УДК: 519.178

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА БАЗИСНОГО АВТОМАТА

А. А. Мельникова

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», филиал в г. Димитровграде

Поступила в редакцию 8 февраля 2012 г.

Аннотация: в статье рассматриваются свойства базисных конечных автоматов и функции разметки состояний произвольных недетерминированных конечных автоматов. Некоторые из таких свойств описывают выходной язык любого состояния произвольного недетерминированного конечного автомата, определяющий заданный регулярный язык, через входные и выходные языки состояний эквивалентного канонического автомата. В статье также доказаны некоторые свойства бинарного отношения, связывающего состояния двух канонических автоматов: для заданного языка и для зеркального к нему.
Ключевые слова: недетерминированный конечный автомат, базисный автомат, функции разметки состояний, таблица соответствия состояний.

Abstract: we consider in this paper properties of basis finite automata and state-marking functions. Some such properties write the output language of any state of any automaton defining the given regular language using input and output languages of states of equivalent canonical automaton. We also prove some properties of the binary relation defined on the sets of states of two canonical automata: for the given language and for its mirror image.
Key words: nondeterministic finite automaton, basis automaton, state-marking functions, table of state correspondence.

1. ВВЕДЕНИЕ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

Применяемые в данной статье обозначения были описаны в [1]. Полностью в статьях на русском языке они не приводились — поэтому опишем в данной статье основные из них.

Для недетерминированного конечного автомата Рабина—Скотта

$$K = (Q, \Sigma, \delta, S, F), \qquad (1)$$

(мы допускаем возможность ε-переходов, т.е. функция переходов δ является функцией вида $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to \mathcal{P}(Q)$) будем обозначать определяемый им язык записью $\mathcal{L}(K)$; всюду ниже будем также обозначать язык автомата (1) (т.е. $\mathcal{L}(K)$) буквой L.

Через $\mathcal{L}^{in}_K(q)$ и $\mathcal{L}^{out}_K(q)$ будем обозначать соответственно входной и выходной языки состояния q — т.е. языки, определяемые автоматами

$$(Q, \Sigma, \delta, S, \{q\}) \text{ и } (Q, \Sigma, \delta, \{q\}, F)$$

соответственно.

Для эквивалентного автомату (1) канонического автомата*

$$\widetilde{L} = (Q_\pi, \Sigma, \delta_\pi, \{s_\pi\}, F_\pi)$$

и канонического автомата для зеркального языка L^R, обозначаемого

$$\widetilde{L^R} = (Q_\rho, \Sigma, \delta_\rho, \{s_\rho\}, F_\rho),$$

будем рассматривать специальное бинарное отношение $\#$, заданное на $Q_\pi \times Q_\rho$. Наиболее краткое и удобное (однако при этом *не*конструктивное) определение отношения $\#$ — следующее. Рассмотрим пару состояний $A \in Q_\pi$, $X \in Q_\rho$; пусть для некоторого слова $u \in L$ существует его запись в виде $u = vw$, такая что $v \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A)$ и $w^R \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L^R}}(X)$; в этом (и только в этом) случае считаем, что $A \# X$. В [1] также был кратко описан *алгоритм* построения этого отношения для заданного регулярного языка — который (алгоритм) можно также считать алгоритмом-определением. Очень кратко этот алгоритм можно описать так: необходимо построить канонический автомат для зеркального языка L^R — причём сделать это нужно путём канонизации автомата $(\widetilde{L})^R$.

В процессе работы этого алгоритма одновременно получаются значения т.н. функций разметки состояний φ^{in}_K и φ^{out}_K. Это — функции вида

$$\varphi^{in}_K : Q \to \mathcal{P}(Q_\pi) \text{ и } \varphi^{out}_K : Q \to \mathcal{P}(Q_\rho)$$

* Во всех предыдущих публикациях канонический автомат рассматривается без возможного «дохлого состояния» («dead state» в английских текстах) — т.е. он, вообще говоря, не является всюду определённым (total), но не содержит бесполезных состояний.

(где $\mathcal{P}$ — множество подмножеств), впервые определённые в [2] и впоследствии подробно исследованные в [1, 3] и др. Аналогично бинарному отношению $\#$, для них наиболее кратким и удобным является *не*конструктивное определение — приведём его для функции φ_K^{in}. Для некоторой пары состояний $q \in Q$ и $A \in Q_\pi$ считаем, что $\varphi_K^{in}(q) \ni A$ тогда и только тогда, когда для некоторого слова $u \in \mathcal{L}_K^{in}(q)$ выполнено условие $u \in \mathcal{L}_{\widetilde{L}}^{in}(A)$. Также аналогично отношению $\#$, конструктивные определения (алгоритмы постороения) этих функций приведены в [1].

Пары состояний, для которых выполнено отношение $\#$ (ниже — множество $\mathcal{T}$), можно рассматривать как состояния базисного автомата $\mathcal{BA}(L)$. Впервые этот автомат был определён в [4] и впоследствии подробно исследован в [3, 5] и некоторых других работах. Базисный автомат, аналогично каноническому, можно считать инвариантом регулярного языка*. Мы будем для заданного языка L обозначать базисный автомат записью

$$\mathcal{BA}(L) = (\mathcal{T}, \Sigma, \delta_{\mathcal{T}}, S_{\mathcal{T}}, F_{\mathcal{T}});$$

подробное (с комментариями) определение элементов этой пятёрки см. в [4] (а также, например, в [8]). Здесь отметим лишь, что для некоторой пары пар состояний $(A, X), (B, Y) \in \mathcal{T}$ дуга $\delta_{\mathcal{T}}((A, X), a) \ni (B, Y)$ имеется тогда и только тогда, когда одновременно выполнены следующие два условия:

$$\delta_\pi(A, a) \ni B \text{ и } \delta_\rho(Y, a) \ni X.$$

Некоторые примеры базисных автоматов были приведены в процитированных статьях.

2. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ РАЗМЕТКИ

В этом разделе формулируются и доказываются некоторые используемые далее в работе свойства функций разметки состояний**. Все утверждения раздела «связывают в одну формулу» значения входных и выходных языков состояний:

• *произвольного* недетерминированного конечного автомата K, допускающего рассматриваемый регулярный язык;

• канонических автоматов для языков $\mathcal{L}(K)$ и $\mathcal{L}(K^R)$ ***.

При этом очень важно отметить, что согласно доказанным далее утверждениям 5 и 6, соответствующие языки являются также входными и выходными языками состояний *базисного* автомата.

Первое утверждение раздела формулирует *достаточное* условие принадлежности слова соответствующему выходному языку.

Утверждение 1.

$$\mathcal{L}_K^{out}(q) \subseteq \bigcup_{\tilde{q} \in \varphi_K^{in}(q)} \mathcal{L}_{\widetilde{L}}^{out}(\tilde{q}).$$

Доказательство. Пусть для некоторых слова v и состояния канонического автомата $\tilde{q} \in \varphi_K^{in}(q)$ выполнено условие $v \notin \mathcal{L}_{\widetilde{L}}^{out}(\tilde{q})$. Тогда достаточно доказать, что $v \notin \mathcal{L}_K^{out}(q)$.

Рассмотрим любое слово

$$u \in \mathcal{L}_K^{in}(q) \cap \mathcal{L}_{\widetilde{L}}^{in}(\tilde{q})$$

(такое u существует по определению функции φ^{in}). Автомат $\widetilde{L}$ — детерминированный, поэтому $uv \notin \mathcal{L}(K)$. Следовательно, условие $v \in \mathcal{L}_K^{in}(q)$, равносильное $uv \in \mathcal{L}(K)$, противоречит равенству $\mathcal{L}(\widetilde{L}) = \mathcal{L}(K)$.

«Зеркальный» факт:

Утверждение 2.

$$\mathcal{L}_K^{in}(q) \subseteq \left(\bigcap_{\tilde{q} \in \varphi_K^{out}(q)} \mathcal{L}_{\widetilde{L^R}}^{out}(\tilde{q}) \right)^R.$$

В двух следующих утверждениях рассматриваются записи подмножеств языка с помощью выходных языков состояний.

Утверждение 3.

$$\mathcal{L}_K^{in}(q) \cdot \left(\bigcap_{\tilde{q} \in \varphi_K^{in}(q)} \mathcal{L}_{\widetilde{L}}^{out}(\tilde{q}) \right) \subseteq \mathcal{L}(K).$$

Доказательство. Рассмотрим любое слово $u \in \mathcal{L}_K^{in}(q)$. По определению функции φ^{in}, для некоторого $\tilde{q} \in \varphi_K^{in}(q)$ слово u принадлежит

* Именно языка — а *не*, например, некоторого множества задающих этот язык конечных автоматов. Инвариантом языка можно считать ещё и отношение $\#$, а также т.н. универсальный автомат Конвея, [6]. Однако, в отличие от отношения $\#$, все эти автоматы (канонический, базисный и универсальный) суть инварианты, *определяющие сам язык*, — т.е., согласно [7], каждый из этих автоматов представляет собой т.н. полную систему инвариантов.

** Они были приведены без доказательств в [9] и впоследствии использовались для доказательства утверждений, рассматривавшихся в некоторых других публикациях.

*** В публикациях автора до 2007 г. эти автоматы обозначались $\tilde{K}$ и $\widetilde{K^R}$.

языку $\mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(\tilde{q})$. Для всех слов

$$v \in \bigcap_{\tilde{q}\in\varphi^{in}_{K}(q)} \mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L}}(\tilde{q})$$

выполнено условие $v \in \mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L}}(\tilde{q})$. Следовательно,

$$uv \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(\tilde{q}) \cdot \mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L}}(\tilde{q}) \subseteq \mathcal{L}(\tilde{L}) = \mathcal{L}(K),$$

что и доказывает утверждение.

«Зеркальный» факт:

Утверждение 4.

$$\left(\Big(\bigcap_{\tilde{q}\in\varphi^{out}_{K}(q)} \mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L^R}}(\tilde{q}) \right)^R \cdot \mathcal{L}^{out}_{K}(q) \subseteq \mathcal{L}(K).$$

3. ВХОДНЫЕ И ВЫХОДНЫЕ ЯЗЫКИ СОСТОЯНИЙ БАЗИСНОГО АВТОМАТА

В этом разделе описываются свойства входных и выходных языков базисного автомата, которые могут также быть названы свойствами таблицы соответствующих состояний. В частности, это — свойства, связывающие:

• входные и выходные языки базисного автомата;

• а также входные и выходные языки состояний двух канонических автоматов.

(Здесь и далее имеются в виду канонический автомат $\widetilde{L}$ для заданного регулярного языка, а также канонический автомат для зеркального языка L^R — т.е. $\widetilde{L^R}$. Кроме того, мы будем рассматривать и автомат $(\widetilde{L^R})^R$, также определяющий язык L.)

Ниже будет показано, что канонический автомат $\widetilde{L^R}$ содержит не более чем $2^n - 1$ состояний (где n — число состояний автомата $\widetilde{L}$). Этим же числом ограничивается число возможных столбцов таблицы отношения $\#$, в которой n строк. Кроме того, доказано, что в таблице соответствия состояний не может быть одинаковых строк и столбцов.

Следующие утверждения 5—8 доказываются непосредственно на основе определения базисного автомата.

Утверждение 5. *Пусть заданы регулярный язык L и некоторое состояние A автомата $\widetilde{L}$. Тогда для каждого состояния X автомата $\widetilde{L^R}$ выполнено следующее:*

$$\mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)) = \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A).$$

Доказательство. Условие

$$\mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)) \subseteq \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A)$$

непосредственно следует из определения автомата $\mathcal{BA}(L)$. Докажем обратное включение — т.е.

$$\mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A) \subseteq \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)),$$

или, другими словами, что из $w \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A)$ следует $w \in \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X))$. Доказательство проведём индукцией по $|w|$.

Базис индукции (т.е. $w = \varepsilon$) очевиден — поскольку $\varepsilon \in \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X))$. Докажем шаг индукции.

Пусть $w = w'a$, где $w' \in \Sigma^*$ и $a \in \Sigma$; и пусть также $w \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A)$. Поскольку $A\#X$, существуют слова u и v, такие что

$$uv \in L, \quad u \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A) \ \text{ и } \ v^R \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L^R}}(X).$$

Поскольку w также принадлежит языку $\mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A)$, мы получаем, что $wv \in L$, т.е. $w'av \in L$. Далее, пусть:

• B — некоторое состояние автомата $\widetilde{L}$, причём такое, что $w' \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(B)$;

• а Y — некоторое состояние автомата $\widetilde{L^R}$, такое что $v^R a \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L^R}}(Y)$;

оба таких состояния (B и Y) действительно существуют — поскольку слово $w'av$ входит в язык L. Отсюда $B\#Y$, и, согласно предположению индукции, $w' \in \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((B,Y))$. А вследствие $\delta_{\mathcal{T}}((B,Y),a) \ni (A,X)$ мы получаем, что $w \in \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X))$.

«Зеркальный» факт:

Утверждение 6. *Пусть заданы регулярный язык L и X — некоторое состояние автомата $\widetilde{L^R}$. Тогда для каждого состояния A автомата $\widetilde{L}$ выполнено следующее:*

$$\mathcal{L}^{out}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)) = \left(\mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L^R}}(X)\right)^R = \mathcal{L}^{out}_{\left(\widetilde{L^R}\right)^R}(X).$$

Утверждение 7. *Пусть заданы регулярный язык L и его канонический автомат $\widetilde{L}$. Тогда для каждого состояния A автомата $\widetilde{L}$ выполнено следующее:*

$$\mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L}}(A) = \bigcup_{X\in Q_\pi} \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)).$$

Доказательство. Рассмотрим некоторое слово $uv \in L$, причём такое, что

$$u \in \mathcal{L}^{in}_{\widetilde{L}}(A) \ \text{ и } \ v \in \mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L}}(A).$$

Согласно [4], в автомате $\mathcal{BA}(L)$ имеется (единственный) допускающий путь для слова uv, при этом для некоторого $x \in Q_\rho$ выполнены условия

$$u \in \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)) \text{ и } v \in \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)).$$

Отсюда, объединяя все возможные v, мы получаем, что

$$\mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L}}(A) \subseteq \bigcup_{X \in Q_\pi} \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)).$$

Обратное включение, т.е.

$$\bigcup_{X \in Q_\pi} \mathcal{L}^{out}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)) \subseteq \mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L}}(A),$$

очевидно.

«Зеркальный» факт:

Утверждение 8. *Пусть заданы регулярный язык L, и $\widetilde{L^R}$ — канонический автомат, определяющий L^R. Тогда для каждого состояния $X \in Q_\rho$ автомата $\widetilde{L^R}$ выполнено следующее:*

$$\left(\mathcal{L}^{out}_{\widetilde{L^R}}(X)\right)^R = \mathcal{L}^{in}_{\left(\widetilde{L^R}\right)^R}(X) = \bigcup_{A \in Q_\rho} \mathcal{L}^{in}_{\mathcal{BA}(L)}((A,X)).$$

Утверждение 9. *Пусть канонический автомат $\widetilde{L}$ для данного регулярного языка L имеет по крайней мере два различных состояния*[*]*, и A, B — некоторая пара таких состояний. Тогда существует состояние X автомата $\widetilde{L^R}$, такое что базисный автомат $\mathcal{BA}(L)$ содержит в точности одно состояние из следующих двух: (A,X) и (B,X).*

Доказательство. Это утверждения является следствием алгоритма построения канонического конечного автомата (в который включается необходимость объединения любых двух эквивалентных состояний в одно) и утверждения [1, Th. 4.1].

«Зеркальный» факт:

Утверждение 10. *Пусть канонический автомат $\widetilde{L^R}$, определяющий язык L^R, имеет по крайней мере 2 различных состояния, и X,Y — некоторая пара таких состояний. Тогда существует состояние A автомата $\widetilde{L}$, такое что базисный автомат $\mathcal{BA}(L)$ содержит в точности одно состояние из следующих двух: (A,X) и (A,Y).*

Непосредственно на основе последних двух утверждений доказываются следующие два (о которых кратко было сказано в начале данного раздела) — формулирующие утверждения о возможном размере таблицы бинарного отношения #.

Утверждение 11. *Пусть задан регулярный язык L, и при этом автомат $\widetilde{L}$ содержит n состояний (т.е. $\left|Q_\pi\right| = n$). Тогда автомат $\widetilde{L^R}$ содержит не более чем $2^n - 1$ состояний (т.е. $\left|Q_\rho\right| \le 2^n - 1$).*

Утверждение 12. *Пусть задан регулярный язык L, , и при этом автомат $\widetilde{L^R}$ содержит n состояний (т.е. $\left|Q_\rho\right| = n$). Тогда автомат $\widetilde{L}$ содержит не более чем $2^n - 1$ состояний (т.е. $\left|Q_\pi\right| \le 2^n - 1$).*

В следующем разделе будет показано, среди прочего, что эти максимумы (т.е. значения $2^n - 1$) в обоих случаях достигаться могут.

4. О МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ БАЗИСНОГО АВТОМАТА

В этом разделе рассматривается множество *всех возможных* состояний базисного автомата (или — что то же самое — возможные варианты бинарного отношения #). Показано, что при выполнении всех сформулированных выше (в предыдущем разделе) ограничений на таблицу отношения # соответствующий регулярный язык возможен *для любой* такой таблицы. При этом доказательство является *конструктивным* — т.е. приведён *алгоритм* построения конкретного базисного автомата, множество состояний которого совпадает с заранее заданной таблицей отношения #.

Утверждение 13. *Пусть задано бинарное отношение #, для которого выполнены все сформулированные выше ограничения*[**]*. Тогда существует регулярный язык, для которого бинарное отношение # совпадает с заданным.*

Доказательство. Итак, мы считаем что заданы множества состояний Q_π (причём $\left|Q_\pi\right| = m$) и Q_ρ (причём $\left|Q_\rho\right| = n$), а также бинарное отношение # на этих множествах, удовлетворяющее всем сформулированным ранее ограничениям.

Рассмотрим следующий алфавит:

[*] Важно отметить, что мы, как и ранее, рассматриваем канонический автомат без (возможного) бесполезного состояния.

[**] Приведём их ещё раз — кратко и неформально, для *таблицы* этого отношения. Пусть $\left|Q_\pi\right| = m$ и $\left|Q_\rho\right| = n$. . Тогда:

- $m \le 2^n - 1$;
- $n \le 2^m - 1$;
- в таблице нет одинаковых строк;
- в таблице нет одинаковых столбцов;
- в таблице нет пустых строк;
- в таблице нет пустых столбцов.

$$\Sigma = \{a_{\substack{AB\\XY}} \mid A\#X \ \&\ B\#Y\}$$

(мы допускаем возможности $A = B$ и/или $X = Y$).

Над этим алфавитом рассмотрим следующие конечные автоматы:

$K = (Q_\pi, \Sigma, \delta_\pi, \{s_\pi\}, F_\pi)$ и $K' = (Q_\rho, \Sigma, \delta_\rho, \{s_\rho\}, F_\rho)$, где состояния $s_\pi \in Q_\pi$ и $s_\rho \in Q_\rho$ и непустые подмножества $F_\pi \in Q_\pi$ и $F_\rho \in Q_\rho$ выбираются произвольно*, а фунции переходов δ_π и δ_ρ заданы следующим образом:

$$\delta_\pi(A, a_{\substack{AB\\XY}}) = \begin{cases} \{B\}, \text{ если } A\#X \text{ и } B\#Y; \\ \varnothing, \quad \text{иначе.} \end{cases} \qquad (2)$$

$$\delta_\rho(Y, a_{\substack{AB\\XY}}) = \begin{cases} \{X\}, \text{ если } A\#X \text{ и } B\#Y; \\ \varnothing, \quad \text{иначе.} \end{cases}$$

Докажем, что язык первого из этих автоматов (т.е. $\mathcal{L}(K)$) является искомым.

По построению, автомат $\mathcal{L}(K)$ является детерминированным. При этом в нём (поскольку он строился на основе заданного бинарного отношения $\#$, удовлетворяющего всем необходимым ограничениям) выполнены условия утверждений 9 и 10. Кроме того, он не содержит бесполезных состояний (поскольку его граф переходов является по построению сильно связанным — см. [10]). Из всех этих фактов следует, что автомат K для задаваемого им языка $\mathcal{L}(K)$ является каноническим — т.е.

$$K = \widetilde{\mathcal{L}(K)}.$$

Таким же образом доказывается, что каноническим автоматом является K'.

Также по построению мы получаем, что $\mathcal{L}(K') = (\mathcal{L}(K))^R$. (Поскольку для любого пути автомата K, допускающего некоторое слово u, мы очевидным образом указываем соответствующий путь автомата K', допускающий слово u^R.) Отсюда следует, что обозначив $L = \mathcal{L}(K)$, мы можем считать, что:

$$K = \widetilde{L} \quad 8 \quad K' = \widetilde{L^R}.$$

Далее рассмотрим автомат

$$K'' = (\mathcal{T}, \Sigma, \delta_T, S_T, F_T),$$

(над указанным ранее алфавитом Σ), где:

- $\mathcal{T} = \{(A, X) \mid A \in Q_\pi, X \in Q_\rho, A\#X\}$;
- для любых $A, B \in Q_\pi$ и $X, Y \in Q_\rho$ (мы допускаем возможности $A = B$ и/или $X = Y$), таких что $A\#X$ и $B\#Y$, полагаем, что

$$\delta_T((A, X), a_{\substack{AB\\XY}}) = \{(B, Y)\};$$

- для всех остальных вариантов $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $A, B \in Q_\pi$ и $X, Y \in Q_\rho$ полагаем, что $\delta_T((A, X), a) = \varnothing$;
- $S_T = \{(s_\pi, X) \mid s_\pi \# X\}$;
- $F_T = \{(A, s_\rho) \mid A \# s_\rho\}$

(где состояния s_π и s_ρ также были выбраны ранее). Вследствие всех сформулированных выше фактов мы можем считать, что $K'' = \mathcal{BA}(L)$. А по построению множество его состояний $\mathcal{T}$ формирует заданное бинарное отношение $\#$.

К сожалению, даже простейший *пример построения* соответствующего базисного автомата был бы слишком громоздким: для таблицы отношения $\#$ размером 2×2, содержащей 3 элемента $\#$, мы должны рассматривать алфавит, содержащий 9 букв. Поэтому рассмотрение примеров к утверждению 13 мы не приводим.

Как следствие утверждения 13 мы получаем, что вышеотмеченные максимумы числа вершин двух канонических автоматов (т.е. значения $2^m - 1$ и $2^n - 1$) в обоих случаях достигаться могут. Но при этом очень важно отметить следующее обстоятельство. В некоторых источниках ([11] и др.) приводятся примеры, когда канонический автомат, эквивалентный исходному содержащему n состояний, содержит $2^n - 1$ состояний**. Однако этот факт (т.е. возможное достижение верхней оценки $2^n - 1$) вовсе *не* следует из доказанного, например, в [11]: обычно этот факт доказывается для *произвольных* недетерминированных конечных автоматов, в которых отсутствуют дополнительные ограничения, — а в данной статье он получен для *конкретных* автоматов, где дополнительные ограничения имеются. (А именно — для автоматов, зеркальных к каноническим, которые являются однозначными.)

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одно из направлений дальнейших исследований по данной тематике — применение доказанных в статье утверждений для описания

* Всё это возможно: как следствие предыдущего можно получить, что оба множества Q_π и Q_ρ не являются пустыми.

** Либо 2^n состояний — включая возможное бесполезное, если мы рассматриваем канонический автомат как всюду определённый.

алгоритмов минимизации недетерминированных конечных автоматов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Melnikov B.* Once more on the edge-minimization of nondeterministic finite automata and the connected problems — Fundamenta Informaticae , Vol. 104, No. 3 (2010) 267—283.

2. *Вахитова А.* Об одном алгоритме построения функции разметки конечного автомата — В кн.: «Тезисы докладов на Международной алгебраической конференции памяти А. Г. Куроша 1998 г.», Изд-во МГУ, 1998, 152—154.

3. *Melnikov B., Melnikova A.* Some propertis of the basis finite automaton — The Korean Journal of Computational and Applied Mathematics , Vol. 9, No. 1 (2002) 135—150.

4. *Vakhitova A.* The basis automaton for the given regular language — The Korean Journal of Computational and Applied Mathematics , Vol. 6, No. 3 (1999) 617—624.

5. *Melnikov B., Melnikova A.* A new algorithm of constructing the basis finite automaton — Informatica (Lithuania), Vol. 13, No. 3 (2002) 299—310.

6. *Lombardy S., Sakarovitch J.* The Universal Automaton — Logic and Automata, Texts in Logic and Games, Amsterdam Univ. Press , Vol. 2 (2008) 457—504.

7. Математическая энциклопедия. (Изд-во «Советская энциклопедия», М., 1979.)

8. *Melnikov B.* Extended nondeterministic finite automata — Fundamenta Informaticae , Vol. 104, No. 3 (2010) 255—265.

9. *Melnikov B.* A new algorithm of the state-minimization for the nondeterministic finite automata — The Korean Journal of Computational and Applied Mathematics , Vol. 6, No. 2 (1999) 277—290.

10. *Харари Ф.* Теория графов. М., Мир, 1973.

11. *Брауэр В.* Введение в теорию конечных автоматов. М., Радио и связь, 1987.

Мельникова А. А., старший преподаватель кафедры «Математика и информатика», Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, филиал в г. Димитровграде

E-mail: super-avahi@yandex.ru.

Тел.: +7 (84235) 6-77-97

Melnikova A. A., associated professor, department of Mathematics and Informatics, Dimitrovgrad Branch of National Research Nuclear University «MEPhI»

E-mail: super-avahi@yandex.ru.

Tel.: +7 (84235) 6-77-97