

О РАСПРОСТРАНЕНИИ УПРУГИХ ВОЛН В НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Л. А. Кукарских*, В. С. Поленов**

*Военный авиационный инженерный университет, Воронеж

**Всероссийский заочный финансово-экономический институт
(Филиал в г. Воронеже), Воронеж

Поступила в редакцию 15.05.2012 г.

Аннотация. На основе математической теории разрывов, изучаются ударные упругие волны в насыщенной жидкостью пористой среде с учетом вязкости жидкости. Показано, что в такой среде существует два типа продольных волн и одна поперечная, а также получены дифференциальные уравнения и их решения для определения интенсивности фронта волны. На примере показано влияние вязкости жидкости и пористости на процесс распространения сферических волн.

Ключевые слова: теория разрывов, пористая среда, вязкость, интенсивность фронта волны

Abstract. Based on the mathematical theory of explosions, shock waves are studied in a saturated porous chsrede liquid with viscosity of the liquid. It is shown that in such an environment, there are two types of longitudinal waves and one ransverse, and obtained the differential equations and their solutions to determine the intensity of the wave front. The example shows the effect of fluid viscosity and porosity on the propagation of spherical waves.

Key words: theory of explosions, porous medium, viscosity, intensity of the wave front

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1—4] рассматривалось распространение ударных волн в изотропных однородных и неоднородных упруго-вязкопластических средах. Показано, что в таких средах существует два типа ударных волн и определены скорости и интенсивность их распространения.

Ниже рассматриваются ударные волны в двухкомпонентной пористой среде, когда одна из компонент — вязкая жидкость [5]. Под пористостью понимается эффективная пористость, учитывающая лишь сообщающиеся между собой поры. Изолированные поры рассматриваются как элементы упругой части пористого скелета.

1. СКОРОСТИ УДАРНЫХ ВОЛН

Под ударной волной в насыщенной жидкостью упругой пористой среде с учетом вязкости жидкости понимается изолированная поверхность $\sum(t)$, на которой перемещения фаз непрерывны. Напряжения, сила, действующая на жидкость, и скорости перемещения фаз при этом претерпевают разрыв. Модули упругости и физико-механические коэффициенты среды

непрерывны. Среда перед фронтом волны находится в недеформированном состоянии.

Распространение волн в неограниченной однородной упругой насыщенной вязкой жидкостью пористой среде описывается системой уравнений [5, 6]

$$\begin{aligned} \rho_{11} \ddot{u}_i^{(1)} + \rho_{12} \ddot{u}_i^{(2)} + b(\dot{u}_i^{(1)} - \dot{u}_i^{(2)}) = \\ = \lambda u_{k,ki}^{(1)} + \mu(u_{i,kk}^{(1)} + u_{k,ki}^{(1)}) + A_1 u_{k,ki}^{(2)} \\ \rho_{12} \ddot{u}_i^{(1)} + \rho_{22} \ddot{u}_i^{(2)} - b(\dot{u}_i^{(1)} - \dot{u}_i^{(2)}) = A_1 u_{k,ki}^{(1)} + A_2 u_{k,ki}^{(2)} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $u_i^{(1)}$ — компоненты вектора перемещения твердой фазы; $u_i^{(2)}$ — компоненты вектора перемещения жидкости; λ , μ — коэффициенты Ламе; A_1 , A_2 — коэффициенты, зависящие от пористости среды и сжимаемости жидкости; ρ_{11} , ρ_{22} — эффективные плотности твердой фазы и жидкости; ρ_{12} — динамический коэффициент связи твердой фазы и жидкости. $\rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}$, $\rho_{22} = \rho_2 - \rho_{12}$, где ρ_1 — плотность твердой фазы, ρ_2 — плотность жидкости. Жидкость будем считать сжимаемой. Точкой над буквой обозначена производная по времени. Индекс 1, стоящий сверху, относится к твердой фазе, индекс 2 — к жидкости.

Здесь и в дальнейшем по повторяющимся индексам предполагается суммирование от единицы до трех.

Для стационарного течения жидкости коэффициент b можно определить из условия выполнения закона Дарси [5, 6]

$$b = \frac{\eta m^2}{k}, \quad k = cm\delta^2, \quad (1.2)$$

где η — коэффициент вязкости, m — пористость, k — коэффициент проницаемости, δ — диаметр пор, c — постоянная.

Для рассматриваемой среды тензор упругих деформаций и деформаций жидкости связан с тензором напряжений и силой, действующей на жидкость, отнесенной к единице площади пористой среды. Запишем следующие зависимости.

$$T_{ik} = \lambda e_{rr}^{(1)} \delta_{ik} + 2\mu e_{ik}^{(1)} + A_1 e_{rr}^{(2)} \delta_{ik}, \quad N = A_1 e_{rr}^{(1)} + A_2 e_{rr}^{(2)}$$

$$e_{ik}^{(1)} = \frac{1}{2}(u_{i,k}^{(1)} + u_{k,i}^{(1)}), \quad e_{rr}^{(2)} = u_{r,r}^{(2)} \quad (1.3)$$

На волновой поверхности $\sum(t)$ для двухфазной среды выполняются динамические соотношения [7].

$$[T_{ik}]v_k = -\rho_{11}G[V_i^{(1)}] - \rho_{12}G[V_i^{(2)}],$$

$$[N]v_k = -\rho_{12}G[V_k^{(1)}] - \rho_{22}G[V_k^{(2)}], \quad (1.4)$$

где $V_i^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) — скорости перемещения фаз, G — скорость движения волновой поверхности, v_i — компоненты единичной нормали к волновой поверхности. Символом $[]$ обозначается разность между значениями функции на задней и передней сторонах поверхности разрыва.

Из выражений (1.3), динамических соотношений (1.4) и условий совместности первого порядка [7] для малых деформаций

$$[\dot{u}_i^{(\alpha)}] = [V_i^{(\alpha)}] = -G\omega_i^{(\alpha)},$$

$$[u_{i,j}^{(\alpha)}] = -\frac{[V_i^{(\alpha)}]}{G}v_j, \quad (\alpha = 1, 2) \quad (1.5)$$

получим систему уравнений

$$(\lambda + \mu)\omega_k^{(1)}v_k v_i + \mu\omega_i^{(1)} + A_1\omega_k^{(2)}v_k v_i -$$

$$-\rho_{11}G^2\omega_i^{(1)} - \rho_{12}G^2\omega_i^{(2)} = 0$$

$$A_1\omega_k^{(1)}v_k v_i + A_2\omega_k^{(2)}v_k v_i - \rho_{12}G^2\omega_i^{(1)} - \rho_{22}G^2\omega_i^{(2)} = 0, \quad (1.6)$$

где $\omega_i^{(\alpha)}$ — величины скачков первых производных перемещений фаз.

Из системы (1.6) получим формулы для определения скоростей продольных и поперечных волн.

Для определения скорости продольной волны, умножим оба уравнения (1.6) на v_i и про-

суммируем по повторяющимся индексам, затем положим $\omega_i^{(\alpha)}v_i = \omega_\alpha \neq 0$ при $\alpha = 1, 2$ на поверхности $\sum(t)$. В результате получим однородную систему двух линейных уравнений относительно ω_1 и ω_2

$$(\Lambda_\alpha - \rho_{1\alpha}G^2)\omega_1 + (A_\alpha - \rho_{\alpha 2}G^2)\omega_2 = 0,$$

$$\Lambda_1 = \lambda + 2\mu, \quad \Lambda_2 = A_1 \quad \alpha = 1, 2 \quad (1.7)$$

Условием существования ненулевых решений системы (1.7) является равенство нулю её определителя. Это условие приводит систему (1.7) к уравнению относительно скорости продольных волн ($G = G_l$)

$$k_1 G_l^4 - k_2 G_l^2 + a = 0,$$

$$k_1 = \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2, \quad k_2 = \rho_{11}A_2 + \rho_{22}\Lambda_1 - 2\rho_{12}A_1,$$

$$a = \Lambda_1 A_2 - A_1^2 \quad (1.8)$$

Уравнение (1.8), вообще говоря, имеет два различных корня, каждый из которых определяет скорость G_{l_1} и G_{l_2} .

$$G_{l_{1,2}} = \left(\frac{k_2 \pm \sqrt{k_2^2 - 4k_1 a}}{2k_1} \right)^{1/2} \quad (1.9)$$

Таким образом, в упругой насыщенной вязкой жидкостью пористой среде существует два типа (I и II) продольных волн.

Если связь между твердой фазой и жидкостью отсутствует ($\rho_{12} = 0, A_1 = 0$), то из (1.9) следует

$$G_{l_1} = \sqrt{\frac{\Lambda_1}{\rho_{11}}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_1}}, \quad G_{l_2} = \sqrt{\frac{A_2}{\rho_{22}}} = \sqrt{\frac{A_2}{\rho_2}} \quad (1.10)$$

Отсюда вытекает, что при отсутствии динамической связи между фазами скорости I и II типов продольных волн равны скоростям волн, распространяющихся в сплошной упругой и в сплошной жидкой фазах в отдельности

Допустим, что $\omega_i^{(1)}v_i = 0, \omega_i^{(2)}v_i = 0$ на поверхности $\sum(t)$ и не все $\omega_i^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) равны нулю одновременно, тогда скорость поперечной волны ($G = G_t$) получим из соотношений (1.6).

$$G_t = \sqrt{\frac{\rho_{22}\mu}{\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2}} \quad (1.11)$$

Если $\rho_{12} = 0$, то выходит, что в рассматриваемой среде распространяется поперечная волна только в твердой фазе, скорость которой определяется формулой

$$G_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_{11}}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_1}} \quad (1.12)$$

2. ИНТЕНСИВНОСТЬ ВОЛНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Для определения изменения интенсивности ударных волн возьмем разность соотношений (1.1) на разных сторонах волновой поверхности.

$$\begin{aligned} \lambda[u_{k,ki}^{(1)}] + \mu([u_{i,kk}^{(1)}] + [u_{k,ik}^{(1)}]) + A_1[u_{k,ki}^{(2)}] = \\ = \rho_{11}[\dot{u}_i^{(1)}] + \rho_{12}[\dot{u}_i^{(2)}] + b([\dot{u}_i^{(1)}] - [\dot{u}_i^{(2)}]) \\ A_1[u_{k,ki}^{(1)}] + A_2[u_{k,ki}^{(2)}] = \rho_{12}[\dot{u}_i^{(1)}] + \rho_{22}[\dot{u}_i^{(2)}] - \\ - b([\dot{u}_i^{(1)}] - [\dot{u}_i^{(2)}]) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Запишем геометрические и кинематические условия совместности второго порядка для продольных волн [7]

$$\begin{aligned} [u_{i,kk}^{(\alpha)}]v_i = L_k^{(\alpha)}v_k - 2\Omega_l\omega_k^{(\alpha)}v_k, \\ [u_{k,ki}^{(\alpha)}]v_i = L_k^{(\alpha)}v_k + g^{\beta\gamma}\omega_{k,\gamma}^{(\alpha)}x_\beta^k \\ [\ddot{u}_i^{(\alpha)}] = G_l^2L_i^{(\alpha)} - 2G_l\frac{\delta\omega_i^{(\alpha)}}{\delta t}, \\ [\dot{u}_i^{(\alpha)}] = -G_l\omega_i^{(\alpha)}, \quad \alpha = 1, 2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

где $L_i^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) — величины, характеризующие скачки вторых производных перемещений фаз, Ω_l — средняя кривизна волновой поверхности, $g^{\beta\gamma}$ — коэффициенты первой фундаментальной квадратичной формы волновой поверхности, x_β^k — производные декартовых координат x^k по криволинейным координатам u_β поверхности $\sum(t)$.

С учетом (2.2) соотношения (2.1) запишем в виде системы уравнений

$$\begin{aligned} (\Lambda_\alpha - \rho_{1\alpha}G_l^2)L_k^{(1)}v_k + (A_\alpha - \rho_{\alpha 2}G_l^2)L_k^{(2)}v_k - \\ - (2\Lambda_\alpha\Omega_l \mp bG_l)\omega_1 - (2A_\alpha\Omega_l \pm bG_l)\omega_2 + \\ + 2G_l(\rho_{1\alpha}\frac{\delta\omega_1}{\delta t} + \rho_{\alpha 2}\frac{\delta\omega_2}{\delta t}) = 0. \\ \Lambda_1 = \lambda + 2\mu, \quad \Lambda_2 = A_1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

При помощи (1.8) стандартным путем исключим из (2.3) величину $L_k^{(2)}$. Тогда после преобразований, получим

$$\begin{aligned} F_1\frac{\delta\omega_1}{\delta t} + F_2\omega_1 + F_3\frac{\delta\omega_2}{\delta t} + F_4\omega_2 = 0, \\ F_1 = 2G_l\{(\rho_{11}A_2 - \rho_{12}A_1) - (\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)G_l^2\} \\ F_2 = 2\Omega_l\{(A_1^2 - \Lambda_1A_2) + (\Lambda_1\rho_{22} - A_1\rho_{12})G_l^2\} + \\ + bG_l\{(A_1 + A_2) - (\rho_{12} + \rho_{22})G_l^2\} \end{aligned}$$

$$F_3 = 2G_l(\rho_{12}A_2 - \rho_{22}A_1),$$

$$F_4 = -\Omega_l G_l F_3 + bG_l\{(\rho_{12} + \rho_{22})G_l^2 - (A_1 + A_2)\} \quad (2.4)$$

Величину ω_2 найдем из первого уравнения системы (1.6) при $\omega_i^{(\alpha)}v_i = \omega_\alpha \neq 0$

$$\omega_2 = \Gamma_l\omega_1, \quad \Gamma_l = \frac{\Lambda_1 - \rho_{11}G_l^2}{\rho_{12}G_l^2 - A_1} \quad (2.5)$$

и подставим в (2.4). В результате получим

$$\frac{\delta\omega_1}{\delta t} = (\Omega_l G_l - \frac{b\gamma_l}{2})\omega_1$$

$$D_1 = (\rho_{11}\rho_{12}A_2 + \rho_{12}\rho_{22}\Lambda_1 - 2\rho_{11}\rho_{22}A_1)G_l^2 + \\ + (\rho_{11}A_1A_2 + \rho_{22}\Lambda_1A_1 - 2\rho_{12}\Lambda_1A_2)$$

$$D_2 = \{(A_1 + A_2) - (\rho_{12} + \rho_{22})G_l^2\}\{(\Lambda_1 + A_1) - \\ - (\rho_{11} + \rho_{12})G_l^2\}, \quad \gamma_l = \frac{D_2}{D_1} \quad (2.6)$$

Определим интенсивность $W_l^{(1)}$ продольной волны как величину, равную [7]

$$W_l^{(1)} = \sqrt{\omega_i^{(1)}\omega_i^{(1)}} = \sqrt{\omega_1\omega_1}. \quad (2.7)$$

Обозначим через $s \geq 0$ расстояние вдоль нормалей к поверхности $\sum(t_0)$, а δ — производную представим в виде [7]

$$\frac{\delta W_1}{\delta t} = G_l \frac{dW_1}{ds} \quad (2.8)$$

Тогда уравнение (2.6) запишется таким образом [8]

$$\frac{dW_l^{(1)}}{ds} = (\Omega_l - \frac{b\gamma_l}{2G_l})W_l^{(1)} \quad (2.9)$$

Уравнение (2.9) представляет собой дифференциальное уравнение, определяющее изменение интенсивности ударных продольных волн I и II типов в твердой фазе.

Изменение интенсивности ударных продольных волн в жидкости найдем из выражения (2.5)

$$W_l^{(2)} = \Gamma_l W_l^{(1)} = \frac{\Lambda_1 - \rho_{11}G_l^2}{\rho_{12}G_l^2 - A_1} W_l^{(1)} \quad (2.10)$$

Для определения интенсивности поперечных волн продифференцируем по β соотношение $\omega_k^{(\alpha)}v_k = 0, (\alpha = 1, 2)$

$$(\omega_i^{(\alpha)}v_i)_{,\beta} = \omega_{i,\beta}^{(\alpha)}v_i + \omega_i^{(\alpha)}v_{i,\beta} = 0,$$

$$\omega_{i,\beta}^{(\alpha)}v_i = -\omega_i^{(\alpha)}v_{i,\beta} = \omega_i^{(\alpha)}g^{\sigma\tau}b_{\beta\sigma}x_\tau^i \quad (2.11)$$

и применим геометрические и кинематические условия совместности второго порядка. Из (2.1)

получим систему уравнений

$$\begin{aligned} & \rho_{1\alpha} G_t^2 L_i^{(1)} - 2\rho_{1\alpha} G_t \frac{\delta \omega_i^{(1)}}{\delta t} \omega_i^{(1)} + \\ & + \rho_{\alpha 2} G_t^2 L_i^{(2)} \omega_i^{(1)} - 2\rho_{\alpha 2} G_t \frac{\delta \omega_i^{(2)}}{\delta t} \omega_i^{(1)} + \\ & + (-1)^\alpha b G_t \omega_i^{(1)} (\omega_i^{(1)} - \omega_i^{(2)}) + (2 - \alpha) [-\mu L_i^{(1)} \omega_i^{(1)} + \\ & + 2\mu \Omega_i \omega_i^{(1)} \omega_i^{(1)}] = 0, \alpha = 1, 2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

где G_t — скорость поперечной волны.

Исключив величину $L_i^{(2)}$ из (2.12) и используя формулы (1.10), получим

$$\begin{aligned} & 2\mu \rho_{22} \frac{\delta \omega_i^{(1)}}{\delta t} \omega_i^{(1)} - 2\mu \rho_{22} \Omega_i G_t \omega_i^{(1)} \omega_i^{(1)} + \\ & + b G_t^2 (\rho_{12} + \rho_{22}) \omega_i^{(1)} (\omega_i^{(1)} - \omega_i^{(2)}) = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Из уравнения (1.6), полагая что $\omega_i^{(\alpha)} \mathbf{v}_i = 0$ ($\alpha = 1, 2$), следует

$$\omega_i^{(2)} = \Gamma_t \omega_i^{(1)}, \quad \Gamma_t = \frac{\mu - \rho_{11} G_t^2}{\rho_{12} G_t^2} \quad (2.14)$$

Тогда выражение (2.13) для определения интенсивности поперечной волны в первой фазе после преобразований и с учетом (2.8) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{dW_t^{(1)}}{ds} = (\Omega_t - \frac{b\gamma_t}{2G_t}) W_t^{(1)} \\ & \gamma_t = \frac{(\rho_{12} + \rho_{22}) \{ (\rho_{11} + \rho_{12}) G_t^2 - \mu \}}{\mu \rho_{12} \rho_{22}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Интенсивность поперечной волны для второй фазы определим из формулы (2.14)

$$W_t^{(2)} = \Gamma_t W_t^{(1)} \quad (2.16)$$

Уравнения (2.9) и (2.15) для первой фазы запишем в одной форме

$$\frac{dW_p^{(1)}}{ds} = (\Omega_p - \frac{b\gamma_p}{2G_p}) W_p^{(1)}, \quad p = l, t \quad (2.17)$$

Среднюю кривизну волновой поверхности в общем случае [7] можно записать в виде

$$\Omega = \frac{\Omega_0 - K_0 s}{1 - 2\Omega_0 s + K_0 s^2} \quad (2.18)$$

где Ω_0 , K_0 — начальные средняя и гауссова кривизны волновой поверхности.

Интегрируя уравнение (2.17) и учитывая (2.18), получим выражение для определения интенсивности волн, распространяющихся в твердой фазе

$$W_p^{(1)} = \frac{W_{p0}^{(1)}}{\sqrt{\Psi}} \exp(-\frac{b\gamma_p}{2G_p} s),$$

$$\Psi = 1 - 2\Omega_0 s + K_0 s^2, \quad W_{p0}^{(1)} = W_p^{(1)}(0) \quad (2.19)$$

Интенсивность волн для второй фазы определяется из формул (2.10) и (2.16).

Тогда выражение для изменения интенсивности волн в насыщенной жидкостью пористой среде с учетом вязкости жидкости будет записано в виде

$$W_p = W_p^{(1)} + W_p^{(2)} = \frac{1 + \Gamma_p}{\sqrt{\Psi}} W_{p0} \exp(-\frac{\eta m^2 \gamma_p}{2G_p k} s), \quad (2.20)$$

$p = l, t$

Таким образом, интенсивность волн в насыщенной жидкостью упругой пористой среде с учетом вязкости жидкости зависит от пористости среды, вязкости жидкости, начальной средней и гауссовой кривизн волновой поверхности.

В частном случае, если вязкость жидкости $\nu = 0$, то интенсивность волн совпадает с формулами [8].

3. ПРИМЕР

Пусть в упругом насыщенном жидкостью пористом пространстве волновая поверхность $\Sigma(t)$ представляет собой концентрически расширяющуюся сферу радиуса R . Определим интенсивность волн в процессе их распространения.

Будем считать, что единичный вектор $\mathbf{v}$ выбран так, что его направление совпадает с направлением распространения волны. Следовательно, $\mathbf{v}$ есть вектор внешней нормали к сферическим поверхностям, поэтому средняя кривизна при $s = 0$ имеет отрицательное значение, то есть $\Omega_0 = -\frac{1}{R_0}$, а гауссова кривизна

$K_0 = \frac{1}{R_0^2}$. Тогда переменную s в уравнении

(2.17) можно заменить переменной R .

Подставив в (2.18) значения Ω_0 и K_0 , получим $\Omega_p = -\frac{1}{R + R_0}$. Проинтегрировав уравнение (2.17) получим

$$W_p^{(1)} = W_{p0}^{(1)} \frac{R_0}{R + R_0} \exp(-\frac{\eta m^2 \gamma_p}{2G_p k} R) \quad (3.1)$$

Здесь $W_{p0}^{(1)}$ — это значение $W_p^{(1)}$ при $R = R_0$.

Используя формулы (2.16) и (2.20), найдем

$$W_p = W_{p0}^{(1)} \frac{(1 + \Gamma_p) R_0}{R + R_0} \exp\left(-\frac{\eta m^2 \gamma_p}{2G_p k} R\right), \quad (3.2)$$

$p = l, t$

Из (3.2) следует, что интенсивность фронта сферических волн зависит как от вязкости жидкости, так и от пористости среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блитуштейн Ю. М., Мешков С. И., Чигарев А. В. Распространение волн в линейной вязко-упругой неоднородной среде // Изв. АН СССР. МТТ. — 1972. — № 3. — С. 40—47.
2. Россихин Ю. А. О распространении волн в упруго-вязко-пластической среде // Прикл. мех. — Киев, 1969. — Т. V. — Вып. 5. — С. 82—88.
3. Мешков С. И., Чигарев А. В. К распространению волн в наследственных вязко-упруго-пластических средах. — Изв. АН СССР. — МТТ. — 1978. — № 5. — С. 116—121.

Кукарских Л. А., старший научный сотрудник, Военный авиационный инженерный университет, Воронеж

E-mail: kukarskih.liubov@yandex.ru

Тел.: 8-906-673-52-37

Поленов В. С., доктор физико-математических наук, профессор кафедры Высшая математика, Всероссийский заочный финансово-экономический институт (Филиал в г. Воронеж), Воронеж

E-mail: polenov.vrn@mail.ru

Тел.: 8 (473) 266-75-66

4. Быковцев Г. И., Вerveйко Н. Д. О распространении волн в упруго-вязко-пластических средах // Инж. журнал МТТ. — 1966. — № 4. — С. 111—113.

5. Biot M. A. Theory propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid I. Low-Frequency Range // J. Acoust. Soc. America. — 1956. V. 28. — № 2. — P. 168—178.

6. Косачевский Л. Я. О распространении упругих волн в двухкомпонентных средах // ПММ. — 1959. — Т. 23. — Вып. 6. — С. 1115—1123.

7. Thomas T. Y. Plastic Flow and the Fracture in Solids. N.Y.; L.: Acad. Press, 1961. = Томас Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах — М.: Мир. — 1964. — 308 с.

8. Масликова Т. И., Поленов В. С. О распространении нестационарных упругих волн в однородных пористых средах // Изв. РАН. МТТ. — 2005. — № 1. — С. 104—108.

Kukarskikh L. A., senior research fellow, Military Aviation Engineering University, Voronezh

E-mail: kukarskih.liubov@yandex.ru

Tel.: 8-906-673-52-37

Polenov V. S., Doctor of Physico-Mathematical Science, professor of Higher mathematics, All-Russian Correspondence Financial and Economic Institute (branch in Voronezh), Voronezh

E-mail: polenov.vrn@mail.ru

Tel.: 8 (473) 266-75-66