

# ОЦЕНКА КООРДИНАТ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Г. С. Нахмансон, Ю. С. Азарова

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 28.02.2012 г.

**Аннотация.** Рассмотрена оптимальная некогерентная пространственно-временная обработка сигналов, излучаемых движущимся источником, принимаемых на фоне шумов аппаратуры в многопозиционных измерительных системах, работающих в пассивном режиме в низкочастотном диапазоне. Получены новые аналитические соотношения для дисперсий совместных оценок дальности и радиальной скорости, угловых координат и скоростей источника излучения. Показано, что полученные результаты совпадают с известными при смещении рабочей частоты сигналов в область высоких частот.

**Ключевые слова:** оценка дальности, угловая координата, точность оценивания, низкочастотный диапазон, многопозиционная измерительная система

**Abstract.** Optimum noncoherent space-time processing of low-frequency signals radiated by moving source and received by multiple measuring systems in passive mode against the background of internal noise is considered. New analytic expressions for accuracy of estimation of range and radial speed, angular coordinate and speed are present. Obtained results coincide with the known, when radiation frequency is increased.

**Keywords:** Estimation of range, angular coordinate, estimation accuracy, low-frequency range, multistatic measuring system

**Введение.** Вопросы пространственно-временной обработки сигналов в многопозиционных измерительных системах при оценивании координат и параметров движения источников излучения рассматривались в [1]–[3] и др. При этом основное внимание уделялось вопросам применения высокочастотных сигналов, то есть когда сигналы распространяются по законам геометрической оптики. При решении ряда практических задач возникает необходимость определения координат и скоростей источников излучения, работающих в низкочастотном диапазоне, когда распространение сигналов осуществляется в основном за счет поверхностных волн [4, 5]. Поэтому решение задач, связанных с оцениванием координат и скорости источника радиоизлучения в низкочастотном диапазоне, представляет практический интерес.

Целью работы является оценка эффективности пространственно-временной обработки низкочастотных сигналов, принимаемых на фоне внутренних шумов аппаратуры в много-

позиционных измерительных системах, работающих в режиме пассивной локации.

**Постановка задачи.** Рассмотрение будем проводить в декартовой системе координат  $\{x, y, z\}$ , начало которой совпадает с центром Земли (рис. 1). Многопозиционная измерительная система содержит  $(n+1)$  приемный пункт на земной поверхности, которую в дальнейшем считаем сферой, причем  $i$ -й приемный пункт ( $i = 0, \dots, n$ ) находится в точке  $(x_i, y_i, z_i)$ . При этом в дальнейшем будем считать, что ось  $OZ$  проходит через центр Земли и точку размещения нулевого приемного пункта  $O'(0, 0, R)$ ,  $R$  — радиус Земли. Введем дополнительную поверхностную систему координат  $\{x', y', z'\}$ , начало которой находится в точке  $O'$ , ось  $O'Z'$  совпадает по направлению с осью  $OZ$ , а оси  $O'X'$  и  $O'Y'$  направлены вдоль поверхности Земли и лежат соответственно в плоскостях  $ZOX$  и  $ZOY$ . Касательные к осям  $O'X'$  и  $O'Y'$  в точке  $O'$  взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, касательной к поверхности Земли в точке  $O'$ , перпендикулярной оси  $OZ$ .

Обозначим кратчайшее расстояние вдоль поверхности Земли от 0-го до  $i$ -го пункта  $d_i$ . Угол между касательными к  $d_i$  и к оси  $O'X'$  в точке  $O'$  в плоскости, касательной к земной поверхности в точке  $O'$ , обозначим через  $\alpha_i$ . Тогда местоположение пунктов приема в рассматриваемой поверхностной системе координат определяется двумя величинами  $(d_i, \alpha_i)$ . Аналогично местоположение источника излучения низкочастотного сигнала определяется т. И с координатами  $(r_0, \theta_0)$ , где  $r_0$  — расстояние вдоль поверхности Земли от точки  $O'$  до местоположения источника,  $\theta_0$  — угол между касательными к  $r_0$  и к оси  $OX'$  в плоскости, касательной к земной поверхности в точке  $O'$ .

Пусть источник излучает сигнал  $s(t) = U(t) \cos[\omega_0 t + \Phi(t)]$ , где  $U(t)$  и  $\Phi(t)$  характеризуют законы амплитудной и фазовой модуляции соответственно;  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_0$  — несущая частота. Сигналы, принимаемые в пунктах приема, можно представить в виде  $x_i(t) = s_i(t, \vec{l}_0) + n_i(t)$ , где  $n_i(t)$  — шумы аппаратуры в  $i$ -м приемном пункте, имеющие нулевое среднее значение и функцию корреляции  $\langle n_i(t_1) n_j(t_2) \rangle = (N_0 / 2) \delta_{ij} \delta(t_1 - t_2)$ , где  $\delta(t_1 - t_2)$  — дельта-функция,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера [6], то есть шумы в различных пунктах не коррелированы и имеют одинаковые спектральные плотности  $N_0$ .  $\vec{l}_0 = \{r_0, \dot{r}_0, \theta_0, \dot{\theta}_0\}$  — вектор параметров: дальности и угловой координаты радиальной и угловой скоростей, подлежащих оцениванию.

Расстояние от источника излучения до  $i$ -го приемного пункта в поверхностной системе

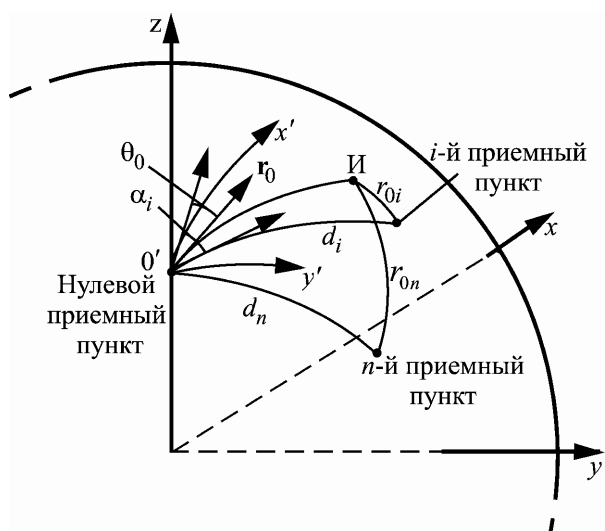


Рисунок. Поверхностная система координат

координат в общем случае определяется следующим образом [7]:

$$r_{0i}(t) = r_{0i}(r_0(t), \theta_0) = 2R \times \arcsin \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{r_0(t)}{R} \cos \frac{d_i}{R} - \cos(\theta_0 - \alpha_i) \sin \frac{r_0(t)}{R} \sin \frac{d_i}{R}}{2}} \quad (1)$$

В дальнейшем предполагается, что источник излучения движется с постоянной скоростью  $\dot{r}$ , то есть  $r(t) = r + \dot{r}t$ , где  $\dot{r}$  производная от  $r(t)$  в момент времени  $t = 0$ . В этом случае (1) после разложения в ряд во времени относительно момента  $t = 0$  можно представить в виде

$$r_{0i}(t) = r_{0i} + \dot{r}_{0i}t, \quad (2)$$

где

$$r_{0i} = 2R \arcsin \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{r_0}{R} \cos \frac{d_i}{R} - \cos(\theta_0 - \alpha_i) \sin \frac{r_0}{R} \sin \frac{d_i}{R}}{2}},$$

$$\dot{r}_{0i} = \frac{\dot{r}_0 \left( \sin \frac{r_0}{R} \cos \frac{d_i}{R} - \cos(\theta_0 - \alpha_i) \cos \frac{r_0}{R} \sin \frac{d_i}{R} \right)}{\sqrt{1 - \left( \cos \frac{r_0}{R} \cos \frac{d_i}{R} - \cos(\theta_0 - \alpha_i) \sin \frac{r_0}{R} \sin \frac{d_i}{R} \right)^2}} + \frac{R \dot{\theta}_0 \sin(\theta_0 - \alpha_i) \sin \frac{r_0}{R} \sin \frac{d_i}{R}}{\sqrt{1 - \left( \cos \frac{r_0}{R} \cos \frac{d_i}{R} - \cos(\theta_0 - \alpha_i) \sin \frac{r_0}{R} \sin \frac{d_i}{R} \right)^2}}$$

соответственно расстояние от источника до  $i$ -го приемного пункта и скорость распространения излучаемого сигнала от источника до  $i$ -го приемного пункта.

Полезный сигнал, принимаемый  $i$ -м пунктом, по отношению к сигналу, принимаемому в нулевом пункте:

$$s_i(t, \vec{l}_0) = a_0 \dot{I}_i U(t - \tau_{0i}) \times \cos[(\omega_0 + \Omega_{0i})(t - \tau_{0i}) + \Phi(t - \tau_{0i}) + \varphi_{0i}]. \quad (3)$$

В (3)  $a_0$  — амплитуда сигнала,  $\dot{I}_i$  — апертурный коэффициент антенны  $i$ -го пункта приема,  $\varphi_{0i}$  — случайная фаза сигнала, принимаемого  $i$ -м приемным пунктом, равномерно распределенная на интервале  $[0, 2\pi]$ ,  $\tau_{0i} = \frac{r_{0i} - r_0}{c}$

— время задержки сигнала, принимаемого  $i$ -м пунктом, относительно сигнала, принимаемого в нулевом пункте,  $\Omega_{0i} = \omega_0 \frac{\dot{r}_{0i}}{c}$  — доплеровское изменение частоты сигнала, принимаемого  $i$ -м приемным пунктом.

**Пространственно-временная обработка низкочастотных сигналов.** Выражение для выходного эффекта системы видеокогерент-

ной обработки можно записать по аналогии с [8], как

$$M(\vec{l}) = \sum_{i=1}^n M_i(\vec{l}), \quad (4)$$

где

$$M_i(\vec{l}) = \sqrt{X_i^2(\vec{l}) + Y_i^2(\vec{l})},$$

$$X_i(\vec{l}) = \int_0^T x_i(t) v_{ci}(t, \vec{l}) dt,$$

$$Y_i(\vec{l}) = \int_0^T x_i(t) v_{si}(t, \vec{l}) dt,$$

$$v_{ci}(\vec{l}) = a_0 I_i U(t - \tau_i) \times \cos[(\omega_0 + \Omega_i)(t - \tau_i) + \Phi(t - \tau_i)],$$

$$v_{si}(\vec{l}) = a_0 I_i U(t - \tau_i) \times \sin[(\omega_0 + \Omega_i)(t - \tau_i) + \Phi(t - \tau_i)],$$

$v_{ci}(\vec{l}), v_{si}(\vec{l})$  — опорные сигналы, зависящие от текущих значений параметров  $\vec{l}$ ,  $\tau_i = (r_i - r) / c$  — время задержки сигнала, принимаемого  $i$ -м пунктом, относительно сигнала, принимаемого в нулевом пункте, для априорной области значений оцениваемых параметров,  $\Omega_i = \omega_0 \frac{\dot{r}_i}{c}$ . Здесь  $r_i$  и  $\dot{r}_i$  определяются аналогично (2) при замене  $r_0 \rightarrow r$ ,  $\theta_0 \rightarrow \theta$ ,  $\dot{r}_0 \rightarrow \dot{r}$ ,  $\dot{\theta}_0 \rightarrow \dot{\theta}$ .

При больших отношениях сигнал/шум (условие, необходимое для надежного оценивания)  $M_i(\vec{l})$  можно представить в виде:

$$M_i(\vec{l}) = G_i(\vec{l}_0, \vec{l}) + N_i(\vec{l}). \quad (5)$$

В (5)

$$G_i(\vec{l}_0, \vec{l}) = \sqrt{G_{ci}^2(\vec{l}_0, \vec{l}) + G_{si}^2(\vec{l}_0, \vec{l})},$$

$$G_{ci}(\vec{l}_0, \vec{l}) = \frac{a_0^2}{2} I_i^2 \int_0^T U(t) U(t - \kappa_i) \times \cos[(\Omega_{0i} - \Omega_i)t + \Phi(t) - \Phi(t - \kappa_i)] dt,$$

$$G_{si}(\vec{l}_0, \vec{l}) = \frac{a_0^2}{2} I_i^2 \int_0^T U(t) U(t - \kappa_i) \times \sin[(\Omega_{0i} - \Omega_i)t + \Phi(t) - \Phi(t - \kappa_i)] dt,$$

$$N_i(\vec{l}) = a_0 I_i \int_0^T n_i(t) U(t - \tau_i) \cos[(\omega_0 + \Omega_i)(t - \tau_i) + \Phi(t - \tau_i) + \chi_i(\vec{l}_0, \vec{l}) + (\omega_0 + \Omega_i)\kappa_i + \varphi_{0i}] dt,$$

здесь  $\kappa_i = \tau_i - \tau_{0i}$ ,  $\chi_i = \arctg \frac{G_{si}(\vec{l}_0, \vec{l})}{G_{ci}(\vec{l}_0, \vec{l})}$ ,  $N_i(\vec{l})$  — нормальная случайная величина с нулевым

средним значением  $\langle N_i(\vec{l}) \rangle$  и функцией корреляции

$$\langle N_i(\vec{l}_1) N_j(\vec{l}_2) \rangle = G_i(\vec{l}_1, \vec{l}_2) \cos[\chi_i(\vec{l}_1, \vec{l}_2) + \chi_i(\vec{l}_0, \vec{l}_1) - \chi_i(\vec{l}_0, \vec{l}_2) + (\Omega_{i1} - \Omega_{i2})\kappa_{i1}].$$

При оценивании рассматриваемых параметров по методу максимального правдоподобия в качестве оценок параметров выбирают значения параметров опорных сигналов, при которых выходной эффект достигает максимальной величины. В этом случае искомые оценки являются несмещенными, а точность оценивания определяется их дисперсиями.

**Точность совместного оценивания дальности и радиальной скорости.** Рассмотрим совместное оценивание дальности и радиальной скорости источника излучения. В этом случае будем считать, что  $\dot{\theta}_0 = 0$ , а  $\vec{l} = \{r, \dot{r}\}$ . Пользуясь известными методами, по аналогии с [8], [9] и на основании (5) нетрудно показать, что

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{Q} \frac{c^2}{\Delta \hat{\omega}_2} \frac{1}{\gamma_r \left(1 - \varepsilon_1 \frac{\gamma_{r\dot{r}}^2}{\gamma_r \gamma_{\dot{r}}}\right)}, \quad (6)$$

$$\sigma_{\dot{r}}^2 = \frac{1}{Q} \frac{c^2}{\omega_0^2 \Delta \hat{t}_2} \frac{1}{\gamma_{\dot{r}} \left(1 - \varepsilon_1 \frac{\gamma_{r\dot{r}}^2}{\gamma_r \gamma_{\dot{r}}}\right)},$$

где  $Q = \frac{2a_0^2 E}{N_0}$  — отношение сигнал/шум на

выходе одного временного канала обработки,

$E = \frac{1}{2} \int_0^T |U(t)|^2 dt$  — энергия сигнала,

$$\varepsilon_1 = \frac{(\varepsilon + \Delta \omega_1 \Delta t_1)^2}{\Delta \hat{\omega}_2 \Delta \hat{t}_2}, \quad \Delta \omega_i = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^i |U(\omega)|^2 d\omega}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |U(\omega)|^2 d\omega},$$

$$\Delta t_i = \frac{\int_0^T t^i |U(t)|^2 dt}{\int_0^T |U(t)|^2 dt} \quad (7)$$

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{Re}\{j \int_0^T t \dot{U}'(t) U^*(t) dt\}}{\int_0^T |U(t)|^2 dt},$$

$$\gamma_r = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i^2 c_{ir}^2, \quad \gamma_{\dot{r}} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i^2 c_{i\dot{r}}^2, \quad \gamma_{r\dot{r}} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i^2 c_{ir} c_{i\dot{r}},$$

$\Delta \hat{\omega}_2 = \Delta \omega_2 - \Delta \omega_1^2$  — средний квадрат ширины спектра сигнала,  $\Delta \hat{t}_2 = \Delta t_2 - \Delta t_1^2$  — средний квадрат длительности сигнала,

$$c_{ir} = c \frac{\partial \kappa_i}{\partial r} \Big|_0 = \frac{\sin \frac{r}{R} \cos \frac{d_i}{R} - \cos(\theta - \alpha_i) \cos \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R}}{\sqrt{1 - \left( \cos \frac{r}{R} \cos \frac{d_i}{R} + \cos(\theta - \alpha_i) \sin \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R} \right)^2}} - 1,$$

$$c_{i\dot{r}} = \frac{c}{\omega_0} \frac{\partial \Omega_i}{\partial \dot{r}} \Big|_0 = \frac{\sin \frac{r}{R} \cos \frac{d_i}{R} - \cos(\theta - \alpha_i) \cos \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R}}{\sqrt{1 - \left( \cos \frac{r}{R} \cos \frac{d_i}{R} + \cos(\theta - \alpha_i) \sin \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R} \right)^2}}.$$

Полученные выражения позволяют определить точность оценивания дальности и радиальной скорости источника излучения в общем случае. Если многопозиционная система состоит из  $N = 2m + 1$  приемных пунктов, расположенных вдоль оси  $O'X'$  на равных расстояниях  $L/2m$  друг от друга симметрично относительно начала координат, причем выполняется условие  $L/R \ll 1$ ,  $c_{ir}$  и  $c_{i\dot{r}}$  можно представить после разложения в ряд по степеням  $\alpha = L / (2R \sin \frac{r}{R})$  и отбрасывания членов  $o(\alpha^4)$  в виде:

$$c_{ir} = -\frac{1}{2} \alpha^2 \left( \frac{i}{m} \right)^2 \sin^2 \theta \left\{ 1 + 2 \left( \frac{i}{m} \right) \alpha \cos \theta \cos \frac{r}{R} - \frac{1}{12} \left( \frac{i}{m} \right)^2 \alpha^2 \left[ 1 + 8 \cos^2 \frac{r}{R} - 9 \cos^2 \theta \left( 1 + 4 \cos^2 \frac{r}{R} \right) \right] \right\}, \quad (8)$$

$$c_{i\dot{r}} = 1 - \frac{1}{2} \alpha^2 \left( \frac{i}{m} \right)^2 \sin^2 \theta \left\{ 1 + 2 \left( \frac{i}{m} \right) \alpha \cos \theta \cos \frac{r}{R} - \frac{1}{12} \left( \frac{i}{m} \right)^2 \alpha^2 \left[ 1 + 8 \cos^2 \frac{r}{R} - 9 \cos^2 \theta \left( 1 + 4 \cos^2 \frac{r}{R} \right) \right] \right\}.$$

Подставляя (8) в (7) и учитывая, что  $\Delta \omega_1$  и  $\Delta t_1$ , как правило, равны нулю, а  $I_i = 1$ , получим выражения для дисперсий оценок дальности и радиальной скорости:

$$\sigma_r^2 = \frac{4c^2}{\alpha^4 Q_1 \cdot \Delta \hat{\omega}_2 \sin^4 \theta} \left\{ B_2 - \varepsilon_1 B_1^2 + \frac{\alpha^2}{6} [B_3 D_1 + \varepsilon_1 B_1 B_2 D_2 + 6 \varepsilon_1 B_1 (B_2 - B_1^2) \sin^2 \theta] \right\}^{-1}, \quad (9)$$

$$\sigma_{\dot{r}}^2 = \frac{c^2}{Q_1 \cdot \omega_0^2 \cdot \Delta \hat{t}_2} \left\{ 1 - \varepsilon_1 \frac{B_1^2}{B_2} + \alpha^2 \frac{\varepsilon_1 B_1}{6 B_2^2} \times \right. \\ \left. \times (B_1 B_3 D_1 + B_2^2 D_2) - B_1 (1 - \varepsilon_1) \sin^2 \theta \right\}^{-1},$$

где  $Q_1 = \frac{2a_0^2 E}{N_0} (2m + 1)$  — отношение «сигнал/шум» на выходе линейной части системы пространственно-временной обработки,

$B_1 = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{m} \right)$ ,  $B_2 = \frac{1}{15} \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \left( 3 + \frac{3}{m} - \frac{1}{m^2} \right)$ ,

$$B_3 = \frac{1}{21} \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \left( 3 + \frac{6}{m} - \frac{3}{m^2} + \frac{1}{m^4} \right),$$

$$D_1 = \left( 1 + 8 \cos^2 \frac{r}{R} \right) (9 \cos^2 \theta - 1) - 12 \cos^2 \theta \cos^2 \frac{r}{R},$$

$$D_2 = 1 + 8 \cos^2 \frac{r}{R} - 9 \cos^2 \theta \left( 1 + 4 \cos^2 \frac{r}{R} \right).$$

При  $r \ll R$ , соответственно  $\alpha = L / 2r$ , выражения (9) переходят в

$$\sigma_r^2 = \frac{64c^2}{Q_1 \cdot \Delta \hat{\omega}_2 \sin^4 \theta} \left( \frac{r}{L} \right)^4 \left\{ B_2 - \varepsilon_1 B_1^2 + \left( \frac{L}{2r} \right)^2 \left[ \frac{3}{2} (5 \cos^2 \theta - 1) (B_3 - \varepsilon_1 B_1 B_2) + \right. \right. \\ \left. \left. + 4 B_3 \cos^2 \theta + \varepsilon_1 B_1 (B_2 - B_1^2) \sin^2 \theta \right] \right\}^{-1}, \quad (10)$$

$$\sigma_{\dot{r}}^2 = \frac{1}{Q_1 \Delta \hat{t}_2} \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \left\{ 1 - \varepsilon_1 \frac{B_1^2}{B_2} + \left( \frac{L}{2r} \right)^2 \left[ \frac{3 \varepsilon_1 B_1}{2 B_2^2} (5 \cos^2 \theta - 1) (B_1 B_3 - B_2^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + 4 \frac{\varepsilon_1 B_1}{B_2} B_3 \cos^2 \theta - B_1 (1 - \varepsilon_1) \sin^2 \theta \right] \right\}^{-1},$$

где  $\lambda = 2\pi c / \omega_0$  — длина волны, соответствующая несущей частоте.

Выражения (9) были конкретизированы для случая импульса с колокольной огибающей

$$s(t) = e^{-\gamma^2 t^2} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (11)$$

В этом случае выражения для дисперсий дальности и радиальной скорости принимают вид:

$$\sigma_r^2 = \frac{4c^2}{\alpha^4 Q_1 \cdot \gamma^2 \sin^4 \theta} \left( B_2 + \frac{\alpha^2}{6} B_3 D_1 \right),$$

$$\sigma_{\dot{r}}^2 = \frac{4c^2 \gamma^2}{Q_1 \cdot \omega_0^2 (1 - \alpha^2 B_1 \sin^2 \theta)}. \quad (12)$$

Из выражений (10), (12) видно, что точность оценивания дальности возрастает с уве-

личением выходного отношения сигнал/шум (возрастающего с увеличением числа приемных пунктов), увеличением ширины спектра и размера апертуры антенной системы  $L$ . При этом дисперсия оценки дальности ухудшается при возрастании дальности  $\sim (r/L)^4$ . А точность оценивания скорости возрастает с уменьшением коэффициента широкополосности сигнала (уменьшением  $\gamma/\omega_0$ ) [9].

**Точность совместного оценивания угловой координаты и угловой скорости источника излучения.** В случае, когда источник излучения движется с постоянной угловой скоростью  $\dot{\theta}$  при  $r_0 = \text{Const}$ , выражения, характеризующие точность совместного оценивания угловой координаты и угловой скорости, записываются аналогично (6):

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{1}{Q} \frac{c^2}{\Delta \hat{\omega}_2} \frac{1}{\gamma_{\theta} \left(1 - \varepsilon_1 \frac{\gamma_{\theta\dot{\theta}}^2}{\gamma_{\theta}\gamma_{\dot{\theta}}}\right)}, \quad (13)$$

$$\sigma_{\dot{\theta}}^2 = \frac{1}{Q} \frac{c^2}{\omega_0^2 \Delta \hat{t}_2} \frac{1}{\gamma_{\dot{\theta}} \left(1 - \varepsilon_1 \frac{\gamma_{\theta\dot{\theta}}^2}{\gamma_{\theta}\gamma_{\dot{\theta}}}\right)},$$

где

$$\gamma_{\theta} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i^2 c_{i\theta}^2, \quad \gamma_{\dot{\theta}} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i^2 c_{i\dot{\theta}}^2, \quad \gamma_{\theta\dot{\theta}} = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i^2 c_{i\theta} c_{i\dot{\theta}},$$

$$c_{i\theta} = c \frac{\partial \kappa_i}{\partial \theta} \Big|_{v_i} =$$

$$= \frac{R \sin(\theta - \alpha_i) \sin \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R}}{\sqrt{1 - \left( \cos \frac{r}{R} \cos \frac{d_i}{R} + \cos(\theta - \alpha_i) \sin \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R} \right)^2}},$$

$$c_{i\dot{\theta}} = \frac{c}{\omega_0} \frac{\partial \Omega_i}{\partial \dot{\theta}} \Big|_{v_i} =$$

$$= \frac{R \sin(\theta - \alpha_i) \sin \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R}}{\sqrt{1 - \left( \cos \frac{r}{R} \cos \frac{d_i}{R} + \cos(\theta - \alpha_i) \sin \frac{r}{R} \sin \frac{d_i}{R} \right)^2}}.$$

Для рассмотренной выше симметричной эквидистантной многопозиционной системы с длиной апертуры  $L \ll R$ , с расстоянием между приемными пунктами, расположенными вдоль оси  $O'X'$   $d = L/2m$  и числом пунктов  $N = 2m + 1$  выражения для коэффициентов  $c_{i\theta}$  и  $c_{i\dot{\theta}}$  можно представить после разложения в ряд по степеням  $\alpha$  и отбрасывания членов  $o(\alpha^4)$  в виде:

$$c_{i\theta} = c_{i\dot{\theta}} = \frac{L}{2} \frac{i}{m} \sin \theta \left\{ 1 + \left( \frac{i}{m} \right) \alpha \cos \frac{r}{R} \cos \theta + \right. \\ \left. + \frac{1}{6} \left( \frac{i}{m} \right)^2 \alpha^2 \left( 1 + 2 \cos^2 \frac{r}{R} \right) (3 \cos^2 \theta - 1) - \right. \\ \left. - \frac{1}{6} \left( \frac{i}{m} \right)^3 \alpha^3 \cos \frac{r}{R} \cos \theta [\sin^2 \theta (5 + 4 \cos^2 \frac{r}{R}) - \right. \\ \left. - 2 \cos^2 \theta (2 + \cos^2 \frac{r}{R})] \right\}.$$

В этом случае выражения для дисперсий оценок угловой координаты и угловой скорости источника, при  $I_i = 1$ , принимают вид:

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{1}{Q_1 (\pi L / \Lambda)^2 \sin^2 \theta (1 - \varepsilon_1)} \{ B_1 + \alpha^2 B_2 \times \\ \times \left[ \cos^2 \frac{r}{R} \cos^2 \theta + \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \cos^2 \frac{r}{R} \right) (3 \cos^2 \theta - 1) \right] \}^{-1}, \quad (14)$$

$$\sigma_{\dot{\theta}}^2 = \frac{1}{Q_1 (\pi L / \lambda)^2 \Delta \hat{t}_2 \sin^2 \theta (1 - \varepsilon_1)} \{ B_1 + \alpha^2 B_2 \times \\ \times \left[ \cos^2 \frac{r}{R} \cos^2 \theta + \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \cos^2 \frac{r}{R} \right) (3 \cos^2 \theta - 1) \right] \}^{-1},$$

где  $\Lambda = 2\pi \cdot c / \sqrt{\Delta \hat{\omega}_2}$  — длина волны огибающей сигнала.

При  $r \ll R$  выражения (14) переходят в

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{\{ B_1 + \alpha^2 B_2 [\cos^2 \theta + (3 \cos^2 \theta - 1)] \}^{-1}}{Q_1 (\pi L / \Lambda)^2 \sin^2 \theta (1 - \varepsilon_1)}, \quad (15)$$

$$\sigma_{\dot{\theta}}^2 = \frac{\{ B_1 + \alpha^2 B_2 [\cos^2 \theta + (3 \cos^2 \theta - 1)] \}^{-1}}{Q_1 (\pi L / \lambda)^2 \Delta \hat{t}_2 \sin^2 \theta (1 - \varepsilon_1)}.$$

Для сигнала с колокольной огибающей (8) выражения (14) перейдут в

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{c^2}{Q_1 \gamma^2 (L/2)^2 \sin^2 \theta} \left\{ B_1 + \alpha^2 B_2 \left[ \cos^2 \frac{r}{R} \times \right. \right. \\ \left. \times \cos^2 \theta + \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \cos^2 \frac{r}{R} \right) (3 \cos^2 \theta - 1) \right] \right\}^{-1}, \quad (16)$$

$$\sigma_{\dot{\theta}}^2 = \frac{4\gamma^2}{Q_1 (\pi L / \lambda)^2 \sin^2 \theta} \cdot \left\{ B_1 + \alpha^2 B_2 \left[ \cos^2 \frac{r}{R} \times \right. \right. \\ \left. \times \cos^2 \theta + \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \cos^2 \frac{r}{R} \right) (3 \cos^2 \theta - 1) \right] \right\}^{-1}.$$

Из выражений (15), (16) видно, что точность оценивания угловой координаты источника излучения возрастает с увеличением выходного отношения сигнал/шум, возрастающего с увеличением числа приемных пунктов,

увеличением отношения размера апертуры антенной системы  $L$  к длине волны огибающей сигнала, а точность оценивания угловой скорости источника — с увеличением отношения сигнал/шум, отношения размера апертуры системы к длине волны несущего колебания и длительности сигнала.

**Заключение.** Получены новые аналитические выражения, позволяющие определить точность оценивания координат и параметров движения источника излучения низкочастотных радиосигналов, распространяющихся вдоль поверхности Земли, в некогерентных многопозиционных системах. Показано, что выявленные общие закономерности поведения точностных характеристик оцениваемых параметров низкочастотных радиосигналов при их некогерентной пространственно-временной обработке мало отличаются от характеристик аналогичных оценок в системах, работающих в высокочастотных диапазонах, а именно: точности оценивания дальности, угловой координаты и угловой скорости источника излучения возрастают с увеличением размера апертуры приемной антенной системы. Причем уменьшение дальности приводит к незначительному уменьшению дисперсий оценок угловых координат и скоростей. Точность оценивания радиальной и угловой скоростей увеличивается с уменьшением коэффициента широкополосности (увеличением длительности сигнала). При

уменьшении длины волны полученные соотношения совпадают с известными выражениями для дисперсий оценок рассматриваемых параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Караваяев В. В., Сазонов В. В.* Статистическая теория пассивной локации. М.: Радио и связь, 1978. 240 с.
2. *Черняк В. С.* Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993. 415 с.
3. *Кононов И. И., Петренко И. А., Снегуров В. С.* Радиотехнические методы местоопределения грозовых очагов. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 221 с.
4. *Ремизов Л. Т.* Естественные радиопомехи. М.: Наука, 1985. 200 с.
5. *Фейнберг Е. Л.* Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: Наука, 1999. 495 с.
6. *Куликов Е. И.* Вопросы оценок параметров сигналов при наличии помех. М.: Сов. Радио, 1969. 244 с.
7. Радиотехнические системы./под ред. Ю. М. Казаринова. — М.: Академия, 2008. 592 с.
8. *Нахмансон Г. С., Азарова Ю. С.* Оценка местоположения источника излучения в низкочастотном диапазоне при пространственно-временной обработке системы // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2011. № 3. С. 28—34.
9. *Нахмансон Г. С.* Оценка местоположения источника излучения широкополосных сигналов, движущегося в зоне Френеля многопозиционной измерительной системы // Радиотехника. 1987. № 2. С. 54—55.

*Нахмансон Г. С. — доктор технических наук, профессор кафедры электроники Воронежского государственного университета*

*Тел. 8(4732)264483*

*E-mail: kig28@mail.ru*

*Азарова Ю. С. — аспирант кафедры электроники Воронежского государственного университета*

*Тел. +7(950)7511077*

*E-mail: girlinjuly@bk.ru*

*Nakhmanson G. S. — doctor of technical sciences, professor of chair of electronics in Voronezh state university*

*Tel. (8-4732)26-44-83*

*E-mail: kig28@mail.ru*

*Azarova U. S. — post-graduate student of chair of electronics in Voronezh State University*

*Tel. 8-950-751-10-77*

*E-mail: girlinjuly@bk.ru*