

## КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОМ ПРИЕМЕ РАДИОИМПУЛЬСОВ

Ю. Н. Прибытков, В. Г. Радзиевский, В. К. Маршаков

*Воронежский государственный университет,  
Военно-воздушная академия им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина*

Поступила в редакцию 5.09.2012 г.

**Аннотация.** Рассмотрена возможность минимизации рассеяния оценки временного запаздывания радиоимпульса по положению абсолютного максимума огибающей сигнала на выходе резонансного одноконтурного усилителя.

**Ключевые слова:** оценка временного положения сигнала, согласование по полосе.

**Abstract.** The possibility of dispersion minimisation of the radio pulse time delay estimate by absolute maximum position of the signal envelope at the output of the single tuned amplifier was considered.

**Key words:** Time delay estimate, bandwidth adaptation.

### ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1, 2 и др.], во многих практических приложениях теории связи, радио и гидролокации задача формирования оптимальной оценки временного положения полезного сигнала является достаточно актуальной. При этом одним из наиболее часто используемых методов оценки является метод максимального правдоподобия. Для гладких сигналов это обычно обусловлено тем, что оценка максимального правдоподобия является асимптотически с ростом отношения сигнал/шум байесовской (оптимальной). Однако, широкое применение в цифровых системах связи, в системах спутниковой навигации сигналов с кодовым разделением, сигналов со сложными законами модуляции, обусловило необходимость в формировании оценок временных положений, так называемых, разрывных (недифференцируемых) радиоимпульсов. Для подобных сигналов свойство асимптотической оптимальности оценки максимального правдоподобия не выполняется. Тем не менее, простота практической реализации алгоритмов оценки максимального правдоподобия обуславливает возможность их использования и при измерении временных положений разрывных сигналов.

Поскольку для радиосигналов с неизвестными временными положениями обычно приходится применять некогерентный прием,

оценка максимального правдоподобия в этом случае формируется как положение абсолютного максимума на выходе детектора огибающей сигнала оптимального (согласованного при «белом» шуме) фильтра. Практическая реализация такого фильтра во многих случаях затруднительна. В связи с чем, приходится использовать квазиоптимальный, реализуемый фильтр. Выбор наилучших параметров такого фильтра неоднократно рассматривался в литературе [2, 3]. Однако, как правило, оптимизация параметров квазиоптимальных фильтров исследовалась с точки зрения повышения на его выходе отношения сигнал/шум. Такой подход правомерен в случае приема детерминированных сигналов, например, в задачах обнаружения или различения сигналов с известными временными положениями. При необходимости оценивания временных положений полезных сигналов точность оценок определяется не только величиной отношения сигнал/шум, но и «шириной» сигнальной составляющей на выходе детектора, которая так же, как и отношение сигнал/шум, зависит от параметров квазиоптимального фильтра.

В связи с этим, рассмотрим возможность оптимизации параметров квазиоптимального фильтра при некогерентном оценивании временного положения радиоимпульса. В качестве модельного сигнала указанного типа, воспользуемся радиоимпульсом с прямоугольной огибающей и случайной начальной фазой.

© Прибытков Ю. Н., Радзиевский В. Г., Маршаков В. К., 2012

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИМАЛЬНОЙ И КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ ОЦЕНОК

Пусть в пределах временного интервала  $[-\Lambda/2; \Lambda/2]$  на фоне аддитивного белого гауссовского шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$  наблюдается прямоугольный радиоимпульс  $s(t) = AI\left(\frac{t-\tau}{T}\right)\cos(\omega t - \varphi)$

с амплитудой  $A$  и длительностью  $T < \Lambda$ , где

$$I(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 0.5 \\ 0, & |t| > 0.5 \end{cases}.$$

Временное положение  $\tau$  и начальную фазу  $\varphi$  сигнала  $s(t)$  будем считать случайными величинами, равномерно распределенными на интервалах своих возможных значений.

Как известно [4], приемник максимального правдоподобия должен формировать достаточную статистику вида

$$R(\tau) = \sqrt{X^2(\tau) + Y^2(\tau)}, \quad (1)$$

где  $X(\tau) = \frac{2A}{N_0} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} x(t) I(t-\tau) \cos(\omega t) dt$ ,

$$Y(\tau) = \frac{2A}{N_0} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} x(t) I(t-\tau) \sin(\omega t) dt,$$

$x(t)$  — наблюдаемая аддитивная смесь сигнала и шума. При этом оценкой максимального правдоподобия  $\tau_m$  является положение абсолютного максимума функции  $R(\tau)$ ,  $\tau = [-\Lambda/2; \Lambda/2]$ , кото-

рая может быть интерпретирована, как огибающая на выходе согласованного фильтра для сигнала  $s(t)$ . В [4] показано, что в первом приближении нормированная сигнальная составляющая  $R(\tau)$ , недифференцируема и имеет вид  $G(\tau) = I\left(\frac{\tau - \tau_0}{2T}\right)[1 - |\tau|]$ , где  $\tau_0$  — истинное значение временного положения сигнала  $s(t)$ , а оценка максимального правдоподобия  $\tau_m$  является безусловно несмещенной, а её рассеяние с учетом аномальных ошибок имеет вид

$$V_a = (1 - P_a)V_0 + P_a\Lambda^2/6,$$

где  $V_0 = 13T^2/2z_0^4$  — рассеяние «надежной» оценки,  $z_0^2 = 2A^2T/N_0$  — отношение сигнал/шум на выходе согласованного фильтра  $P_a = P(z_0, m)$  — вероятность аномальной ошибки при некогерентном оптимальном оценивании,

$$P(z_0, m) = 1 - 2z \exp\left\{3z_0^2/2\right\} \times \int_0^\infty \exp\left\{-mx \exp\left\{-x^2/3\right\}/\sqrt{2\pi}\right\} \times \left[\exp\{-z_0x\}\Phi(x - 2z_0) - \exp\left\{5z_0^2/2 - 2z_0x\right\}\Phi(x - 3z_0)\right] \times dx, \quad (2)$$

$\Phi(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$  — интеграл вероятности,  $m = \Lambda/T$  — число элементов разрешения по параметру  $\tau$ .

Рассмотрим далее квазиоптимальный прием, когда согласованный фильтр для сигнала  $s(t)$  в приемнике максимального правдоподобия заменяется некоторым линейным фильтром с импульсной характеристикой  $h(t)$ . Поскольку полезный сигнал в рассматриваемом случае является радиоимпульсом, подобный фильтр следует выбирать среди узкополосных линейных фильтров. Импульсная характеристика такого фильтра обычно может быть представлена в виде  $h(t) = f(t)\sin(\omega t)$ , где  $f(t)$  — характеризует форму АЧХ фильтра на его резонансной частоте  $\omega$  [2,3]. При этом квазиоптимальная оценка  $\hat{\tau}_m$  будет определяться как положение абсолютного максимума огибающей  $\hat{R}(\tau)$ ,  $\tau = [-\Lambda/2; \Lambda/2]$  на выходе этого фильтра. Огибающая  $\hat{R}(\tau)$  находится в соответствии с (1), где квадратуры  $X(\tau)$  и  $Y(\tau)$  заменяются на

$$\hat{X}(\tau) = \frac{2A}{N_0} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} x(t) f(t-\tau) \cos(\omega t) dt,$$

$$\hat{Y}(\tau) = \frac{2A}{N_0} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} x(t) f(t-\tau) \sin(\omega t) dt.$$

Для примера в качестве квазиоптимального узкополосного фильтра рассмотрим, сравнительно просто реализуемый на практике, резонансный одноконтурный усилитель. При этом функция  $f(t) = K \exp\{-\alpha t\}$ ,  $K$  — коэффициент усиления, а параметр  $\alpha$  обратно пропорционален ширине полосы пропускания фильтра. Положим, что резонансная частота фильтра совпадает с частотой сигнала  $s(t)$ , а величину  $\alpha$  будем выбирать из условия минимума рассеяния квазиоптимальной оценки.

Аналогично [4], можно показать, что нормированная сигнальная составляющая  $\hat{R}(\tau)$  в

первом приближении определяется соотношением:

$$\hat{G}(t - \tau_0) = (1 - \exp(-\eta))^{-1} \times \begin{cases} 1 - \exp\{-\alpha(t - \tau_0)\}; t - \tau_0 \leq T \\ \exp\{-\alpha(t - \tau_0)\}(\exp(\eta) - 1); t - \tau_0 > T \end{cases}$$

где  $\eta = \alpha T$ . Следует отметить асимметрию  $\hat{G}(t)$  относительно  $\tau_0$ , в то время, как  $G(t)$  является симметричной функцией  $\tau$  в точке  $\tau_0$ . Исследуя далее поведение статистики  $\hat{G}(t)$  на основе результатов работ [4,5] можно найти асимптотические выражения для безусловных смещения  $\hat{b}$  и рассеяния  $\hat{V}_a$  квазиоптимальной оценки  $\hat{\tau}_m$ :

$$\hat{b} = T(2 \exp(\eta) - \exp(2\eta)) / (2z_0^2 [1 - \exp(-\eta)]^2),$$

$$\hat{V}_a = \left[ \frac{T^2 \exp(\eta)}{2z_0^4 (1 - \exp(-\eta))^3} \times \left\{ 2 \frac{[\exp(-4\eta) + (1 - \exp(-\eta))^4]}{\exp(-3\eta) - \exp(-4\eta)} + 1 - \exp(\eta) + [1 - \exp(-\eta)]^2 \right\} (1 - \hat{P}_a) + \frac{\hat{P}_a \Lambda^2}{6} \right],$$

Здесь  $\hat{P}_a = P(\hat{z}, m)$ , а  $P(\hat{z}, m)$  — определяется соотношением (2), где вместо  $z_0$  следует подставить  $\hat{z} = z_0 [1 - \exp(-\eta)] \sqrt{2/\eta}$ . Данные выражения показывают, что основным параметром, определяющим эффективность оценки задержки является величина  $\eta$ , которая задаёт соотношение полосы пропускания фильтра  $\Delta f$  по уровню половинной мощности и полосы сигнала [2]  $\eta = \alpha T = \pi \Delta f T$ .

На рис. 1 сплошными линиями представлены зависимости нормированного рассеяния  $6\hat{V}_a/\Lambda^2$  от отношения сигнал/шум  $z_0$  для квазиоптимального фильтра при различных значениях  $\eta$  и фиксированном  $m$  – числе элементов разрешения по параметру  $\tau$ . На этом же рисунке пунктирной линией представлена зависимость  $6\hat{V}_a/\Lambda^2$  от отношения сигнал/шум  $z_0$  для оптимального приема. Эти кривые показывают, что рассеяние оценки при использовании квазиоптимального фильтра превышает рассеяние оценки при оптимальном приеме. Причем как увеличение, так и уменьшение полосы пропускания фильтра может приводить к ухудшению характеристик квазиоптимальной оценки.

Воспользуемся полученными выражениями для определения минимального проигрыша в точности квазиоптимальной оценки.

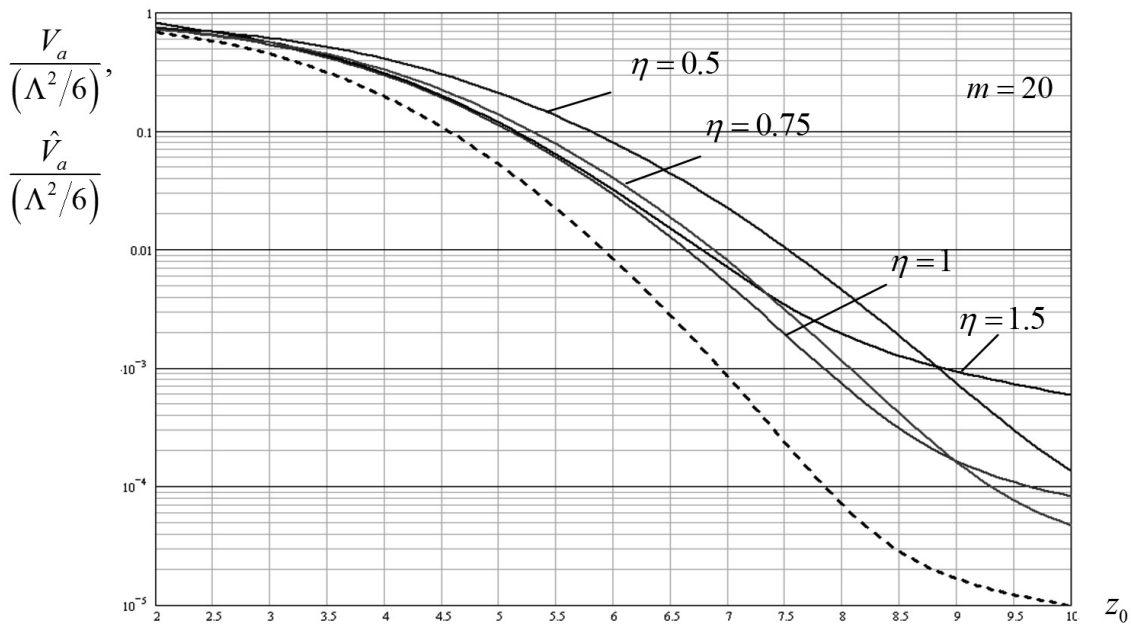


Рис. 1. Зависимость рассеяния от отношения сигнал/шум

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Задача оптимизации полосы пропускания квазиоптимального фильтра по критерию минимизации проигрыша в отношении сигнал/шум подробно рассматривалась в [2]. Так на рис. 2 штриховой линией представлен проигрыш в отношении сигнал/шум  $\hat{z}^2/z_0^2 = 2(1 - \exp(-\eta))^2/\eta$ , как функция параметра  $\eta$ . Эта зависимость показывает, что проигрыш минимален при  $\eta \approx 1.25$ . Кроме того, следует отметить, что увеличение полосы пропускания фильтра приводит к незначительному уменьшению отношения сигнал/шум. Как указано в [2] данный факт может быть использован на практике, когда за счет расширения полосы фильтра снижается влияние ошибок частотной синхронизации без существенного снижения отношения сигнал/шум и, как следствие без существенной потери в эффективности обнаружения сигнала. Также это свойство используется для снижения требований по стабильности опорных генераторов при практической реализации алгоритмов обнаружения сигналов.

В задаче оценки временного положения сигнала, полоса фильтра определяет форму сигнала на выходе квазиоптимального приемни-

ка и существенно влияет на точность оценки. На Рис. 2 сплошными линиями представлены зависимости проигрыша в рассеянии оценки  $V_a/\hat{V}_a$  от параметра  $\eta$ .

Эти кривые показывают, что при увеличении полосы фильтра наблюдается существенное снижение точности оценки, несмотря на небольшое снижение отношения сигнал/шум. Кроме того, из сравнения сплошных и пунктирной кривых следует, что оптимальные значения полосы фильтра с точки зрения характеристик обнаружения и оценки временного положения сигнала не совпадают. Причем оптимальное значение полосы фильтра в задаче оценки зависит от фактического отношения сигнал/шум. Таким образом, использование квазиоптимального фильтра в задаче оценки временного положения полезного сигнала требует гораздо более точного знания частоты несущего колебания, чем в задаче обнаружения.

Для того, чтобы оценить энергетические потери при использовании квазиоптимального фильтра на Рис. 3 сплошными линиями изображена зависимость проигрыша в целевом отношении сигнал/шум  $\gamma(\eta) = \tilde{z}_0^2/z_0^2$  для квазиоптимального приема, который необходим для достижения той же точности оценки, что и при использовании оптимального приемника. Здесь  $\tilde{z}_0^2$  - решение уравнения  $\hat{V}_a(\tilde{z}_0) = V_a(z_0)$ .

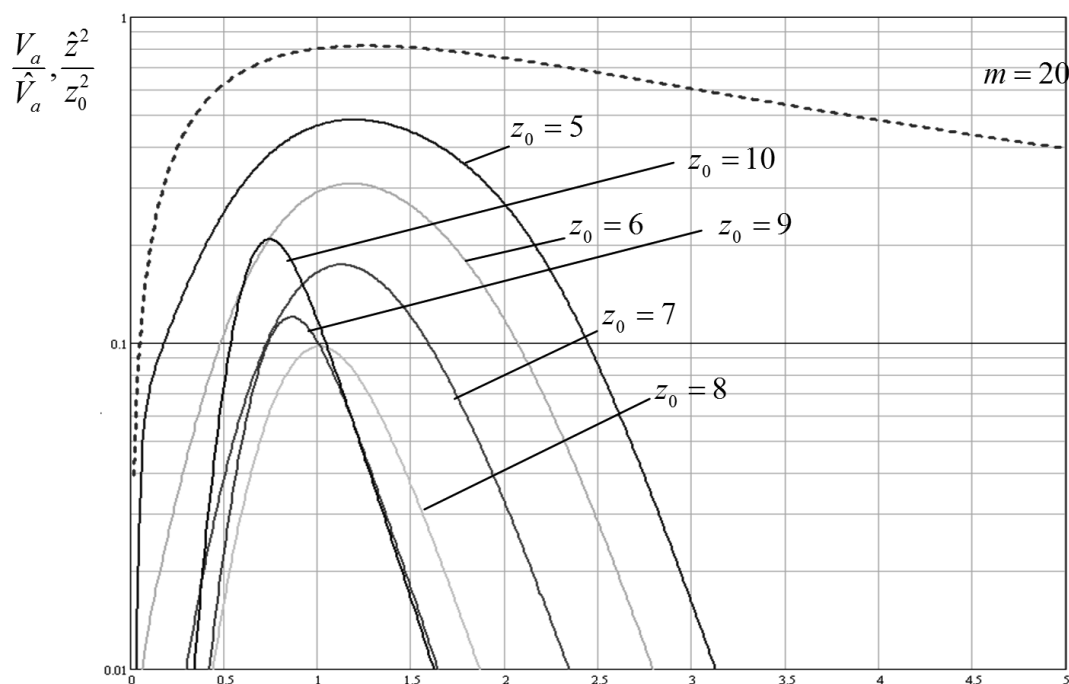


Рис. 2. Проигрыш в величине рассеяния

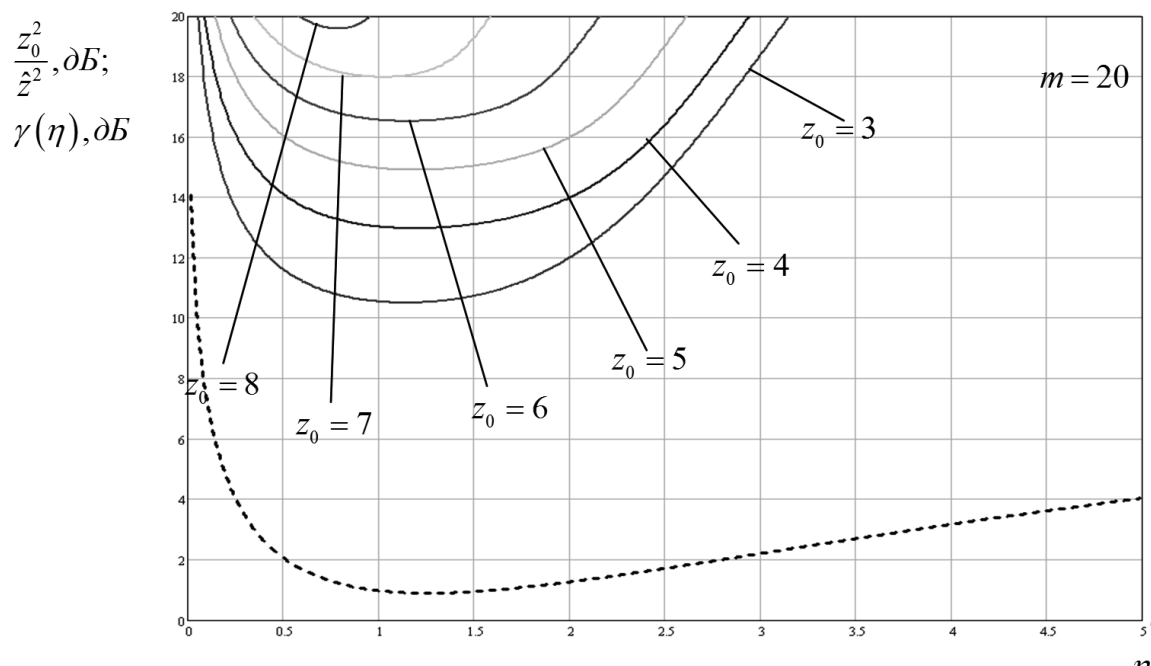


Рис. 3. Проигрыш в отношении сигнал/шум

Пунктиром на том же рисунке представлена зависимость отношения  $z_0^2/\hat{z}^2$  от  $\eta$ , характеризующая потери в эффективности обнаружения.

Эти кривые показывают, что при обнаружении сигнала квазиоптимальный фильтр дает небольшой проигрыш в отношении сигнал/шум, порядка 1.5–4 дБ, в достаточно широком диапазоне возможных значений полосы фильтра  $\eta = 0.25 - 5$ . При оценке временного положения сигнала квазиоптимальный фильтр дает проигрыш больше 10 дБ, при  $z_0 > 10$  дБ. Причём для  $z_0 \approx 10$  дБ область, в которой  $\gamma(\eta)$  изменяется не больше чем на 2.5 дБ, ограничена  $\eta = 0.25 - 2.3$ . Кроме того, с увеличением отношения сигнал/шум  $z_0$  проигрыш  $\gamma(\eta)$  увеличивается, а область малого изменения проигрыша существенно уменьшается. Качественно это можно объяснить тем, что при низких отношениях сигнал/шум существенное влияние оказывают аномальные ошибки, величина которых не зависит от вида сигнальной функции, а определяется лишь отношением сигнал/шум и значением параметра  $m$ . С увеличением отношения сигнал/шум влияние аномальных ошибок снижается, а точность оценки в большей степени характеризуется формой сигнальной функции. Причём для достаточно больших значений отношений сигнал/шум, когда оценки являются «надёжными», проигрыш  $\gamma(\eta)$  не зависит от величины  $z_0$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Замена оптимальных фильтров квазиоптимальными оправдана в задаче обнаружения сигнала, поскольку возможно обеспечение энергетических проигрышей порядка 1-2 дБ при сравнительно низких требованиях к точности задания частоты несущего колебания. В современных условиях развития элементной базы стабильность генераторов может быть достаточно высокой. Поэтому возможно применение квазиоптимальных фильтров и в задаче оценки временного положения сигнала, когда требования к точности задания полосы пропускания фильтра существенно выше. Кроме того, для минимизации проигрыша в эффективности оценки, вносимого квазиоптимальным фильтром, в общем случае необходимо обладать информацией об отношении сигнал/шум.

## ЛИТЕРАТУРА

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под. Ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. Изд. 4-е перераб. и доп. — М.: Радиотехника, 2010. — 800 с.
2. Тихонов В. И. Оптимальный приём сигналов / В. И. Тихонов. — М.: Радио и связь, 1983. — 320 с.
3. Лезин Ю. С. Квазиоптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов / Ю. С. Лезин — М.: Сов. радио, 1969. — 445 с.
4. Трифонов А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех /

А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.

5. Бутейко В. К. Об эффективности подавления боковых лепестков при приеме сигналов с фазовой

модуляцией / В. К. Бутейко // Системы и средства обработки, передачи и приема информации: Сб. научн. тр. политехнич. ин-та. — Воронеж, 1980, — С. 141—148.

*Прибытков Ю. Н., к.ф.-м.н., доцент, ассистент кафедры радиофизики ВГУ.*

*Тел. (473) 220-89-16*

*E-mail: ypribytkov@kodofon.vrn.ru*

*Pribytkov Y. N., Ph.D, Assistant of Radio Physics Chair, Voronezh State University*

*Tel. (473) 220-89-16*

*E-mail: ypribytkov@kodofon.vrn.ru*

*Радзиевский В. Г., д.т.н., профессор, гл. научный сотрудник Военно-воздушной академии им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина*

*Radzievskii V. G., D. Sc, professor, principal research scientist, Air Force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin*

*Маршаков В. К., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры радиофизики ВГУ*

*Тел. (473) 220-89-16*

*E-mail: mvk@phys.vsu.ru*

*Marshakov V. K., Ph. D Associated Professor of Radio Physics Chair, Voronezh State University*

*Tel. (473) 220-89-16*

*E-mail: mvk@phys.vsu.ru*