижимыми перспективы развития науки и техники за счет снятия таких ограничений отдельного континуума, как ограниченность скорости движения скоростью света в вакууме и жесткость причинно-следственных цепочек событий.
Ключевые слова: пространство-время, синусоидальная волна, гиперконтинуум.

Abstract: for the analysis of a possibility of generalisation of the representations existing in the physicist about the space and time structure properties of the functions of the one-dimensional sine waves as elements of the commutative algebras with the unity are studied. Joint examination of algebraic and geometrical structures of such algebras leads to the hypothesis promotion about the hierarchical hypercontinual structure of the space–time. The hypothesis acknowledgement would unclose science and technologies advancements considered as unattainable prospect at the expense of such separate continuum restrictions removal, as a boundedness of a motion velocity the light velocity in a vacuo and cause and effect events chains rigidity.
Keywords: the space-time, a sinusoidal wave, the hypercontinuum.

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о связи геометрии пространства-времени и физики обсуждается в научной литературе, начиная с работ А. Пуанкаре [1]. Часто утверждается, что поскольку только геометрия в соединении с физикой дает проверяемые на опыте результаты, то выбор геометрии для описания явлений является предметом соглашения и может быть произвольным, хотя, возможно, и осложняющим описание. Но, по мнению А. Эйнштейна, высказанном в 1921 году, "...вопрос о том, имеет этот континуум евклидову, риманову или какую-либо другую структуру, является вопросом физическим, ответ на который должен дать опыт, а не вопросом соглашения о выборе на основе простой целесообразности" [2]. Тем не менее, А. Эйнштейн не придавал геометрии пространства-времени фундаментальной роли в теории относительности, определяя эту геометрию как следствие более фундаментальных (на его взгляд) физических положений: принципы относительности и эквивалентности, а также постулат о постоянстве скорости света в вакууме. Напротив, Г. Минковский видел суть теории относительности именно в геометрии пространства-времени [3]. Соглашаясь с приведенной цитатой А. Эйнштейна и следуя в развитие взглядов Г. Минковского, А. Логунов показал первичность, а не вторичность геометрии пространства-времени по отношению к принципу относительности и постоянству скорости света в вакууме, а принцип эквивалентности вообще заменил принципом геометризации [4]. Далее А. Логунов поставил важный, на наш взгляд, для дальнейшего развития науки вопрос: "Главное – понять, какие физические свойства материи определяют геометрию?" [4].

Сам А. Логунов дал довольно неоднозначный ответ на свой вопрос. При отдельном рассмотрении электромагнитных явлений анализ системы уравнений Максвелла или даже просто волнового уравнения показывает, что фронт свободной волны электромагнитного поля распространяется по геодезическим псевдоевклидова пространства-времени, то есть естественная риманова геометрия электромагнитного поля имеет псевдоевклидов характер. На этом основании А. Логунов принимает согласующуюся со специальной теорией относительности гипотезу о псевдоевклидовости мирового физического пространства-времени. Аналогичное изучение сильных и слабых взаимодействий без учета гравитации подтверждает эту гипотезу, но при введении в рассмотрение гравитационного поля ситуация осложняется. Соответствующий анализ движения пробных частиц и полей в гравитационном поле показывает, что их естественная риманова геометрия приобретает даже не просто ненулевую, а вообще переменную кривизну и, тем более, перестает быть псевдоевклидовой (это согласуется с общей теорией относительности). Но из этого А. Логунов, в противоположность общей теорией относительности, уже не делает выводов об искривленности мирового физического пространства-времени, а то пространство-время, в котором движутся такие частицы и поля, объявляет чисто эффективным, обусловленным действием гравитации. Само же гравитационное поле наделяется опять-таки псевдоевклидовой естественной геометрией, совпадающей с геометрией мирового физического пространства-времени. В качестве обоснования такого вывода А. Логунов приводит довод о том, что естественная риманова геометрия негравитационных полей без учета влияния гравитации имеет псевдоевклидов характер. А в качестве теоретического подтверждения своего вывода А. Логунов предлагает перенести из классической нерелятивистской физики требование наличия десяти интегральных законов сохранения энергии-импульса и независимо от этого момента импульса для замкнутой системы взаимодействующих полей (это требование диктует нулевую кривизну римановой геометрии).

Мы считаем, что ответ, данный А. Логуновым на его основополагающий вопрос, в целом лежа в нужном направлении и задавая подходящую начальную точку соответствующих исследований, нуждается в дальнейшем пересмотре. Чтобы выяснить целесообразность и направление такого пересмотра, вернемся к самому началу ответа – к анализу волнового уравнения на предмет выявления естественной римановой геометрии электромагнитного поля и к анализу принципиальной возможности перенесения выявленной геометрии на мировое физическое пространство-время. Здесь А. Логунов руководствовался им же высказанным общим утверждением: "Если для какой-то формы материи мы имеем законы ее движения в форме дифференциальных уравнений, то эти уравнения содержат и представления о структуре пространства и времени" [4]. На наш взгляд, это утверждение, в целом, правильно, но требует уточнений.

ОБЩИЙ ПОДХОД

Дифференциальные уравнения движения представляют собой математические конструкции, не имеющие законченного физического смысла хотя бы потому, что не все частные решения таких уравнений обязаны его иметь. Так, линейная функция пространственных координат и времени является частным решением однородного волнового уравнения, но в общем случае задания ее параметров не отвечает закону сохранения энергии. Кроме того, степень фундаментальности физического смысла частных решений, имеющих таковой, может быть различна. Из всех частных решений однородного волнового уравнения фундаментальным физическим смыслом наделяются обычно лишь функции монохроматических (синусоидальных) волн, а физический смысл других частных решений усматривается в виде более общих волн, получающихся наложением синусоидальных волн в виде рядов Фурье или интегралов Фурье [5]. Все это наводит на мысль о том, что извлекать глубоко физические по своей сути представления о структуре пространства и времени из дифференциальных уравнений движения, имеющих более абстрактно-математическую природу, нужно осторожно.

Выскажем в качестве гипотезы следующее новое утверждение того же рода. Если для какой-то формы материи мы имеем законы ее движения, то для формирования соответствующих этим законам представлений о структуре пространства и времени нужно:

1) выделить функции движения (назовем их фундаментальными функциями движения), имеющие фундаментальный физический смысл (если известны дифференциальные уравнения движения, то эти функции ищутся среди частных решений этих уравнений);

2) определить набор математических операций (назовем их операциями комбинирования), посредством которых фундаментальные функции движения комбинируются во всевозможные другие функции движения.

Если, отталкиваясь от однородного волнового уравнения для электромагнитного поля, изучать движение свободных волн электромагнитного поля, выбрав функции синусоидальных волн на роль фундаментальных функций движения и ограничив набор операций комбинирования только линейными (сложение функций и умножение их на число), то полученные результаты полностью совпадут с результатами А. Логунова и будут свидетельствовать о псевдоевклидовости пространственно-временного континуума. Но если изменить набор операций комбинирования, то выводы изменятся. Рассмотрим ниже более подробно вопрос о том, к каким представлениям о структуре пространства и времени приведет добавление к указанному набору операций комбинирования операции умножения функций, то есть переход от сугубо линейных операций к алгебраическим.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Для простоты будем рассматривать только одномерные волны, имея ввиду очевидность обобщения на два и три измерения Обозначим для функций синусоидальных волн ($j = \sqrt{-1}$; параметры: $c_0 > 0$ — фазовая скорость, $A > 0$ — амплитуда, $C \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ — комплексная амплитуда, $\omega > 0$, $\widetilde{w} \neq 0$ — круговые частоты для вещественнозначных и комплекснозначных функций, $0 \leqslant \varphi < 2\pi$ — начальная фаза, $0 \leqslant \varphi^t < 2\pi$, $0 \leqslant \varphi^x < 2\pi$ — начальные фазы по времени и по пространству; переменные: $x \in \mathbb{R}$ — пространственная, $t \in \mathbb{R}$ – временная):

$$\Phi^+(c; A, \omega, \varphi; x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi\right);\ \Phi^-(c; A, \omega, \varphi; x, t) = A \cos\left(\omega t + \frac{\omega}{c}x + \varphi\right);$$

$$\Phi^0(c; A, \omega, \varphi^t, \varphi^x; x, t) = A \cos(\omega t + \varphi^t) \cos\left(\frac{\omega}{c}x + \varphi^x\right);$$

$$\Psi^+(c; C, \widetilde{\omega}; x, t) = C \exp\left(j\widetilde{\omega}t - j\frac{\widetilde{\omega}}{c}x\right);\ \Psi^-(c; C, \widetilde{\omega}; x, t) = C \exp\left(j\widetilde{\omega}t + j\frac{\widetilde{\omega}}{c}x\right);\ O(x, t) = 0.$$

Назовем эти функции основными функциями одномерных синусоидальных волн. Множества $\{\Phi^+\}$, $\{\Phi^-\}$, $\{\Phi^0\}$, $\{\Psi^+\}$, $\{\Psi^-\}$ всевозможных функций Φ^+, Φ^-, Φ^0, Ψ^+, Ψ^- и множества $\{\Phi^\pm\} = \{\Phi^+\} \cup \{\Phi^-\} = \{\Phi^+\} \cup \{\Phi^0\} = \{\Phi^-\} \cup \{\Phi^0\} = \{\Phi^+\} \cup \{\Phi^-\} \cup \{\Phi^0\}$, $\{\Psi^\pm\} = \{\Psi^+\} \cup \{\Psi^-\}$ образуют алгебраические базисы континуальной алгебраической размерности в линейных пространствах $L(\Phi^+)$, $L(\Phi^-)$, $L(\Phi^0)$, $L(\Psi^+)$, $L(\Psi^-)$ и $L(\Psi^\pm) = L(\Phi^+) \cup L(\Phi^-) = L(\Phi^+) \cup L(\Phi^0) =$

$L(\Phi^-) \cup L(\Phi^0) = L(\Phi^+) \cup L(\Phi^-) \cup L(\Phi^0)$, $L(\Psi^\pm) = L(\Psi^+) \cup L(\Psi^-)$ соответственно с нулевым элементом $O(x,t)$ и с обычными операциями сложения функций и умножения на числа. Любой элемент этих пространств есть вещественнозначная или комплекснозначная функция одномерного конечного волнового пакета, причем для $L(\Phi^+)$ и $L(\Psi^+)$ пакет целиком распространяется в положительном направлении, а для $L(\Phi^-)$ и $L(\Psi^-)$ — в отрицательном.

Обозначим для множеств всевозможных функций одномерных синусоидальных волн с фиксированной фазовой скоростью $c = \text{const} > 0$ (везде $A > 0$, $C \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $\omega > 0$, $\widetilde{\omega} \neq 0$, $0 \leqslant \varphi < 2\pi$, $0 \leqslant \varphi^t < 2\pi$, $0 \leqslant \varphi^x < 2\pi$, $x \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$):

$$\{\Phi^+\}_c = \{\Phi^+(c; A, \omega, \varphi; x, t)|_c = const\};\ \{\Phi^-\}_c = \{\Phi^-(c; A, \omega, \varphi; x, t)|_c = const\};$$

$$\{\Phi^0\}_c = \{\Phi^0(c; A, \omega, \varphi; x, t)|_c = const\};$$

$$\{\Psi^+\}_c = \{\Psi^+(c; A, \widetilde{\omega}; x, t)|_c = const\};\ \{\Psi^-\}_c = \{\Psi^-(c; A, \widetilde{\omega}; x, t)|_c = const\}.$$

Пространства $L(\Phi^+)$, $L(\Phi^-)$, $L(\Phi^0)$, $L(\Phi^\pm)$, $L(\Psi^+)$, $L(\Psi^-)$, $L(\Psi^\pm)$ являются алгебраическими прямыми суммами по всевозможным значениям $c > 0$ линейных многообразий $L(\{\Phi^+\}_c)$, $L(\{\Phi^-\}_c)$, $L(\{\Phi^0\}_c)$, $L(\{\Phi^\pm\}_c) = L(\{\Phi^+\}_c) \cup L(\{\Phi^-\}_c)$, $L(\{\Psi^+\}_c)$, $L(\{\Psi^-\}_c)$, $L(\{\Psi^\pm\}_c) = L(\{\Psi^+\}_c) \cup L(\{\Psi^-\}_c)$ соответственно континуальной алгебраической размерности с нулевым элементом $O(x,t)$, натянутых на множества $\{\Phi^+\}_c$, $\{\Phi^-\}_c$, $\{\Phi^0\}_c$, $\{\Phi^\pm\}_c = \{\Phi^+\}_c \cup \{\Phi^-\}_c$, $\{\Psi^+\}_c$, $\{\Psi^-\}_c$, $\{\Psi^\pm\}_c = \{\Psi^+\}_c \cup \{\Psi^-\}_c$ соответственно.

Если любое из рассматриваемых здесь линейных пространств снабдить дополнительной операцией умножения векторов в смысле обычного умножения функций, то оно не станет алгеброй из-за отсутствия в нем замкнутости по этой операции. Однако из пространств $L(\Phi^\pm)$ и $L(\Psi^\pm)$ можно получить коммутативные алгебры с единицей, замкнув их по умножению векторов введением в них дополнительных векторов путем образования их алгебраической прямой суммы с подходящими линейными пространствами, отличных от уже рассматриваемых здесь. Для этого, наряду с уже введенными основными, введем предельные функции одномерных синусоидальных волн (везде $A > 0$, $U \neq 0$, $C \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $\omega > 0$, $\widetilde{\omega} \neq 0$, $0 \leqslant \varphi < 2\pi$ — параметры, а $x \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$ — переменные):

$$\Phi^\infty(A, \omega, \varphi; x, t) = A\cos(\omega t + \varphi);\ \Phi^{00}(A, \omega, \varphi; x, t) = \cos(\omega x + \varphi);\ \Phi^{000}(U; x, t) = U;$$

$$\Psi^\infty(C, \widetilde{\omega}; x, t) = C\exp(j\widetilde{\omega}t);\ \Psi^{00}(C, \widetilde{\omega}; x, t) = C\exp(j\widetilde{\omega}x);\ \Psi^{000}(C; x, t) = C.$$

Функции Φ^∞ и Ψ^∞ описывают волну, распространяющуюся с бесконечной фазовой скоростью, функции Φ^{00} и Ψ^{00} — стоячую стационарную волну, а функции Φ^{000} и Ψ^{000} — волну, неизменную в пространстве и во времени.

Множества $\{\Phi^\infty\}$, $\{\Phi^{00}\}$, $\{\Phi^{000}\}$, $\{\Psi^\infty\}$, $\{\Psi^{00}\}$, $\{\Psi^{000}\}$ всех таких функций и

$$\{\Phi\} = \{\Phi^\pm\} \cup \{\Phi^\infty\} \cup \{\Phi^{00}\} \cup \{\Phi^{000}\},\ \{\Psi\} = \{\Psi^\pm\} \cup \{\Psi^\infty\} \cup \{\Psi^{00}\} \cup \{\Psi^{000}\}$$

образуют алгебраические базисы в линейных пространствах $L(\Phi^\infty)$, $L(\Phi^{00})$, $L(\Phi^{000})$, $L(\Psi^\infty)$, $L(\Psi^{00})$, $L(\Psi^{000})$ и $L(\Phi)$, $L(\Psi)$ соответственно континуальной алгебраической размерности с нулевым элементом $O(x,t)$ и с обычными операциями сложения функций и умножения их на числа. Пространства $L(\Phi)$ и $L(\Psi)$ образованы алгебраической прямой суммой пространств $L(\Phi^\pm)$, $L(\Phi^\infty)$, $L(\Phi^{00})$, $L(\Phi^{000})$ и $L(\Psi^\pm)$, $L(\Psi^\infty)$, $L(\Psi^{00})$, $L(\Psi^{000})$. Если пространства $L(\Phi)$ и $L(\Psi)$ снабдить дополнительной операцией умножения векторов в смысле обычного умножения функций, то из пространства $L(\Phi)$ получится действительная коммутативная алгебра $\mathfrak{U}(\Phi)$ с единицей $\Phi^{000}(1; x, t)$, а из пространства $L(\Psi)$ получится комплексная коммутативная алгебра $\mathfrak{U}(\Psi)$ с единицей $\Psi^{000}(1; x, t)$. При этом из пространств $L(\Phi^+)$, $L(\Phi^-)$, $L(\Phi^0)$, $L(\Phi^\pm)$, $L(\Phi^\infty)$, $L(\Phi^{00})$, $L(\Phi^{000})$

получатся линейные многообразия $L(\{\Phi^+\})$, $L(\{\Phi^-\})$, $L(\{\Phi^0\})$, $L(\{\Phi^\pm\})$, $L(\{\Phi^\infty\})$, $L(\{\Phi^{00}\})$, $L(\{\Phi^{000}\})$ в алгебре $\mathfrak{U}(\Phi)$, натянутые на множества $\{\Phi^+\}$, $\{\Phi^-\}$, $\{\Phi^0\}$, $\{\Phi^\pm\}$, $\{\Phi^\infty\}$, $\{\Phi^{00}\}$, $\{\Phi^{000}\}$, соответственно, а из пространств $L(\Psi^+)$, $L(\Psi^-)$, $L(\Psi^0)$, $L(\Psi^\pm)$, $L(\Psi^\infty)$, $L(\Psi^{00})$, $L(\Psi^{000})$ получатся линейные многообразия $L(\{\Psi^+\})$, $L(\{\Psi^-\})$, $L(\{\Psi^0\})$, $L(\{\Psi^\pm\})$, $L(\{\Psi^\infty\})$, $L(\{\Psi^{00}\})$, $L(\{\Psi^{000}\})$ в алгебре $\mathfrak{U}(\Psi)$, натянутые на множества $\{\Psi^+\}$, $\{\Psi^-\}$, $\{\Psi^0\}$, $\{\Psi^\pm\}$, $\{\Psi^\infty\}$, $\{\Phi^{00}\}$, $\{\Psi^{000}\}$ соответственно.

Многообразия $L(\{\Phi^+\}_c)$, $L(\{\Phi^-\}_c)$, $L(\{\Phi^0\}_c)$, $L(\{\Phi^\pm\}_c)$, рассматриваемые в соответствующих действительных линейных пространствах, можно рассматривать и в алгебре $\mathfrak{U}(\Phi)$, а многообразия $L(\{\Psi^+\}_c)$, $L(\{\Psi^-\}_c)$, $L(\{\Psi^\pm\}_c)$, в соответствующих комплексных линейных пространствах — в алгебре $\mathfrak{U}(\Psi)$. В алгебрах $\mathfrak{U}(\Phi)$ и $\mathfrak{U}(\Psi)$ многообразия $L(\{\Phi^+\})$, $L(\{\Phi^-\})$, $L(\{\Phi^0\})$, $L(\{\Phi^\pm\})$, $L(\{\Psi^+\})$, $L(\{\Psi^-\})$, $L(\{\Psi^\pm\})$ являются алгебраическими прямыми суммами по всевозможным значениям $c > 0$ многообразий $L(\{\Phi^+\}_c)$, $L(\{\Phi^-\}_c)$, $L(\{\Phi^0\}_c)$, $L(\{\Phi^\pm\}_c)$, $L(\{\Psi^+\}_c)$, $L(\{\Psi^-\}_c)$, $L(\{\Psi^\pm\}_c)$.

Алгебраическая структура линейных пространств $L(\Phi^\pm)$, $L(\Psi^\pm)$, $L(\Phi)$, $L(\Psi)$ и алгебр $\mathfrak{U}(\Phi)$, $\mathfrak{U}(\Psi)$ определяется их алгебраическими базисами $\{\Phi^\pm\}$, $\{\Psi^\pm\}$, $\{\Phi\}$, $\{\Psi\}$. Для введения в них дополнительно геометрической структуры будем интерпретировать их вектора как полевые функции (функции свободных волн некоторых безмассовых полей, движущихся в некотором двухмерном римановом пространстве-времени) а операции с векторами – как математические инструменты описания взаимодействия этих полей с внешней средой Возникает вопрос о выборе естественной римановой геометрии таких полей, то есть такой римановой геометрии пространства-времени, при которой фронт свободной волны движется по геодезическим естественного пространства-времени. Распространение фронта свободной волны описывается характеристическим уравнением соответствующего дифференциального уравнения поля, так что такие полевые дифференциальные уравнения содержат представления о геометрии пространства-времени [4] А именно, такое изучение движения безмассовых полей позволяет определить задающий риманово пространство данной размерности метрический тензор естественного пространства-времени с точностью до постоянного множителя [1].

Все вектора линейных многообразий $L(\{\Phi^+\}_\nu)$, $L(\{\Phi^-\}_\nu)$, $L(\{\Phi^0\}_\nu)$, $L(\{\Phi^\pm\}_\nu)$ и $L(\{\Psi^+\}_\nu)$, $L(\{\Psi^-\}_\nu)$, $L(\{\Psi^\pm\}_\nu)$ представляют собой при $\nu = c > 0$ вещественнозначные (для действительных многообразий) или комплекснозначные (для комплексных многообразий) частные решения одномерного однородного волнового уравнения

$$\Box_c u(x,t) = 0, \tag{1}$$

где $\Box_c$ — одномерный оператор Даламбера: $\Box_c = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$.

При $c > \nu > 0$ любой такой вектор (круговую частоту волны для него будем обозначать через ω) представляет собой вещественнозначное (для действительных многообразий) или комплекснозначное (для комплексных многообразий) частное решение соответствующего одномерного неоднородного волнового уравнения, а при $\nu > c > 0$ имеет место то же самое, но в роли уравнения фигурирует уравнение Клейна-Гордона-Фока [6]

$$(\Box_c + m^2c^4/\hbar^2)u(x,t) = 0, \tag{2}$$

являющееся частным случаем уравнения Клейна-Гордона [7], характеризующимся отсутствием внешнего поля ($\hbar$ — постоянная Планка) Величина m в (2) находится по формуле

$$m = \frac{\hbar\omega}{c^2\nu}(\nu^2 - c^2)^{1/2}. \tag{3}$$

Волновые уравнения вида (1) имеют в качестве своих характеристик всевозможные характеристические конусы

$$c^2(t-t_0)^2 - (x-x_0)^2 = 0 \tag{4}$$

с вершиной в точке (x_0, t_0), $x_0 \in \mathbb{R}$, $t_0 \in \mathbb{R}$. Уравнение характеристического конуса (4) определяет интервал $s_0(c)$ между событиями (x, t) и (x_0, t_0):

$$s_0^2(c) = c^2(t - t_0)^2 - (x - x_0)^2, \tag{5}$$

дифференциал квадрата которого

$$ds^2(c) = c^2 dt^2 - dx^2 \tag{6}$$

не зависит от начального события x_0, t_0 и задает основную метрическую форму двухмерного псевдоевклидова пространства-времени, имеющую в произвольных допустимых координатах следующий вид:

$$ds^2(c) = g_{ik}(c) dx^i dx^k;\ i, k = 0, 1, \tag{7}$$

где $g_{ik}(c)$ — ковариантный метрический тензор, который при фиксированном $c > 0$ может быть диагонализирован во всем пространстве-времени:

$$g_{00}(c) = c^2; g_{11}(c) = -1; g_{01}(c) = g_{10}(c) = 0, \tag{8}$$

причем при такой диагонализации равенство (7) принимает вид (6)

Различным значениям $c > 0$ соответствуют разные волновые уравнения (1) с разными характеристическими конусами (4), в результате квадрат интервала (5), основная метрическая форма (6)(7) и ковариантный метрический тензор в любом, в частности, диагонализированном виде (8) зависят от c. Поэтому геометрическая структура пространств $L(\Phi^{\pm})$ и $L(\Psi^{\pm})$ характеризуется параметризованным по $c > 0$ множеством не связанных друг с другом задающих риманову геометрию многообразий $L(\{\Phi^{\pm}\}_c)$ и $L(\{\Psi^{\pm}\}_c)$ двухмерных псевдоевклидовых пространственно-временных континуумов с ковариантным метрическим тензором $g_{ij}(c)$.

Для описания геометрической структуры пространств $L(\Phi)$ и $L(\Psi)$ нужно еще добавить задающие риманову геометрию многообразий $L(\{\Phi^{\infty}\})$, $L(\{\Psi^{\infty}\})$ и $L(\{\Phi^{00}\})$, $L(\{\Psi^{00}\})$ соответственно евклидовы пространства-времена с ковариантными метрическими тензорами

$$g_{00}(\infty) = 1, g_{01}(\infty) = g_{10}(\infty) = g_{11}(\infty) = 0 \tag{9}$$

и

$$g_{11}(0) = 1, g_{00}(0) = g_{01}(0) = g_{10}(0) = 0 \tag{10}$$

соответственно (назовем их квазивременным и квазипространственным континуумами, а их размерность – квазиодномерной) При этом в многообразиях $L(\{\Phi^{000}\})$ и $L(\{\Psi^{000}\})$ можно выбирать любую риманову геометрию, они не влияют на геометрическую структуру пространств $L(\Phi)$ и $L(\Psi)$, параметризация пространств-времен которых получается в виде $c \in [0, \infty]$. Различным значениям $c \in [0, \infty]$ отвечают свободные волны полей различных видов, которые не могут превращаться друг в друга под воздействием внешней среды, что отражает ситуацию, возможность которой отмечал еще Лобачевский [8], когда различные физические явления будут описываться в терминах различных естественных геометрий.

Ситуация с геометрической структурой радикально меняется при переходе рассмотрения от введенных здесь линейных пространств к алгебрам. Важно отметить, что в алгебрах $\mathfrak{U}(\Phi)$ и $\mathfrak{U}(\Psi)$ линейные многообразия $L(\{\Phi^{+}\}_c)$, $L(\{\Phi^{-}\}_c)$, $L(\{\Phi^{0}\}_c)$, $L(\{\Phi^{\pm}\}_c)$, $L(\{\Psi^{+}\}_c)$, $L(\{\Psi^{-}\}_c)$, $L(\{\Psi^{\pm}\}_c)$, ни сами по себе, ни взятые в алгебраической прямой сумме с какими-либо линейными многообразиями $L(\{\Phi^{\infty}\})$, $L(\{\Phi^{00}\})$, $L(\{\Phi^{000}\})$, $L(\{\Psi^{\infty}\})$, $L(\{\Psi^{00}\})$, $L(\{\Psi^{000}\})$, не являются подалгебрами. В результате, различным значениям $c \in [0, \infty]$ отвечают свободные волны полей различных видов, которые, в отличие от случая линейных пространств, могут превращаться друг в друга под воздействием внешней среды. В качестве примера представления соответствующих произведений двух функций одномерных синусоидальных волн в виде функций одномерного конечного волнового пакета приведем следующие формулы для вещественнозначных функций стоячих волн с одинаковыми и разными фазовыми скоростями:

$$\Phi^0(c;A_1,\omega,\varphi_1^t,\varphi_1^x;x,t)\cdot\Phi^0(c;A_2,\omega,\varphi_2^t,\varphi_2^x;x,t)=$$
$$=\Phi^0\Big(c;\tfrac{A_1A_2}{4},2\omega,2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\Big)+\Phi^\infty\Big(\tfrac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^x-\varphi_2^x),2\omega,2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},x,t\Big)+$$
$$+\Phi^{00}\left(\tfrac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^t-\varphi_2^t),\tfrac{2\omega}{c},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\},x,t\right)+\Phi^{000}\left(\tfrac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^t-\varphi_2^t)\cos(\varphi_1^x-\varphi_2^x);x,t\right);$$

если $\omega_{\max}>\omega_{\min}$, то

$$\Phi^0(c;A_1,\omega_{\max},\varphi_1^t,\varphi_1^x;x,t)\cdot\Phi^0(c;A_2,\omega_{\min},\varphi_2^t,\varphi_2^x;x,t)=$$
$$=\Phi^0\left(c;\tfrac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\tfrac{\omega_{\max}+\omega_{\min}}{\omega_{\max}-\omega_{\min}}c;\tfrac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^x-\varphi_2^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right)+$$
$$++\Phi^0\left(\tfrac{\omega_{\max}-\omega_{\min}}{\omega_{\max}+\omega_{\min}}c;\tfrac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(c;\tfrac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\},2\pi\left\{\tfrac{\varphi_1^x-\varphi_2^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right);$$

если $\omega_{\max}>\omega_{\min}$, $\omega_{\max}c_2>\omega_{\min}c_1$, то

$$\Phi^0(c_1;A_1,\omega_{\max},\varphi_1^t,\varphi_1^x;x,t)\cdot\Phi^0(c_2;A_2,\omega_{\min},\varphi_2^t,\varphi_2^x;x,t)=$$
$$\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}+\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\max}c_2+\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}+\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\max}c_2-\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\}2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x-\varphi_2^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}-\omega_{\min})c_1C_2}{\omega_{\max}c_2+\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+phi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}-\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\max}c_2+\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x-\varphi_2^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right);$$

если $\omega_{\max}>\omega_{\min}$, $\omega_{\max}c_2=\omega_{\min}c_1$, то

$$\Phi^0(c_1;A_1,\omega_{\max},\varphi_1^t,\varphi_1^x;x,t)\cdot\Phi^0(c_2;A_2,\omega_{\min},\varphi_2^t,\varphi_2^x;x,t)=$$
$$=\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}+\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\max}c_2+\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^\infty\left(\frac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^x-\varphi_2^x),\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}-\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\max}c_2+\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^\infty\left(\frac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^x-\varphi_2^x),\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\};x,t\right);$$

если $\omega_{\max} > \omega_{\min}$, $\omega_{\max}c_2 < \omega_{\min}c_1$, то

$$\Phi^0(c_1;A_1,\omega_{\max},\varphi_1^t,\varphi_1^x;x,t)\cdot\Phi^0(c_2;A_2,\omega_{\min},\varphi_2^t,\varphi_2^x;x,t) =$$
$$= \Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}+\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\max}c_2+\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}+\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\min}c_1-\omega_{\max}c_2};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}+\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_2^x-\varphi_1^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}-\omega\mathrm{min})c_1c_2}{\omega_{\max}c_2+\omega_{\min}c_1};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{(\omega_{\max}-\omega_{\min})c_1c_2}{\omega_{\min}c_1-\omega_{\max}c_2};\frac{A_1A_2}{4},\omega_{\max}-\omega_{\min},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_2^x-\varphi_1^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right);$$

если $c_2 > c_1$, то

$$\Phi^0(c_1;A_1,\omega,\varphi_1^t,\varphi_1^x;x,t)\cdot\times\Phi^0(c_2;A_2,\omega,\varphi_2^t,\varphi_2^x;x,t) =$$
$$= \Phi^0\left(\frac{2c_1c_2}{c_2+c_1};\frac{A_1A_2}{4},2\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{2c_1c_2}{c_2-c_1};\frac{A_1A_2}{4},2\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t-\varphi_2^t}{2\pi}+1\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^{00}\left(\frac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^t-\varphi_2^t),\frac{c_2+c_1}{c_1c_2}\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^{00}\left(\frac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^t-\varphi_2^t),\frac{c_2+c_1}{c_1c_2}\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right);$$

если $c_2 < c_1$, то

$$\Phi^0\left(c_1;A_1,\omega,\varphi_1^x;x,t\right)\cdot\Phi^0(c_2;A_2,\omega,\varphi_2^x,t) =$$
$$= \Phi^0\left(\frac{2c_1c_2}{c_2+c_1};\frac{A_1A_2}{4},2\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\},x,t\right)+$$
$$+\Phi^0\left(\frac{2c_1c_2}{c_1-c_2};\frac{A_1A_2}{4},2\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_1^t+\varphi_2^t}{2\pi}\right\},2\pi\left\{\frac{\varphi_2^x-\varphi_1^x}{2\pi}+1\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^{00}\left(\frac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^t-\varphi_2^t),\frac{c_2+c_1}{c_1c_2}\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_1^x+\varphi_2^x}{2\pi}\right\};x,t\right)+$$
$$+\Phi^{00}\left(\frac{A_1A_2}{4}\cos(\varphi_1^t-\varphi_2^t),\frac{c_1-c_2}{c_1c_2}\omega,2\pi\left\{\frac{\varphi_2^x-\varphi^x}{2\pi}\right\};x,t\right).$$

Геометрическую структуру алгебр $\mathfrak{U}(\Phi)$ и $\mathfrak{U}(\Psi)$ составляют те же, что и линейных пространств $L(\Phi)$ и $L(\Psi)$, двухмерные псевдоевклидовы пространственно-временные континуумы вместе с квазиодномерными евклидовыми квазипространственным (10) и квазивременным (9) контунуумами. Однако здесь они, хотя и не образуют единого риманова пространства, но оказываются связанными друг с другом в некоторую иерархически структурированную конструкцию, которую будем называть двухмерным пространственно-временным гиперконтинуумом

Гиперконтинуум имеет континуальное множество уровней (один верхний, один нижний и бесконечно много средних), которые можно параметризировать величиной $c \in [0,\infty]$ следующим образом: $\{\{(x,t)_c : x\in\mathbb{R}, t\in\mathbb{R}\} : c\in[0;\infty]\}$. Каждый уровень c гиперконтинуума образует пространственно-временной континуум $\{(x,t)_c : \mathbb{R}, t\in\mathbb{R}\}$ с точками $(x,t)_c$. Континуум верхнего уровня ($c = \infty$) вырождается в квазивременной (9), нижнего ($c = 0$) — в квазипространственный (10), а континуум любого среднего уровня ($c \in (0, \infty)$), который будем называть собственным, представляет собой двухмерный псевдоевклидовый пространственно-временной континуум. Все пространственно-временные континуумы можно считать результатом своеобразного соединения одномерных евклидовых пространства и времени в результате нелинейного взаимодействия движущейся в пространстве с течением времени материи

Риманова геометрия любого пространства-времени предопределяет существование или отсутствие в нем группы движений, то есть группы преобразований координат, оставляющих метрический тензор форминвариантным, а, следовательно, и наличие или отсутствие физически эквивалентных систем отсчета, в которых все физические явления протекают одинаково при соответственных начальных и граничных условиях (преобразования координат при переходе между эквивалентными системами отсчета образуют группу движений). Как следствие псевдоевклидовости геометрии, существование трех векторов Киллинга [4] в любом собственном континууме двухмерного гиперконтинуума предопределяет наличие трехпараметрической группы движений, которой оказывается трехпараметрическая собственная группа Пуанкаре, подгруппами которой являются однопараметрические группа пространственных трансляций, временных трансляций и собственная группа Лоренца (для четырехмерного гиперконтинуума собственная группа Пуанкаре будет десятипараметрической с однопараметрической подгруппой временных трансляций и трехпараметрическими подгруппами пространственных трансляций, пространственных вращений и образующими собственную группу Лоренца лоренцевыми поворотами).

На собственном континууме каждого уровня c действует своя известная собственная группа Лоренца $\mathbb{G}_L(c) = \{G_L(c; v) : -c < v < c\}$ следующим образом:

$$G_L(c; v) \cdot (x, t)_c = (x', t')_c, x' = (x - vt)\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}, t' = (t - vx/c^2)\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \qquad (11)$$

где $G_L(c; v)$ — преобразование Лоренца с параметром v континуума уровня c, $(x, t)_c$, $(x', t')_c$ — одно и то же событие, рассматриваемое в собственном континууме одного и того же уровня c, но в разных инерциальных системах отсчета, причем начало штрихованной движется в нештрихованной с постоянной скоростью v.

Действие группы $\mathbb{G}_L(c)$ проявляется в соответствующем принципе относительности, который назовем уровневым принципом относительности Галилея. По аналогии с данной Пуанкаре [1] формулировкой известного принципа относительности Галилея, его можно сформулировать следующим образом: “Законы физических явлений, описываемые в естественной геометрии собственного континуума данного уровня гиперконтинуума, должны быть одинаковыми для неподвижного наблюдателя и для наблюдателя, совершающего равномерное поступательное движение, так что наблюдатель не имеет и не может иметь никакого способа определять, находится ли он в подобном движении или нет”.

В отличие от теории относительности, в гиперконтинууме нельзя отождествлять инерциальную систему отсчета с соответствующей галилеевой системой координат, так как одной и той же инерциальной системе отсчета в разных континуумах будут соответствовать разные галилеевы системы координат. Инерциальную систему отсчета можно определять совокупностью декартовой прямоугольной системы пространственных координат и часов, не связанных в единую систему пространственно-временных координат. А в галилеевой системе координат конкретного континуума эта связь осуществляется специфически для данного континуума.

Возникает вопрос об эквивалентности рассмотрения инерциальной системы отсчета в разных собственных континуумах. Положительный ответ на него применительно к описанию свободных волн безмассовых полей дает новый принцип относительности (назовем его межуровневым принципом относительности Галилея для свободных волн безмассовых полей): “Законы движения свободных волн безмассовых полей, описываемые в естественных геометриях собственных континуумов разных уровней гиперконтинуума, должны быть одинаковыми в инерциальной системе отсчета, так что наблюдатель не имеет и не может иметь никакого способа определять, в собственном континууме какого именно уровня происходит движение". Этот принцип – проявление действия на гиперконтинууме новой двухпараметрической группы $\mathbb{G}_B = \{G_B(\alpha, \beta) : \alpha > 0, \beta > 0\}$ преобразований координат всех собственных континуумов одновременно с единичным элементом $G_B(1, 1)$, назовем ее группой межуровневых переходов. Ее элемент $G_B(\alpha, \beta)$ — это преобразование межуровневого перехода с параметрами α, β, которое преобразует собственный континуум $\{(x, t)_c : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$ каждого уровня $c > 0$ в собственный континуум $\{(x', t')_{c'} : x' \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}\}$ другого уровня $c' = ac > 0$ следующим образом:

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot (x, t)_c = (x', t')_{c'}, c > 0, c' = ac, x' = \beta x, t' = \frac{\beta}{\alpha} t = \frac{\beta c}{c'} t, \quad (12)$$

где α, β — межуровневый и метрический коэффициенты межуровневого перехода, $(x, t)_c$, $(x', t')_{c'}$ — одно и то же событие в эквивалентных галилеевых системах координат собственных континуумов разных уровней c и $c' = \alpha c$, при этом величины c и c' являются различными скоростями света (известный постулат теории относительности о постоянстве скорости света в вакууме c остается в силе лишь в пределах отдельного собственного континуума уровня c).

Преобразование $G_B(\alpha, \beta)$ оставляет метрический тензор форминвариантным с точностью до скалярного множителя β, так что дифференциал квадрата интервала результирующего континуума пропорционален дифференциалу квадрата интервала (6) подвергнутого преобразованию континуума:

$$ds^2(c') = c'^2 dt'^2 - dx'^2 = \beta^2 c^2 dt^2 - \beta^2 dx^2 = \beta^2 ds^2(c).$$

Это преобразование обуславливает относительный характер параметризации уровней собственных континуумов при описании движения свободных волн безмассовых полей, так что начало уровневого отсчета $c = 1$ может быть выбрано на произвольном собственном континууме гиперконтинуума. Из (12) видно, что при $x' = x$ и $c' > c$ имеем $t' < t$, то есть при условии одинакового пространственного масштаба континуум более высокого уровня (с более большим значением параметра) отличается более быстрым течением времени. Если же $t' = t$ и $c' > c$, то $x' > x$, то есть при условии одинакового течения времени континуум более высокого уровня отличается более большим пространственным масштабом В отличие от собственных континуумов, выбор континуума на роль квазивременного (9) или квазипространственного (10) абсолютен так как на них группа межуровневых переходов не действует.

Чтобы описать действие группы $\mathbb{G}_B$ на многообразиях $L(\{\Phi^\pm\})$ и $L(\{\Psi^\pm\})$, нужно описать ее действие на их алгебраические базисы $\{\Phi^\pm\}$, $\{\Psi^\pm\}$ и нулевой элемент $O(x, t)$:

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot \Phi^+(c; A, \omega, \varphi; x, t) = \Phi^+(c'; A', \omega', \varphi'; x,' t'),$$

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot \Phi^-(c; A, \omega, \varphi; x, t) = \Phi^-(c'; A', \omega', \varphi'; x,' t'),$$

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot \Phi^0(c; A, \omega, \varphi^t, \varphi^x; x, t) = \Phi^0(c'; A', \omega', \varphi^{t'}, \varphi^{x'}; x', t'),$$

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot \Psi^+(c; C, \widetilde{\omega}; x, t) = \Psi^+(c'; C', \widetilde{\omega}'; x', t'),$$

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot \Psi^+(c; C, \widetilde{\omega}; x, t) = \Psi^-(c'; C', \widetilde{\omega}'; x', t'), G_B(\alpha, \beta) \cdot O(x, t) = O(x', t'),$$

$$c' = \alpha c, A' = A, C' = C, \omega' = \frac{\alpha}{\beta}\omega, \widetilde{\omega}' = \frac{\alpha}{\beta}, \varphi' = \varphi, \varphi^{t'} = \varphi^t, \varphi^{x'}\varphi^x, x' = \beta x, t' = \frac{\beta}{\alpha} t.$$

Базисы $\{\Phi^+\}$, $\{\Phi^-\}$, Φ^0, $\{\Phi^\pm\}$, $\{\Psi^+\}$, $\{\Psi^-\}$, $\{\Psi^\pm\}$ устойчивы к действию группы $\mathbb{G}_B$. Классы физически эквивалентных по действию группы $\mathbb{G}_B$ основных функций одномерных синусоидальных волн описываются орбитами в ней этих функций:

$$\mathrm{Orb}(\Phi^+(c; A, \omega, \varphi; x, t) = \{\Phi^+(c'; A, \omega', \varphi; x', t') : c' > 0, \omega' > 0\},$$

$$\mathrm{Orb}(\Phi^-(c; A, \omega, \varphi; x, t) = \{\Phi^-(c'; A, \omega', \varphi; x', t') : c' > 0, \omega' > 0\},$$

$$\mathrm{Orb}(\Phi^0(c; A, \omega^t, \varphi^x; x, t) = \{\Phi^0(c'; A, \omega', \varphi^t, \varphi^x, x', t') : c' > 0, \omega' > 0\},$$

$$\mathrm{Orb}(\Psi^+(c; C, \widetilde{\omega}, x, t) = \{\Phi^+(c'; A, \widetilde{\omega}', \varphi; x', t') : c' > 0, \widetilde{\omega}' \neq 0\},$$

$$\mathrm{Orb}(\Psi^-(c; C, \widetilde{\omega}, x, t) = \{\Phi^-(c'; A, \widetilde{\omega}', \varphi; x', t') : c' > 0, \widetilde{\omega}' \neq 0\},$$

$$A > 0,\ C \in \mathbb{C} \setminus \{0\}, 0 \leqslant \varphi < 2\pi, 0 \leqslant \varphi^t < 2\pi, 0 \leqslant \varphi^x < 2\pi, x' \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R};$$

Действие группы $\mathbb{G}_B$ естественным образом распространяется с базисов $\{\Phi^\pm\}$ $\Psi^\pm$ на многообразия $L(\Phi^\pm)$ и $L(\Psi^\pm)$:

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot (k_1 \cdot f_1 + k_2 \cdot f_2) = k_1 \cdot G_B(\alpha, \beta) \cdot f_1 + k_2 \cdot G_B(\alpha, \beta) \cdot f_2,$$

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot (q_1 \cdot g_1 + q_2 \cdot g_2) = q_1 \cdot G_B(\alpha, \beta) \cdot g_1 + q_2 \cdot G_B(\alpha, \beta) \cdot g_2,$$

$$f_1 \in L(\Phi^\pm), f_2 \in L(\Phi^\pm), g_1 \in L(\Psi^\pm), k_1 \in \mathbb{R}, k_2 \in \mathbb{R}, q_1 \in \mathbb{C}, q_2 \in \mathbb{C},$$

при этом многообразия $L(\Phi^+)$, $L(\Phi^-)$, $L(\Phi^0)$, $L(\Phi^\pm)$, $L(\Psi^+)$, $L(\Psi^-)$, $L(\Psi^\pm)$ оказываются устойчивыми к действию группы $\mathbb{G}_B$.

Группа $\mathbb{G}_B$ транзитивно действует на множестве $\{k \cdot \Box_c : k > 0, c > 0\}$ взятых с положительным скалярным множителем одномерных операторов Даламбера:

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot k \cdot \Box_c = \frac{\beta^2}{\alpha^2} k \cdot \Box_{ac},$$

поэтому все одномерные операторы Даламбера физически эквивалентны по действию группы $\mathbb{G}_B$ с точностью до положительного скалярного множителя. Как следствие, группа $\mathbb{G}_B$ транзитивно действует на множестве $\{\Box_c u(x', t') = 0, c > 0\}$ одномерных однородных волновых уравнений:

$$G_B(\alpha, \beta) \cdot (\Box_c u(x, t) = 0) = (\Box_{ac} u(x', t') = 0),$$

поэтому все одномерные однородные волновые уравнения физически эквивалентны по действию группы $\mathbb{G}_B$.

В отличие от отдельных собственных континуумов, в гиперконтинууме временной и пространственный промежутки между любыми двумя различными событиями могут независимо друг от друга принимать любые неотрицательные значения, одно из которых положительно. Рассмотрим два события в некоторой инерциальной системе отсчета, в соответствующей галилеевой системе координат собственного континуума уровня c они запишутся как $(x_1, t_1)_c$ и $(x_2, t_2)_c$, где $x_1 \in \mathbb{R}$, $x_2 \in \mathbb{R}$, $t_1 \in \mathbb{R}$, $t_2 \in \mathbb{R}$, причем не может быть одновременно $x_1 = x_2$ и $t_1 = t_2$. Последовательное действие групп $\mathbb{G}_L(c)$, $\mathbb{G}_B$ и $\mathbb{G}_L(c')$ на эти события одновременно дает:

$$G_L(c'; v') \cdot G_B(\alpha, \beta) \cdot G_L(c; v) \cdot (x_1, t_1)_c = (x_1', t_1')_{c'},$$

$$G_L(c'; v') \cdot G_B(\alpha, \beta) \cdot G_L(c; v) \cdot (x_2, t_2)_c = (x_2', t_2')_{c'},$$

причем можно так подобрать параметры $v \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $v' \in \mathbb{R}$, что при любых $|x_2 - x_1| \geqslant 0$ и $|t_2 - t_1| \geqslant 0$ величины $|x_2' - x_1'|$ и $|t_2' - t_1'|$ примут любые заранее заданные неотрицательные значения, одно из которых положительно А если вместо собственных групп Лоренца (11) рассматривать соответствующие собственные группы Пуанкаре, то и величины x'_1 и t'_1 независимо друг от друга и от $|x'_2 - x'_1|$ и $|t'_2 - t'_1|$ смогут принять любые заранее заданные вещественные значения.

Возникает вопрос совместного хронологического упорядочения событий в континуумах разных уровней. Положим, что как первое, так и второе события происходят сразу в континуумах уровней c и $c' < c$, принимая в их галилеевых системах координат для одной и той же инерциальной системы отсчета обозначения $(x_1, t_1)_c$, $(x_2, t_2)_c$ и $(x_1, t_1)_{c'}$, $(x_2, t_2)_{c'}$, где $t_2 > t_1$. Так как система отсчета общая, то и галилеевы координаты общие, но квадраты интервалов между событиями разные:

$$s^2(c) = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_2)^2 \text{ и } s^2(c') = {c'}^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_2)^2.$$

Если $s^2(c) \leqslant 0$, то тем более $s^2(c') \leqslant 0$, то есть события квазиодновременны по Фоку в обоих континуумах (Фок называет два события квазиодновременными, если в одних галилеевых системах координат раньше наступает одно из этих событий, в других – другое, а в третьих они одновременны [9]). А если $s^2(c') > 0$, то тем более, $s^2(c) > 0$, то есть первое событие наступает абсолютно раньше [9] второго в обоих континуумах. Если же $s^2(c') < 0 < s^2(c)$, то в континууме более высокого уровня c первое событие наступает абсолютно раньше второго, а в континууме более низкого уровня c' события квазиодновременны. Следовательно, в континууме уровня c' можно выбрать такую галилееву систему координат, в которой события примут вид $(x'_1, t'_1)_{c'}$ и $(x'_2, t'_2)_{c'}$, где $t'_1 = t'_2$, а в континууме уровня c можно выбрать такую галилееву систему координат, в которой события примут вид $(x''_1, t''_1)_{c'}$ и $(x''_2, t''_2)_{c'}$, где $x''_1 = x''_2$, $t''_2 > t''_1$.

Опираясь на известное определение конусов будущего и прошлого [6], введем уровневые конусы будущего и прошлого, а также уровневые световые конусы. Множество событий континуума уровня c, наступающих абсолютно позже события $(x_0, t_0)_c$, образуют конус будущего уровня c с вершиной в точке (x_0, t_0) гиперконтинуума

$$\Gamma_c^+(x_0, t_0) = \{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R} |\, c(t - t_0) > |x - x_0|\} c > 0, x_0 \in \mathbb{R}, t_0 \in \mathbb{R},$$

а множество событий континуума уровня c, наступающих абсолютно раньше события $(x_0, t_0)_c$, образуют конус прошлого уровня c с вершиной в точке (x_0, c_0) гиперконтинуума

$$\Gamma_c^-(x_0, t_0) = \{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R} | - c(t - t_0) > |x - x_0|\} c > 0, x_0 \in \mathbb{R}, t_0 \in \mathbb{R},$$

причем границами этих двух конусов являются характеристические конусы (4) с той же вершиной, а объединение этих двух конусов образует световой конус уровня c с вершиной в точке (x_0, t_0) гиперконтинуума

$$\Gamma_c(x_0, t_0) = \Gamma_c^+(x_0, t_0) \cup \Gamma_c^-(x_0, t_0) = \{(x, t)_c : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R} |\, c|t - t_0| > |x - x_0|\}.$$

При $0 < c' < c$ имеем:

$$\Gamma_{c'}^+(x_0, t_0) \subset \Gamma_c^+(x_0, t_0); \Gamma_{c'}^-(x_0, t_0) \subset \Gamma_c^-(x_0, t_0); \Gamma_{c'}(x_0, t_0) \subset \Gamma_c(x_0, t_0).$$

Тем самым, в континууме более высокого уровня имеет место более сильная частичная хронологическая упорядоченность событий. Наиболее естественная физическая интерпретация этого факта следующая: физические процессы, происходящие в континууме более высокого уровня, способны оказывать системное управляющее воздействие на процессы, происходящие в континууме более низкого уровня, но никак не наоборот.

Все различные события квазипространственного континуума (10) квазиодновременны, а для квазивременного континуума (9) понятия одновременности и квазиодновременности совпадают, то есть любые два различных события либо одновременны, либо последовательны независимо от выбора системы отсчета. Любые два различных квазиодновременных события континуума любого уровня могут оказаться последовательными в квазивременном континууме.

С конусом $\Gamma_c = \Gamma_c(0,0) = \Gamma_c^+ \cup \Gamma_c^-$, $\Gamma_c^+ = \Gamma_c^+(0,0)$, $\Gamma_c^- = \Gamma_c^-(0,0)$, $c > 0$ с вершиной в начале отсчета связаны следующие области в комплексном пространстве $\mathbb{C}^2$: труба будущего уровня c гиперконтинуума

$$T_c^+ = \{(\widehat{x} = \widetilde{x} + jx, \widehat{t} = \widetilde{t} + jt) | (x,t)_c \in \Gamma_c^+, \widetilde{x} \in \mathbb{R}, \widetilde{t} \in \mathbb{R}\}$$

и труба прошлого уровня c гиперконтинуума

$$T_c^- = \{(\widehat{x} = \widetilde{x} + jx, \widehat{t} = \widetilde{t} + jt) | (x,t)_c \in \Gamma_c^-, \widetilde{x} \in \mathbb{R}, \widetilde{t} \in \mathbb{R}\}.$$

По аналогии с обычными трубами прошлого и будущего [10], уровневые трубы обладают следующим свойством: если носитель распределения (обобщенной функции) лежит в уровневом конусе прошлого Γ_c^-, то его преобразование Фурье аналитично в трубе прошлого T_c^- того же уровня c, а если носитель распределения лежит и в уровневом конусе прошлого Γ_c^-, и в уровневом конусе будущего Γ_c^+, то его преобразование Фурье можно представить в виде разности двух функций, одна из которых аналитична в трубе будущего T_c^+ того же уровня c, а другая – в трубе прошлого T_c^- того же уровня c.

При $0 < c' < c$ имеем:

$$T_{c'}^+ \subset T_c^+, T_{c'}^- \subset T_c^-,$$

то есть континуум более высокого уровня налагает более жесткие ограничения на распределения, описывающие происходящие в нем физические процессы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, переход от рассмотрения основных функций синусоидальных волн как линейных объектов к совместному рассмотрению основных и предельных функций как алгебраических объектов приводит к необходимости обобщения представлений о пространстве-времени. Есть основания предполагать, что эти обобщенные представления более адекватны для описания ряда физических процессов, особенно в микромире. Не останавливаясь подробно на этих основаниях ввиду большой сложности и обширности данного вопроса (некоторые сведения приведены в [11, 12]), отметим лишь по данному поводу один весьма показательный момент. Одна и та же функция синусоидальной волны, будучи отнесенной к подходящему континууму, является частным решением соответствующего однородного волнового уравнения (1), но, будучи отнесенной к другому континууму, оказывается частным решением соответствующего уравнения Клейна-Гордона-Фока (2)-(3). Однородное волновое уравнение и уравнение Клейна-Гордона-Фока имеют разный физический смысл: первое описывает движение свободной волны безмассового поля, а второе – свободной релятивистской (псевдо)скалярной частицы с массой покоя m. Получается, что введение пространственно-временного гиперконтинуума позволяет единым образом представлять безмассовые поля и массивные частицы. У этого интересного математического факта можно предположить такую физическую интерпретацию: один и тот же физический объект может в одном континууме (более высокого уровня) проявлять себя как безмассовое поле, а в другом (более низкого уровня) – как массивную частицу. Тем самым, эффект появления массы находит своё объяснение в рамках общепринятой модели с учетом гипотезы о гиперконтинуальной структуре пространства-времени как результат межуровневого перехода.

Гиперконтинуальная структура мирового физического пространства-времени – это пока всего лишь гипотеза, выдвигаемая нами в данной работе. Подтвердить или опровергнуть эту гипотезу могут лишь новые исследования, как теоретические, так и экспериментальные. Среди экспериментальных данных, уже свидетельствующих в ее пользу, ставя под сомнение современные релятивистские представления о пространстве-времени, можно упомянуть, например, данные об опережении на несколько часов пучком нейтрино светового импульса во время наблюдения 23 февраля 1987 года вспышки сверхновой звезды SN1987A в Большом Магеллановом Облаке. Если похожие результаты будут получены на ускорителях элементарных частиц, то релятивистская картина мира себя исчерпает. Но возвращаться к классической картине мира нельзя, так как нет оснований подвергать сомнению справедливость релятивистских эффектов. Выход из этого положения нам видится в построении новой гиперконтинуальной картины мира на основе выдвигаемой нами гипотезы, ведь противоречие между эмпирическими данными о релятивистских эффектах и сверхсветовых скоростях тогда сразу исчезает. Мы считаем, что в рамках гиперконтинуальной картины мира можно на уровне математического моделирования рассматривать с единых позиций физические механизмы возникновения предельной скорости движения и массы у фундаментальных бозонов и фермионов как квантов вещественных и комплексных (псевдо)скалярных, (псевдо)векторных и спинорных полей, а также связи этих полей с антигравитирующей темной энергией, что, в свою очередь, способствует разрешению ряда проблем теоретической физики (данные вопросы предполагаются к рассмотрению в последующих публикациях автора по пространственно-временной тематике).

Если данная гипотеза подтвердится, то совершенно очевидно, что это откроет принципиально новые горизонты развития научно-технического прогресса, ранее казавшиеся недостижимыми. Ведь сразу снимаются все ограничения, налагаемые отдельно взятым континуумом, такие как ограниченность скорости движения скоростью света в вакууме, жесткость причинно-следственных цепочек событий и т.д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] **Пуанкаре, А.** Настоящее и будущее математической физики [Текст] / А. Пуанкаре // Принцип относительности : сб. работ по специальной теории относительности ; составитель А.А. Тяпкин. — М.: Атомиздат, 1973. — С. 27–44.

[2] **Эйнштейн, А.** Собрание научных трудов [Текст]. В 4 т. Т. 2. Работы по теории относительности 1921-1955 / Альберт Эйнштейн; под ред. И.Е. Тамма, Я.А. Смородинского, Б.Г. Кузнецова. — М. : Наука, 1966. — 880 с.

[3] **Минковский, Г.** Пространство и время [Текст] / Г. Минковский // Принцип относительности : сб. работ по специальной теории относительности ; составитель А. А. Тяпкин. – М. : Атомиздат, 1973. – С. 167–180.

[4] **Логунов, А. А.** Лекции по теории относительности и гравитации: Современный анализ проблемы [Текст] / А. А. Логунов. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 272 с.

[5] **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1968. – 720 с.

[6] **Владимиров, В.** С. Уравнения математической физики [Текст] / В. С. Владимиров. – 4-е изд. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 512 с.

[7] **Мессиа, А.** Квантовая механика [Текст] : монография. В 2 т. Т. 2 / А. Мессиа ; перевод с фр. П. П. Кулиша ; под ред. Л. Д. Фаддеева. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 583 с.

[8] **Лобачевский, Н. И.** Полное собрание сочинений [Текст] : в 5 т. / Н. И. Лобачевский ; под общ. ред. В. Ф. Кагана и др. – М. : Гостехиздат, 1949.

[9] **Фок, В. А.** Теория пространства, времени и тяготения [Текст] / В. А. Фок. – 2-е изд., доп. – М. : Физматгиз, 1961. – 564 с.

[10] **Бремерман, Г.** Распределения, комплексные переменные и преобразования Фурье [Текст]

/ Г. Бремерман ; перевод с англ. В. П. Павлова и Б. М. Степанова ; под ред. В. С. Владимирова. – М. : Мир, 1968. – 276 с.

[11] **Дубровин, А. С.** От эталонной модели защищенной автоматизированной системы к общей теории пространства-времени [Текст] / А. С. Дубровин // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2010. – № 7. – С. 37-41.

[12] **Дубровин, А. С.** Пространство-время: от континуума к гиперконтинууму [Текст] / А. С. Дубровин // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2010. – № 7. – С. 42-45.

Дубровин А.С., Воронежский институт Федеральной службы исполнения наказаний России, доктор технических наук, профессор кафедры управления и информационно-технического обеспечения
E-mail: asd_kiziltash@mail.ru
Тел.: (473) 267-24-22, 8-960-103-27-37

Dubrovin A. S., Voronezh Institute of the Russian Federal Penitentiary Service, Dr. Sci. Tech., the professor of Chair of Management and Information-Technical Maintenance
E-mail: asd_kiziltash@mail.ru
Tel.: (473) 267-24-22, 8-960-103-27-37