УДК 621.391

СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА ДИСПЕРСИИ СЛУЧАЙНОЙ КОМПОНЕНТЫ И АМПЛИТУДЫ РЕГУЛЯРНОЙ КОМПОНЕНТЫ ДВУХКОМПОНЕНТНОГО РАДИОСИГНАЛА

А. В. Захаров

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 29.09.2011 г.

Аннотация. Рассмотрен алгоритм оценки дисперсии случайной компоненты и амплитуды регулярной компоненты узкополосного радиосигнала с неизвестной начальной фазой. Предполагается, что амплитуда и фаза случайной компоненты сигнала имеют соответственно релеевское и равномерное распределения вероятностей, а время корреляции этой компоненты много меньше длительности сигнала. Найдены аналитические выражения для смещений и рассеяний этих оценок, выполнен анализ точности оценок.
Ключевые слова: случайная компонента, дисперсия, регулярная компонента, амплитуда, некогерентный прием, оценка максимального правдоподобия, квазиоптимальная оценка, смещение оценки, рассеяние оценки.

Abstract. The estimations of variance of random component and amplitude of regular component of narrow-band radio signal with unknown initial phase is considered. It is supposed, that the amplitude and a phase of random component have accordingly Relay and uniform distributions of probabilities, and time of correlation of this component is more less than duration of a signal. Analytical expressions for bias and dispersion of this estimations are found. The analysis of estimations accuracy is executed.
Key words: random component, variance, regular component, amplitude, uncoherent reception, maximum likelihood estimation, quasi-optimal estimation, bias of estimation, dispersion of estimation.

ВВЕДЕНИЕ

В ряде радиофизических систем передачи и получения информации полезный сигнал в точке приема является суммой регулярной (детерминированной) и случайной компонент [1, 2 и др.]. Случайная компонента сигнала представляет собой случайный процесс и возникает при распространении сигнала через турбулентную физическую среду, вследствие рассеяния радиоволн на неоднородностях среды распространения, при отражении волн от этих неоднородностей или от физических тел со статистически неоднородной поверхностью. При этом случайную компоненту можно рассматривать как результат случайных изменений амплитуды и фазы сигнала во времени, т.е. как результат стохастической амплитудной и фазовой модуляции сигнала. Радиосигнал, содержащий как регулярную, так и случайную компоненты, будем называть *двухкомпонентным* радиосигналом.

Двухкомпонентный сигнал является адекватной моделью сигналов в системах телекоммуникаций, использующих радиоканалы с отражением от ионосферы, с ионосферным или тропосферным рассеянием [3, 4], каналы метеорной радиосвязи [3, 4], каналы подвижной радиосвязи с прямой волной при наличии многолучевости [5], гидроакустические каналы на протяженных трассах и др . Наличие случайной компоненты здесь можно интерпретировать как результат замираний сигнала в канале передачи. Модель двухкомпонентного сигнала также может быть использована для описания отраженных эхо-сигналов в радио и гидроакустических системах дистанционного зондирования физических сред и объектов [6, 7 и др.]. Здесь наличие случайной компоненты обычно обусловлено отражением зондирующего сигнала от неоднородной земной или морской поверхности, от объемных неоднородностей среды распространения сигнала, от статистически шероховатой поверхности зондируемого объекта, от окружающих объект предметов и др.

На практике случайная компонента сигнала часто образуется в результате сложения большого числа независимых случайных колебаний, причем вклад каждого слагаемого в сумму имеет приблизительно одинаковый порядок малости [5—7, 9 и др.]. Тогда, в силу действия центральной предельной теоремы [8], случайная компонента сигнала описывается моделью *гауссовского* случайного процесса [8, 10, 11]. При этом амплитуда и фаза случайной компоненты сигнала (при условии её узкополосности) имеют соответственно *релеевское* и *равномерное* распределения вероятностей [9—11]. Это соответствует модели обобщенного радиоканала [2, 9], широко используемой при описании систем телекоммуникаций в условиях замираний информационных сигналов.

Наличие случайной компоненты принимаемых сигналов приводит к снижению помехоустойчивости радиофизических систем и достоверности получаемой информации. Так вероятность ошибки при приеме цифровых сообщений в системах телекоммуникаций возрастает с увеличением дисперсии случайной компоненты сигнала и с уменьшением амплитуды его регулярной компоненты [2, 9]. При этом отношение дисперсии случайной компоненты к квадрату амплитуды регулярной компоненты сигнала можно рассматривать как меру глубины замираний сигнала в каналах телекоммуникаций. Оценка глубины замираний сигналов в каналах телекоммуникаций является важной практической задачей. При этом на вход канала достаточно подавать гармонический сигнал без модуляции [2], так что регулярная компонента выходного сигнала канала также будет являться немодулированным гармоническим сигналом.

С другой стороны, случайная компонента сигнала в радиофизических системах дистанционного зондирования может нести полезную информацию о статистических характеристиках зондируемой среды или объекта. Например, отношение дисперсии случайной компоненты и амплитуды регулярной компоненты отраженного эхо-сигнала зависит от степени неоднородности (шероховатости) поверхности зондируемого объекта. В этом случае оценка дисперсии (средней мощности) случайной компоненты принимаемого сигнала в различных диапазонах частот, совместно с амплитудой регулярной компоненты, может оказаться полезной при изучении свойств зондируемых объектов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Модель сигнала. В качестве двухкомпонентного радиосигнала будем рассматривать сигнал

$$s(t) = s_0(t) + \xi(t)\,,\ t \in [0; T]\,, \tag{1}$$

где $[0;\ T]$ — интервал наблюдения (обработки) сигнала,

$$s_0(t) = a_0 \cos(\nu_0 t + \varphi_0) \tag{2}$$

— регулярная гармоническая компонента сигнала с амплитудой $a_0 \geq 0$, а также с частотой ν_0 и с начальной фазой $\varphi_0 \in [-\pi; \pi]$, а

$$\xi(t) = a_{\mathrm{C}}(t) \cos[\nu_{\mathrm{C}} t + \phi_{\mathrm{C}}(t)] \tag{3}$$

— случайная компонента сигнала с центральной частотой ν_{C} и со случайно меняющимися амплитудой $a_{\mathrm{C}}(t) \geq 0$ и фазой $\phi_{\mathrm{C}}(t) \in [-\pi; \pi]$. Считаем, что случайные процессы $a_{\mathrm{C}}(t)$ и $\phi_{\mathrm{C}}(t)$, задающие законы изменения амплитуды и фазы случайной компоненты (3), являются *стационарными* (по крайней мере в пределах интервала наблюдения $[0;\ T]$) и имеют соответственно *релеевское* и *равномерное* распределения вероятностей [9—11]. При этом случайная компонента (3) является стационарным *гауссовским* случайным процессом [10, 11].

Отметим, что частоты ν_{C} и ν_0 случайной и регулярной компонент сигнала могут отличаться друг от друга. На практике это обусловлено особенностями формирования или распространения регулярной и случайной компонент сигнала. Например, в каналах наземной радиосвязи, где случайная компонента сигнала возникает вследствие отражения или рассеяния радиоволн от неоднородностей атмосферы, сдвиг частоты ν_{C} относительно ν_0 возникает в соответствии с эффектом Доплера из-за движения этих неоднородностей.

Считаем, что двухкомпонентный сигнал (1) являются *узкополосным*. Это значит, что длительность интервала наблюдения T много больше периода $T_0 = 2\pi / \nu_0$ несущей регулярной компоненты (2), а время корреляции $\tau_{\mathrm{C}} = 2\pi / \Omega_{\mathrm{C}}$ случайной компоненты (3) много больше её среднего периода $T_{\mathrm{C}} = 2\pi / \nu_{\mathrm{C}}$, т.е.

$$T / T_0 = T\nu_0 / 2\pi \gg 1\,,\ \tau_{\mathrm{C}} / T_{\mathrm{C}} = \nu_{\mathrm{C}} / \Omega_{\mathrm{C}} \gg 1\,. \tag{4}$$

Здесь Ω_{C} — ширина полосы частот случайной компоненты сигнала, определяемая одним из общепринятых способов [10, 11 и др.]. Второе из условий (4) означает, что амплитуда $a_{\text{C}}(t)$ и фаза $\phi_{\text{C}}(t)$ случайной компоненты (3) мало меняются за время $T_{\text{C}} = 2\pi / \nu_{\text{C}}$.

Длительность T интервала наблюдения (обработки) при измерении статистических характеристик случайных процессов обычно выбирают значительно большим, чем время корреляции этих процессов [12, 13]. Это обеспечивает высокую точность измерения указанных характеристик. Поэтому далее считаем, что длительность интервала наблюдения (длительность сигнала) T значительно больше времени корреляции $\tau_{\text{C}} = 2\pi / \Omega_{\text{C}}$ случайной компоненты (3), т.е.

$$\mu_{\text{C}} = T / \tau_{\text{C}} = T\Omega_{\text{C}} / 2\pi \gg 1 . \qquad (5)$$

При этом из (4), (5) также следует, что $T / T_{\text{C}} = T\nu_{\text{C}} / 2\pi \gg 1$. Условие (5) означает, что амплитуда $a_{\text{C}}(t)$ и фаза $\phi_{\text{C}}(t)$ случайной компоненты (3) сигнала (1) многократно изменяются за время наблюдения T. Это условие можно интерпретировать как условие *быстроты изменений* случайной компоненты (3).

При равномерной плотности вероятности фазы $\phi_{\text{C}}(t)$ *математическое ожидание* (МО) случайной компоненты $\xi(t)$ равно нулю [10]. Поэтому случайная компонента (3) является *центрированным* случайным процессом. Тогда для полного статистического описания случайной компоненты (3), как стационарного гауссовского случайного процесса, достаточно задать её корреляционную функцию $B_{\text{C}}(t)$ или спектральную плотность $G_{\text{C}}(\omega)$ [8, 10, 11].

Спектральную плотность $G_{\text{C}}(\omega)$ случайной компоненты $\xi(t)$ (3) удобно представить в виде

$$G_{\text{C}}(\omega) = \frac{\gamma_{\text{C}}}{2}\left\{ g\left(\frac{\nu_{\text{C}} - \omega}{\Omega_{\text{C}}}\right) + g\left(\frac{\nu_{\text{C}} + \omega}{\Omega_{\text{C}}}\right)\right\}, \qquad (6)$$

где $\gamma_{\text{C}} = 2\max G_{\text{C}}(\omega)$ — интенсивность случайной компоненты, ν_{C} — центральная частота спектральной плотности (6),

$$\Omega_{\text{C}} = \int_0^\infty G_{\text{C}}(\omega)\, d\omega \,/ \max G_{\text{C}}(\omega)$$

— эквивалентная ширина полосы частот спектральной плотности, а функция $g(x)$ задает форму спектральной плотности (6) и нормирована так, что

$$\max g(x) = 1 , \; \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\, dx = 1 .$$

Эквивалентную ширину полосы частот Ω_{C} можно интерпретировать как ширину равномерной (в данной полосе) спектральной плотности некоторого эквивалентного процесса, имеющего туже интенсивность γ_{C} и среднюю мощность (дисперсию) D_{C}, что и рассматриваемый процесс $\xi(t)$. Первое слагаемое в (6) задает спектральную плотность $G_{\text{C}}(\omega)$ в области положительных частот $\omega > 0$, а второе — в области отрицательных частот $\omega < 0$.

Используя представление (6) спектральной плотности $G_{\text{C}}(\omega)$, можно записать *дисперсию* случайной компоненты сигнала в виде

$$D_{\text{C}} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G_{\text{C}}(\omega)\, d\omega = \frac{\gamma_{\text{C}}\Omega_{\text{C}}}{2\pi} . \qquad (7)$$

Модель помехи и наблюдаемых данных. Пусть сигнал (1) наблюдается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 [10, 11], причем сигнал $s(t)$ (1) и шум $n(t)$ статистически независимы. Как известно, белый шум является адекватной моделью широкополосных флуктуационных шумов, в том числе внутренних тепловых шумов, неизбежно присутствующих в реальных радиоприемных устройствах [10]. Таким образом, считаем, что наблюдению и обработке на интервале времени $[0;\ T]$ доступна реализация наблюдаемых данных

$$x(t) = s(t) + n(t) , \; t \in [0; T] , \qquad (8)$$

представляющая собой сумму двухкомпонентного сигнала (1) и шума $n(t)$.

Задача оценки параметров сигнала. На основе обработки наблюдаемых данных $x(t)$ (8), а также с учетом имеющейся априорной информации о свойствах сигнала и шума, необходимо совместно оценить (измерить) дисперсию D_{C} случайной компоненты (3) и амплитуду a_0 регулярной компоненты (2) сигнала (1). При этом начальная фаза φ_0 регулярной компоненты сигнала априори неизвестна и принимает значения из интервала $\varphi_0 \in [-\pi; \pi]$, что соответствует случаю некогерентного приема.

Задача оценки дисперсии стационарного случайного процесса рассматривается в ряде работ [12, 13 и др.] и в настоящее время стала уже классической. При этом обычно предполагается, что наблюдению и обработке непосредственно доступна сама реализация анализируемого случайного процесса $\xi(t)$, а обработка производится в неограниченной полосе частот ω.

Однако, в радиофизических системах анализируемый случайный процесс всегда наблюдается на фоне аддитивного шума, примером которого являются внутренние флуктуационные шумы радиоэлектронных приборов. Кроме того, любая радиофизическая система способна обрабатывать сигналы лишь в ограниченной полосе частот ω. Задача оценки дисперсии стационарного гауссовского случайного процесса $\xi(t)$ при выполнении этих условий рассмотрена в [14]. Однако, результаты [14] неприменимы для случая двухкомпонентного сигнала (1), когда кроме случайной компоненты $\xi(t)$ (3) имеется еще и гармоническая регулярная компонента $s_0(t)$ (2). Как будет показано далее, наличие регулярной компоненты (2) приводит к заметному ухудшению точности оценки дисперсии [14], не учитывающей наличие регулярной компоненты сигнала. Повысить точность оценки дисперсии D_C случайной компоненты сигнала позволяет оценивание амплитуды a_0 регулярной компоненты и использование этой оценки при формировании окончательной оценки дисперсии D_C. Это эквивалентно процедуре совместного оценивания дисперсии D_C и амплитуды a_0 принимаемого сигнала. Алгоритм совместной оценки этих параметров рассмотрен далее.

Отметим также, что задача оценки амплитуды a_0 гармонического радиосигнала (2) с неизвестной начальной фазой φ_0 на фоне аддитивного шума $n(t)$ подробно рассмотрена в учебной и научной литературе (см., например, [1, 15]). Далее рассмотрена совместная оценка амплитуды a_0 и дисперсии D_C, причем случайная компонента (3) сигнала (1) при оценке амплитуды a_0 регулярной компоненты (2) может интерпретироваться как коррелированная помеха.

2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ

Оптимальная оценка в общем случае. Для синтеза алгоритма совместной оценки дисперсии D_C случайной компоненты (3) и амплитуды a_0 регулярной компоненты (2) при неизвестной начальной фазе φ_0 регулярной компоненты сигнала (1), воспользуемся *методом максимального правдоподобия* [1, 13, 15]. Согласно этому методу, по принимаемой реализации $x(t)$ (8) необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) $L(D, a, \varphi)$, как функцию возможных значений D, a и φ неизвестных дисперсии D_C, амплитуды a_0 и фазы φ_0. Пусть начальная фаза φ_0 принимает значения из априорного интервала $[-\pi;\pi]$. Тогда совместные оценки максимального правдоподобия (ОМП) D_m и a_m параметров D_C и a_0 можно определить как координаты D и a положения абсолютного максимума функционала $L_m(D, a)$ для всех возможных значений D и a соответственно, т.е.

$$D_m = \arg\sup_D L_m(D,\, a_m)\,,\qquad a_m = \arg\sup_a L_m(D_m,\, a)\,, \tag{9}$$

где

$$L_m(D,a) = \sup_{\varphi\in[-\pi;\pi]} L(D,a,\varphi) \tag{10}$$

— результат условной максимизации логарифма ФОП $L(D,a,\varphi)$ по переменной φ на интервале $[-\pi;\pi]$ для каждого фиксированного значения D и a.

Выражение для логарифма ФОП L при приеме двухкомпонентного сигнала (1) на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ получено в [16] при выполнении условия (5) быстроты изменений случайной компоненты (3), и условий (4) узкополосности сигнала (1) в целом. Согласно [16],

$$L(D,a,\varphi) = \frac{D}{N_0 D_{NC}}\int_0^T y^2(t,D)dt + \frac{2aD_{NC}}{N_0(D_{NC}+Dg_0)}\int_0^T x(t)\cos(\nu_0 t+\varphi)\,dt - L_0(a,D), \tag{11}$$

$$L_0(a,D) = \frac{a^2 T D_{NC}}{2N_0(D_{NC}+Dg_0)} + \mu_C\int_{-\infty}^{\infty}\ln\left[1+\frac{D}{D_{NC}}g(x)\right]dx,$$

где

$$g_0 = \frac{G_C(\nu_0)}{\max G_C(\omega)} = g\left(\frac{\nu_C-\nu_0}{\Omega_C}\right) \tag{12}$$

— нормированная спектральная плотность случайной компоненты сигнала на частоте регулярной компоненты $\omega=\nu_0$, $D_{NC} = N_0\Omega_C/2\pi$ — дисперсия аддитивного белого шума $n(t)$ в полосе частот шириной Ω_C, а

$$y(t,D) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)\,h(t-u,D)\,du$$

— выходной сигнал линейного фильтра с импульсной характеристикой (ИХ) $h(t,D)$, на вход которого поступают наблюдаемые данные $x(t)$

(8), причем передаточная функция (ПФ) $H(\omega, D)$ этого фильтра удовлетворяет условию [16]

$$\left|H(\omega, D)\right|^2 = H_0\left(\frac{\nu_{\rm C} - \omega}{\Omega_{\rm C}}\right) + H_0\left(\frac{\nu_{\rm C} + \omega}{\Omega_{\rm C}}\right),$$
$$H_0(x) = \frac{g(x)}{1 + qg(x)}, q = \frac{D}{D_{NC}}. \qquad (13)$$

Подставляя в (10) выражение (11) для логарифма ФОП $L(D, a, \varphi)$ и выполняя максимизацию по φ на интервале $[-\pi; \pi]$, находим

$$L_m(D, a) = \frac{D}{N_0 D_{NC}} \int_0^T y^2(t, D)dt +$$
$$+ \frac{aD_{NC}T}{N_0(D_{NC} + Dg_0)} \sqrt{J_{\rm C}^2[x(t)] + J_{\rm S}^2[x(t)]} - \qquad (14)$$
$$-L_0(a, D),$$

где

$$J_{\rm C}[x(t)] = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(\nu_0 t)dt,$$
$$J_{\rm S}[x(t)] = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(\nu_0 t)dt. \qquad (15)$$

Совместные ОМП D_m и a_m (9), как координаты положения абсолютного максимума функционала $L_m(D, a)$ по переменным D и a, можно искать из решения системы уравнений и неравенств (системы правдоподобия)

$$\frac{\partial L_m(D, a_m)}{\partial D}\Big|_{D=D_m} = 0, \frac{\partial^2 L_m(D, a_m)}{\partial D^2}\Big|_{D=D_m} < 0, \qquad (16)$$
$$\frac{\partial L_m(D_m, a)}{\partial a}\Big|_{a=a_m} = 0, \frac{\partial^2 L_m(D_m, a)}{\partial a^2}\Big|_{a=a_m} < 0.$$

Подставляя сюда (14) и решая систему относительно a, получаем выражение ОМП a_m амплитуды a_0 в явном виде

$$a_m = \sqrt{J_{\rm C}^2[x(t)] + J_{\rm S}^2[x(t)]}\,, \qquad (17)$$

где $J_{\rm C}[x(t)]$ и $J_{\rm S}[x(t)]$ определяются из (15). Алгоритм (17) совпадает с известным алгоритмом ОМП амплитуды a_0 гармонического сигнала (2) с неизвестной начальной фазой φ_0 при отсутствии случайной компоненты (3) (т.е. при $\gamma_{\rm C} = 0$) [1, 15 и др.]. Однако, характеристики ОМП a_m (17) при наличии случайной компоненты (3) будут отличаться от приведенных в [1, 15].

Отметим, что ОМП D_m (9) дисперсии $D_{\rm C}$ при произвольной форме спектральной плотности (6) *в явном виде* представить *не удается* [14]. Это объясняется невозможностью аналитического решения системы (16) относительно переменной D, из-за сложной зависимости функционала $L_m(D,\ a)$ (14) (в частности, передаточной функции $H(\omega,\ D)$) от этой переменной. В общем случае оценку D_m (9) можно представить лишь *в неявном виде*, как координату D положения абсолютного максимума функционала $L_{ma}(D) = L_m(a_m, D)$, т.е.

$$D_m = \arg\sup_D L_{ma}(D). \qquad (18)$$

Используя выражение (17) для ОМП a_m, из (14) получаем

$$L_{ma}(D) = \frac{D}{N_0 D_{NC}} \int_0^T y^2(t, D)dt +$$
$$+ \frac{D_{NC}Ta_m^2}{2N_0(D_{NC} + Dg_0)} - \mu_{\rm C}\int_{-\infty}^{\infty} \ln\left[1 + \frac{D}{D_{NC}}\, g(x)\right]dx. \qquad (19)$$

При аппаратурной реализации алгоритма ОМП (18) функционал $L_{ma}(D)$ (19), как функцию непрерывной переменной D, можно сформировать лишь приближенно, в виде дискретных отсчетов $L_i = L_{ma}(D_i)$ для множества дискретных значений $D_i = i\Delta$, $i = 1{,}2{,}3,\ldots$. Это приводит к сложной *многоканальной* структуре устройства оценки. Каждый i-й канал такого устройства формирует на выходе отсчет L_i решающей статистики (19) для своего фиксированного значения D_i из априорного интервала возможных значений дисперсии $D_{\rm C}$. Далее выбирается канал k с наибольшим выходным сигналом L_i, а в качестве ОМП D_m (18) принимается значение $D_k = k\Delta$, соответствующее этому каналу. Для точного воспроизведения непрерывной функции $L_{ma}(D)$ (19) с помощью дискретных отсчетов L_i нужно выбирать малое Δ и, следовательно, большое количество каналов. Это значительно усложняет аппаратурную реализацию алгоритма оценки (18).

Случай прямоугольной спектральной плотности. Выражение для оценки D_m (18) дисперсии $D_{\rm C}$ можно найти *в явном виде* для случая прямоугольной спектральной плотности

$$G_{\rm C}(\omega) = \frac{\gamma_{\rm C}}{2}\left\{I\left(\frac{\nu_{\rm C} - \omega}{\Omega_{\rm A}}\right) + I\left(\frac{\nu_{\rm C} + \omega}{\Omega_{\rm A}}\right)\right\}, \qquad (20)$$

где $I(x) = 1$ при $|x| \le 1/2$ и $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$ — прямоугольная функция, а $\Omega_{\rm A}$ — ширина спектральной плотности (20), которая в общем случае может отличаться от $\Omega_{\rm C}$ в (6). Отметим, что выражение (20) получается из (6) при $g(x) = I(x)$ и замене Ω_C на Ω_A. Спектральная плотность (20) постоянна и равна $\gamma_C/2$ в пределах частотных интервалов $[\nu_C - \Omega_A/2;\ \nu_C + \Omega_A/2]$ при $\omega > 0$ и $[-\nu_C - \Omega_A/2;\ -\nu_C + \Omega_A/2]$ при $\omega < 0$, а за пределами этих интервалов $G_C(\omega) = 0$. При выполнении (20) выражение (19) для функционала $L_{ma}(D)$ принимает вид

$$L_{ma}(D) = \frac{D}{N_0(D_{NA} + D)} \int_0^T y_A^2(t)dt + \\ + \frac{D_{NA} T a_m^2}{2N_0(D_{NA} + D\delta_0)} - \mu_A \ln\left[1 + \frac{D}{D_{NA}}\right], \tag{21}$$

где $D_{NA} = N_0 \Omega_A / 2\pi$ — дисперсия шума $n(t)$ в полосе частот с шириной Ω_A,

$$\delta_0 = I\left(\frac{\nu_C - \nu_0}{\Omega_A}\right) = \begin{cases} 1, \text{ при } |\nu_C - \nu_0| \le \Omega_A/2; \\ 0, \text{ при } |\nu_C - \nu_0| > \Omega_A/2; \end{cases} \tag{22}$$

$\mu_A = T\Omega_A / 2\pi$, причем аналогично (5) имеем $\mu_A \gg 1$, а

$$y_A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) h_A(t - u) du \tag{23}$$

— результат прохождения наблюдаемых данных $x(t)$ (8) через полосовой линейный фильтр с импульсной характеристикой (ИХ) $h_A(t)$, причем передаточная функция (ПФ) $H_A(\omega)$ этого фильтра удовлетворяет условию

$$\left|H_A(\omega)\right|^2 = I\left(\frac{\nu_C - \omega}{\Omega_A}\right) + I\left(\frac{\nu_C + \omega}{\Omega_A}\right). \tag{24}$$

Отметим, что ИХ $h_A(t)$ и ПФ $H_A(\omega)$ (24) уже не зависят от дисперсии D.

Оценку $D_m = D_{mA}$ (18) в случае прямоугольной спектральной плотности (20) можно найти из решения системы правдоподобия

$$\frac{\partial L_{ma}(D)}{\partial D}\Big|_{D = D_{mA}} = 0, \quad \frac{\partial^2 L_{ma}(D)}{\partial D^2}\Big|_{D = D_{mA}} < 0,$$

где функционал $L_{ma}(D)$ определяется из (21) - (24). Подставляя сюда (21) и решая получившуюся систему, находим ОМП D_{mA} дисперсии D_C *в явном виде*

$$D_{mA} = \frac{1}{T}\int_0^T y_A^2(t)dt - \frac{\delta_0}{2} a_m^2 - D_{NA}, \tag{25}$$

где $y_A(t)$ определяется из (23) с учетом (24), δ_0 — из (22), а ОМП a_m — из (17). Отметим, что алгоритм оценки D_{mA} (25) может быть реализован с помощью достаточно простого одноканального устройства, аппаратурная реализация которого, аналогично [14], не вызывает затруднений.

Квазиоптимальная оценка дисперсии. Следуя подходу [14], будем использовать алгоритм оценки (25) и *в общем случае*, когда спектральная плотность $G_C(\omega)$ случайной компоненты (2) принимаемого сигнала (1) является *произвольной* и определяется из (6). Поскольку алгоритм оценки (25) синтезирован для случая прямоугольной спектральной плотности (20), то в общем случае оценка D_{mA} (25) будет уже *неоптимальной*. Величину Ω_A, определяющую ширину частотного интервала обработки при вычислении дисперсии D_C, будем выбирать так, чтобы точность оценки D_{mA} (25) была максимальной. В частности, подбирая полосу Ω_A, будем минимизировать рассеяние оценки (25), характеризующее средний квадрат ошибки оценки. При этом оптимальное значение $\Omega_A = \Omega_{A\text{опт}}$, минимизирующее рассеяние оценки (25), может отличаться от эквивалентной ширины Ω_C спектральной плотности (6) случайной компоненты принимаемого сигнала. Такая процедура выбора частотного интервала обработки сигналов Ω_A называется *согласованием по полосе*, а соответствующий алгоритм оценки называют *квазиоптимальным* [10].

Отметим, что при $|\nu_C - \nu_0| > \Omega_C/2$ в алгоритме оценки (25) следует положить $\delta_0 = 0$. Тогда оценка D_{mA} (25) переходит в более простую оценку

$$D_{m0} = \frac{1}{T}\int_0^T y_A^2(t)dt - D_{NA}. \tag{26}$$

Нетрудно убедиться, что алгоритм (26) совпадает с алгоритмом [14] оценки дисперсии D_C случайной составляющей (3) *при отсутствии* регулярной составляющей (2), т.е. при априори известном значении $a_0 = 0$. Однако в случае, когда $|\nu_C - \nu_0| \le \Omega_A/2$ и амплитуда a_0 регулярной компоненты (2) отлична от нуля, использование алгоритма (26) может привести к значительному ухудшению точности оценки дисперсии D_C по сравнению с алгоритмом (25).

Рассмотрим далее характеристики квазиоптимальной оценки D_{mA} (25) дисперсии D_C, а также сопутствующей ей оценки a_m (17) амплитуды a_0.

4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОЦЕНОК И ИХ АНАЛИЗ

Оценка дисперсии. Рассмотрим вначале характеристики квазиоптимальной оценки D_{mA} (25). Условные математическое ожидание (МО) m_D и дисперсия $\sigma_D{}^2$ оценки D_{mA} (25) по определению равны $m_D = \langle D_{mA} \rangle$ и $\sigma_D^2 = \langle (D_{mA} - m_D)^2 \rangle$, где $\langle\ \rangle$ означает усреднение по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$ (8) при фиксированных D_C, a_0 и φ_0. Подставляя сюда выражение (25) для оценки D_{mA} и усредняя получившиеся выражения для МО и дисперсии по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$, при выполнении (4), (5) находим

$$m_D = D_C \left[C_0(\kappa) - \frac{\delta_0}{\mu_C} \left(\frac{1}{q_C} + g_0 \right) \right], \qquad (27)$$

$$\sigma_D^2 = \frac{D_C^2}{\mu_C q_C^2} \Big[q_C^2 C_1(\kappa) + 2 q_C C_0(\kappa) + {} + \kappa - \frac{\delta_0}{\mu_C} (1 + q_C g_0)^2 \Big], \qquad (28)$$

где μ_C определяется из (5), g_0 и δ_0 — из (12) и (22) соответственно,

$$q_C = D_C / D_{NC} = \gamma_C / N_0 \qquad (29)$$

— отношение дисперсии $D_C = \gamma_C \Omega_C / 2\pi$ случайной компоненты (3) сигнала (1) к дисперсии $D_{NC} = N_0 \Omega_C / 2\pi$ шума $n(t)$ в полосе частот шириной Ω_C,

$$C_0(\kappa) = \int_{-\kappa/2}^{\kappa/2} g(x)dx, \; C_1(\kappa) = \int_{-\kappa/2}^{\kappa/2} g^2(x)dx, \qquad (30)$$

а $\kappa = \Omega_A / \Omega_C$ — отношение ширины Ω_A частотного интервала обработки при оценивании дисперсии к эквивалентной ширине Ω_C спектральной плотности (6) случайной компоненты принимаемого сигнала. Отметим, что условные МО $m_D = < D_{mA} >$ (27) и дисперсия σ_D^2 (28) оценки (25) не зависят от a_0 и φ_0 и являются безусловными по этим параметрам. Тогда условные (при фиксированном D_C) смещение $b_D = \langle D_{mA} - D_C \rangle$ (систематическую ошибку) и рассеяние $V_D = \langle (D_{mA} - D_C)^2 \rangle$ (средний квадрат ошибки) оценки D_{mA} (25) с учетом (27), (28) можно рассчитать по формулам

$$b_D = m_D - D_C, \;\; V_D = b_D^2 + \sigma_D^2. \qquad (31)$$

Характеристики (27), (28), (31) оценки (25) не зависят от амплитуды a_0 и фазы φ_0 регулярной компоненты сигнала, но зависят от отношения $\kappa = \Omega_A / \Omega_C$.

Из (27) следует, что оценка D_{mA} (25) имеет некоторое отрицательное смещение (*систематическую ошибку*) $b_D < 0$. При этом величина смещения $|b_D|$ уменьшается с увеличением отношения $\kappa = \Omega_A / \Omega_C$. Поэтому для уменьшения смещения оценки (25), необходимо увеличивать ширину Ω_A полосы обработки сигнала. Из (27) следует, что для уменьшения смещения оценки нужно также увеличивать длительность T интервала обработки сигнала, что эквивалентно увеличению отношения μ_C (5). В результате, оценка D_{mA} (25) является асимптотически несмещенной при $\Omega_A \to \infty$ ($\kappa \to \infty$) и при $T \to \infty$ ($\mu_C \to \infty$).

Дисперсия σ_D^2 (28), характеризующая *случайную ошибку* оценки (25), также уменьшается с увеличением длительности T интервала обработки сигнала (с ростом отношения μ_C). Однако, в отличие от смещения b_D, дисперсия σ_D^2 оценки (25) возрастает с увеличением отношения $\kappa = \Omega_A / \Omega_C$. Это значит, что для уменьшения дисперсии σ_D^2 оценки (25) следует уменьшать ширину Ω_A полосы обработки сигнала. Однако при этом будет возрастать величина смещения $\left| b_D \right|$, характеризующая систематическую ошибку оценки.

Это иллюстрирует рис. 1, где показаны зависимости нормированного квадрата смещения b_D^2 / D_C^2 и нормированной дисперсии σ_D^2 / D_C^2 оценки (25) от отношения $\kappa = \Omega_A / \Omega_C$, рассчитанные по формулам (27), (28) при $\mu_C = 200$, $q_C = 1$, $g_0 = 1$, $\delta_0 = 1$ и при различной форме спектральной плотности (6) случайной компоненты принимаемого сигнала. Сплошные линии

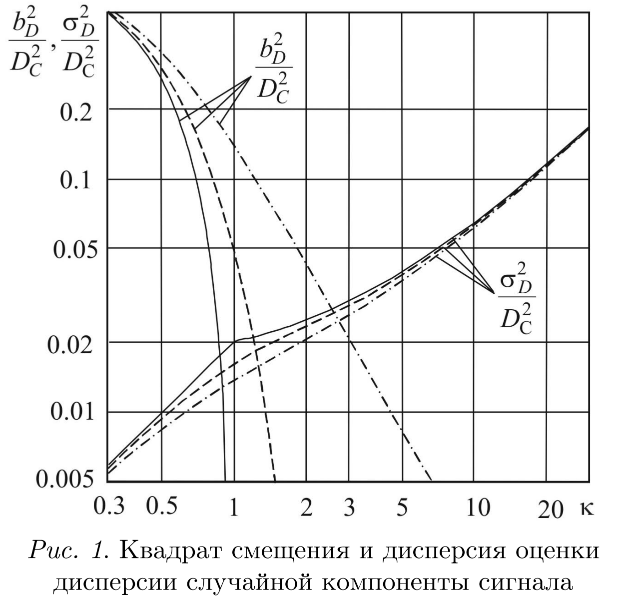

Рис. 1. Квадрат смещения и дисперсия оценки дисперсии случайной компоненты сигнала

на рис. 1 соответствуют прямоугольной форме $g(x) = I(x)$, штриховые линии — гауссовской форме $g(x) = \exp(-\pi x^2)$, а штрих-пунктирные линии — лоренцевской форме $g(x) = 1/[1+(\pi x)^2]$ спектральной плотности (6).

На практике ширину полосы Ω_{A} следует выбирать из условия компромисса между противоположными требованиями малости величины смещения $\left|b_D\right|$ и малости дисперсии σ_D^2 оценки (25). Ширину полосы Ω_{A} целесообразно выбирать так, чтобы рассеяние оценки $V_D = b_D^2 + \sigma_D^2$ (31) было минимальным.

На рис. 2 показаны зависимости нормированного рассеяния V_D/D_{C}^2 оценки (25) от отношения $\kappa = \Omega_{\text{A}} / \Omega_{\text{C}}$, рассчитанные по формуле (31) при $g_0 = 1$, $\delta_0 = 1$, при различных μ_{C}, q_{C} и разных формах спектральной плотности (6). Кривые 1 на рис. 2 соответствуют случаю $\mu_{\text{C}} = 100$, $q_{\text{C}} = 1$, кривые 2 – $\mu_{\text{C}} = 200$, $q_{\text{C}} = 1$, а кривые 3 - $\mu_{\text{C}} = 200$, $q_{\text{C}} = 2$. При этом сплошные линии на рис.2 соответствуют $g(x) = I(x)$, штриховые — $g(x) = \exp(-\pi x^2)$, а штрих-пунктирные — $g(x) = 1/[1+(\pi x)^2]$. Из рис. 2 видно, что существует оптимальное значение полосы $\Omega_{\text{A}} = \Omega_{\text{AОПТ}}$, минимизирующее рассеяние V_D оценки (25). Оптимальное значение $\Omega_{\text{AОПТ}}$ удовлетворяет условию $\kappa_{\text{ОПТ}} = \Omega_{\text{AОПТ}} / \Omega_{\text{C}} \geq 1$ и зависит от формы $g(x)$ спектральной плотности (6) случайной составляющей принимаемого сигнала. Для прямоугольной формы спектральной плотности, когда $g(x) = I(x)$, имеем $\kappa_{\text{ОПТ}} = 1$. Для плавно меняющихся спектральных плотностей (6) получаем $\kappa_{\text{ОПТ}} > 1$. Чем более плавно спектральная плотность (6) уменьшается до 0, тем больше оптимальные значения $\kappa_{\text{ОПТ}}$ и $\Omega_{\text{AОПТ}}$.

Из формул (27), (28), (31) и из рис.2 следует, что относительная погрешность оценки дисперсии (25) при фиксированном отношении $\kappa = \Omega_{\text{A}} / \Omega_{\text{C}}$ уменьшается с увеличением параметров μ_{C} (5) и q_{C} (29). Это иллюстрирует рис. 3, где показаны зависимости нормированного рассеяния V_D/D_{C}^2 оценки (25) от отношения q_{C} при фиксированных значениях $g_0 = 1$, $\delta_0 = 1$, различных значениях μ_{C} и при разных формах спектральной плотности (6). Сплошные линии на рис.3 соответствуют $g(x) = I(x)$ и $\kappa = 1$, штриховые — $g(x) = \exp(-\pi x^2)$ и $\kappa = 2$, а штрих-пунктирные — $g(x) = 1/[1+(\pi x)^2]$ и $\kappa = 6$. При этом кривые 1 на рис.3 соответствуют случаю $\mu_{\text{C}} = 100$, а кривые 2 — $\mu_{\text{C}} = 400$. Выбранные здесь фиксированные значения κ близки к оптимальным значениям $\kappa_{\text{ОПТ}}$ для данных функций $g(x)$ и для рассматриваемых значений q_{C} и μ_{C}. Из рис. 2, 3 также видно, что для обеспечения высокой точности (малого рассеяния) оценки (25) необходимо увеличивать длительность T интервала наблюдения и обработки сигнала (1), обеспечивая тем самым выполнение условия $\mu_{\text{C}} \gg 1$ (5).

Сравним теперь точность рассмотренной выше квазиоптимальной оценки $D_{m\text{A}}$ (25) дисперсии D_{C} с точностью оценки, синтезированной в [14] *без учета* регулярной компоненты сигнала. Отметим, что алгоритм оценки дисперсии из [14] совпадает с алгоритмом оценки

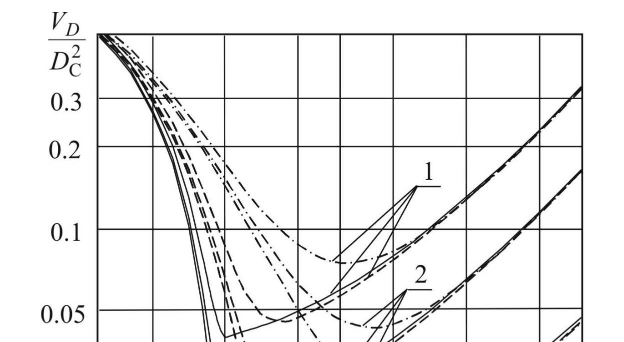

Рис. 2. Рассеяние оценки дисперсии случайной компоненты сигнала

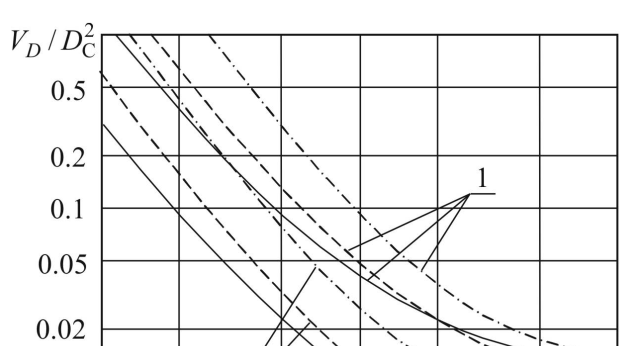

Рис. 3. Рассеяние оценки дисперсии случайной компоненты сигнала

D_{m0} (26), полученным выше при условии, что $|\nu_C - \nu_0| > \Omega_A / 2$, т.е. $\delta_0 = 0$.

Характеристики оценки D_{m0} (26) получены в [14] только для случая, когда регулярная компонента сигнала (1) отсутствует, т.е. $a_0 = 0$. Характеристики оценки (26) в общем случае (при $a_0 \geq 0$) можно найти аналогично (27), (28), (31). Записывая условные (при фиксированных D_C и a_0) математическое ожидание (МО) $m_{D0} = \langle D_{m0} \rangle$ и дисперсию $\sigma_{D0}^2 = \langle (D_{m0} - m_{D0})^2 \rangle$ оценки D_{m0} с учетом выражения (26) и выполняя усреднение полученных выражений по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$, при выполнении (4), (5) находим

$$m_{D0} = D_C \left[C_0(\kappa) + \delta_0 \frac{z_0^2}{2\mu_C q_C} \right], \qquad (32)$$

$$\sigma_{D0}^2 = \frac{D_C^2}{\mu_C q_C^2} \Big[q_C^2 C_1(\kappa) + 2 q_C C_0(\kappa) + + \kappa + \frac{\delta_0}{\mu_C} z_0^2 (1 + q_C g_0) \Big], \qquad (33)$$

где

$$z_0^2 = a_0^2 T / N_0 \qquad (34)$$

— отношение энергии регулярной составляющей (2) сигнала (1) к спектральной мощности аддитивного шума $n(t)$. Воспользовавшись выражениями (32) и (33), нетрудно рассчитать условные смещение $b_{D0} = \langle D_{m0} - D_C \rangle$ и рассеяние $V_{D0} = \langle (D_{m0} - D_C)^2 \rangle$ оценки D_{m0} (26) по формулам

$$b_{D0} = m_{D0} - D_C, \;\; V_{D0} = b_{D0}^2 + \sigma_{D0}^2, \qquad (35)$$

Рассмотрим выигрыш $\chi = V_{D0} / V_D$ в точности оценки D_{mA} (25) по сравнению с оценкой D_{m0} (26), равный отношению рассеяния V_{D0} (35) оценки (26) к рассеянию V_D (31) оценки (25). Введем в рассмотрение отношение

$$\eta = \frac{z_0^2}{2\mu_C q_C} = \frac{a_0^2}{D_C}, \qquad (36)$$

имеющее смысл отношения энергии $E_0 = a_0^2 T$ огибающей регулярной составляющей принимаемого сигнала (1) к средней энергии $E_C = D_C T$ случайной составляющей этого сигнала. На рис. 4 показаны зависимости выигрыша χ от отношения η (36) для гауссовской формы $g(x) = \exp(-\pi x^2)$ спектральной плотности (6) при $\kappa = 2$, $g_0 = 1$, $\delta_0 = 1$ и при различных значениях μ и q_C. Кривая 1 на рис. 4 соответствует $\mu_C = 400$, $q_C = 2$, кривая 2 — $\mu_C = 400$, $q_C = 1$, кривая 3 — $\mu_C = 100$, $q_C = 2$, а кривая 4 — $\mu_C = 100$, $q_C = 1$. Из рис. 4 видно, что выигрыш в точности оценки (25) при наличии регулярной составляющей сигнала (1) возрастает с увеличением отношения η (36) и может достигать значительных величин. Поэтому использование предложенного выше алгоритма (25) является предпочтительным для оценки дисперсии D_C случайной компоненты (3), если принимаемый сигнал (1) содержит ещё и регулярную компоненту (2).

Оценка амплитуды. Запишем теперь характеристики оценки a_m (17) амплитуды a_0 регулярной компоненты (2) сигнала (1). Оценка a_m (17) входит в квазиоптимальный алгоритм (25) оценки дисперсии D_C, а также в оптимальный алгоритм (18) оценки дисперсии.

Рассмотрим вначале статистические характеристики функционалов J_C и J_S (15). Учтем, что случайный процесс $x(t)$ (8) является гауссовским. Тогда функционалы J_C и J_S (15) являются гауссовскими случайными величинами, для описания которых достаточно определить их МО $m_C = \langle J_C \rangle$, $m_S = \langle J_S \rangle$, дисперсии $\sigma_C^2 = \langle (J_C - m_C)^2 \rangle$, $\sigma_S^2 = \langle (J_S - m_S)^2 \rangle$ и коэффициент взаимной корреляции $R_{CS} = \langle (J_C - m_C)(J_S - m_S) \rangle$ [8, 10, 11]. Подставляя сюда выражения (15) вместо функционалов J_C, J_S и выполняя усреднение по реализациям $x(t)$, при выполнении условий (4), (5) получаем

$$m_c = a_0 \cos(\varphi_0), \; m_s = -a_0 \sin(\varphi_0), \qquad (37)$$

$$m = \sqrt{m_c^2 + m_s^2} = a_0, \; \sigma_c^2 = \sigma_s^2 = \sigma^2, \quad \sigma^2 = (D_{NC} + D_C g_0) / \mu_C, \qquad (38)$$

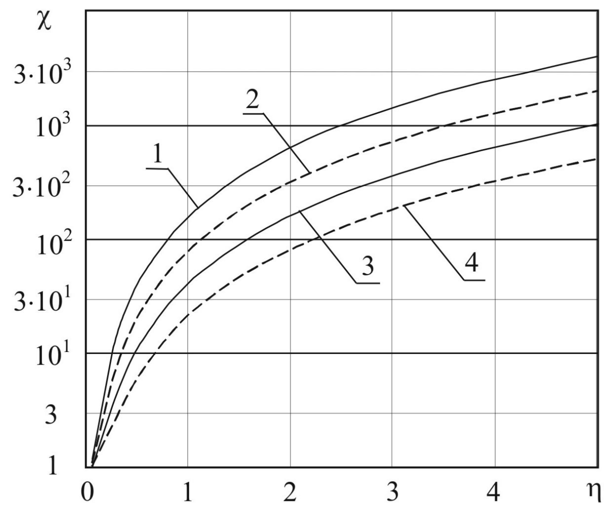

Рис. 4. Выигрыш в точности оценки дисперсии случайной компоненты сигнала

Выражения (37) получены в пренебрежении слагаемыми, имеющими порядок $a_0 / \nu_0 T$. При выполнении (4) имеем $\nu_0 T \gg 1$, поэтому $a_0 / \nu_0 T \ll a_0$.

При выполнении (4), (5) получаем, что $R_{\text{CS}} \ll \sigma^2$. Поэтому случайные величины J_{C} и J_{S} (15) при выполнении (4), (5) можно считать *некоррелированными.* Из некоррелированности случайных величин J_{C} и J_{S}, в силу их гауссовости, следует *статистическая независимость* величин J_{C} и J_{S} [8, 10, 11].

Запишем теперь характеристики ОМП a_m (17). Учтем, что ОМП (17) можно интерпретировать как модуль случайного вектора ϑ, начало которого расположено в начале декартовой системы координат XOY, а проекции которого на оси OX и OY равны J_{C} и J_{S} соответственно. Как отмечалось выше, величины J_{C} и J_{S} при выполнении условий (4), (5) являются статистически независимыми гауссовскими случайными проекциями с МО m_{C} и m_{S} (37), а также с одинаковыми дисперсиями σ^2 (38). Известно, что плотность вероятности модуля вектора ϑ со статистически независимыми гауссовскими случайными компонентами определяется обобщенным законом Релея (законом Релея—Райса) [10, 11]. В [11] приведены начальные моменты случайной величины, распределенной по обобщенному закону Релея. Используя результаты [11], с учетом (37), (38) находим первые два начальных момента ОМП a_m (17) при фиксированных D_{C} и a_0:

$$m_a \equiv \langle a_m \rangle = a_0 \Psi(z), \langle a_m^2 \rangle = a_0^2 (1 + 2 / z^2), \quad (39)$$

где

$$\Psi(z) = \frac{1}{z}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left[\left(1+\frac{z^2}{2}\right) I_0\left(\frac{z^2}{4}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{z^2}{2} I_1\left(\frac{z^2}{4}\right)\right] \exp\left(-\frac{z^2}{4}\right), \quad (40)$$

$I_0(x)$ и $I_1(x)$ — модифицированные функции Бесселя 0-го и 1-го порядков,

$$z = \frac{m}{\sigma} = \frac{z_0}{\sqrt{1 + q_{\text{C}} g_0}} \quad (41)$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе устройства оценки [15], а параметры q_{C} и z_0 определяются из (29) и (34).

Используя выражения (39), можно записать условные (при фиксированных D_{C} и a_0) смещение $b_a = \langle a_m - a_0 \rangle$, дисперсию $\sigma_a^2 = \langle (a_m - m_a)^2 \rangle$ и рассеяние $V_a = \langle (a_m - a_0)^2 \rangle$ ОМП a_m (17) в виде

$$b_a = a_0[\Psi(z) - 1], \sigma_a^2 = a_0^2\left[1 + \frac{2}{z^2} - \Psi^2(z)\right], \quad (42)$$

$$V_a = \sigma_a^2 + b_a^2 = 2a_0^2\left[1 + \frac{1}{z^2} - \Psi(z)\right].$$

Выражения (42) существенно упрощаются, если ОСШ z (41) настолько велико, так что выполняется условие $z \gg 1$. Тогда при вычислении функции $\Psi(z)$ (40), аналогично [11], можно использовать асимптотические аппроксимации

$$I_0(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}}\left(1 + \frac{1}{8x}\right),$$
$$I_1(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}}\left(1 - \frac{3}{8x}\right),$$

справедливые при $x >> 1$. Используя эти аппроксимации, из (42) получаем

$$b_a \approx \frac{a_0}{2z^2}, \sigma_a^2 \approx \frac{a_0^2}{z^2}, V_a \approx \sigma_a^2, \quad (43)$$

где ОСШ z определяется из (41). В частном случае $q_{\text{C}} = 0$ (когда случайная компонента сигнала отсутствует) ОСШ (41) равно $z = z_0$, а выражения (43) переходят в соответствующие выражения [15] для характеристик ОМП амплитуды a_0 гармонического сигнала (2) с неизвестной фазой φ_0.

Приближенные выражения (43) для характеристик оценки a_m (17) являются асимптотически точными с увеличением ОСШ z (41). Анализ формул (42) и (43) показывает, что более простые (но менее точные) выражения (43) хорошо аппроксимируют более сложные (но и более точные) зависимости (42) уже при $z \geq 2.5 \ldots 3$. При этом относительная погрешность приближенных выражений (43) относительно более точных выражений (42) не превышает 10 % и уменьшается с ростом ОСШ z.

Из (42), (43) следует, что при выполнении условия $z \gg 1$ справедливо соотношение $b_a^2 \ll V_a$. В частности, уже при $z > 2..3$ квадрат смещения b_a становится меньше дисперсии σ_a^2 оценки (17) на порядок и более, а при $z > 5$ – на два порядка и более, причем отношение b_a^2 / V_a уменьшается с увеличением ОСШ z. Поэтому оценка a_m (17) является асимптотически (при $z \to \infty$) несмещенной. Смещением b_a этой оценки можно пренебречь уже при $z > 3..\,5$, положив $b_a = 0$. При этом рассеяние V_a оценки (17) становится равным её дисперсии σ_a^2.

Выражения (42), (43) позволяют оценить влияние дисперсии D_C (средней мощности) случайной компоненты (3) на точность ОМП (17) амплитуды a_0 регулярной компоненты (2) сигнала (1). На рис. 5 показаны зависимости нормированного рассеяния V_a / a_0^2 ОМП (17) от отношения $q_C = D_C / D_{NC}$ (29) при различных значениях z_0 (34), рассчитанные по формуле (42). Кривая 1 на рис. 2 соответствует $z_0 = 2$, кривая 2 — $z_0 = 4$, кривая 3 — $z_0 = 8$, а кривая 4 — $z_0 = 16$. При этом сплошные линии на рис. 2 соответствуют случаю $g_0 = 1$, а штриховые — $g_0 = 0.5$. Из рис.5 и формул (42), (43) следует, что относительная погрешность ОМП a_m (17) уменьшается с увеличением z_0 (т.е. энергии регулярной компоненты сигнала) и возрастает с увеличением q_C и g_0 (т.е. спектральной мощности случайной компоненты на частоте ν_0 регулярной компоненты сигнала).

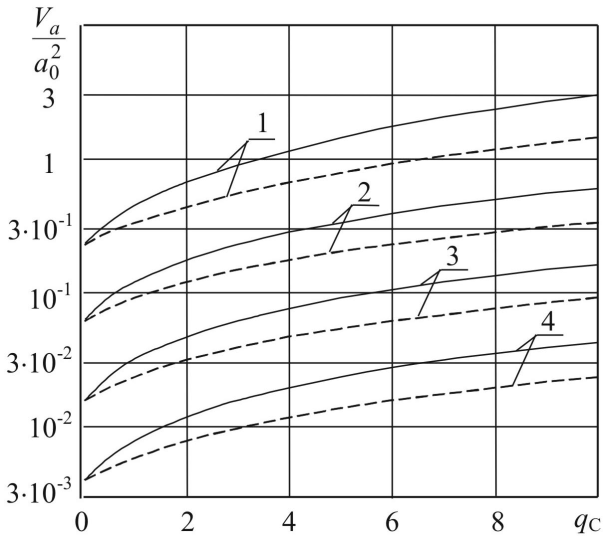

Рис. 5. Рассеяние оценки амплитуды регулярной компоненты сигнала

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе предложен и исследован простой квазиоптимальный алгоритм (25) оценки дисперсии (средней мощности) случайной компоненты (3) сигнала (1) при наличии регулярной компоненты (2) с неизвестными амплитудой и начальной фазой. Исследован также соответствующий алгоритм (17) оценки амплитуды регулярной компоненты сигнала при наличии случайной компоненты. Показано, что учет регулярной компоненты сигнала, выполненный при синтезе алгоритма оценки (25), позволяет существенно повысить точность оценки дисперсии случайной компоненты сигнала по сравнению с известной оценкой [14], не учитывающей наличие регулярной компоненты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов / В. И.Тихонов. — М.: Радио и связь, 1983. — 320 с.

2. *Кириллов Н. Е.* Помехоустойчивая передача сообщений по линейным каналам со случайно изменяющимися параметрами / Н. Е.Кириллов. — М.: Связь, 1971. — 256 с.

3. *Черенкова Е. Л.* Распространение радиоволн / Е. Л.Черенкова, О. В.Чернышев. — М.: Радио и связь, 1984 . — 272 с.

4. *Грудинская Г. П.* Распространение радиоволн / Г. П. Грудинская. — М.: Высшая школа, 1975. — 432 с.

5. *Феер К.* Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра / К. Феер. — М.: Радио и связь, 2000. — 520 с.

6. Вопросы статистической теории радиолокации / П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др.; Под ред. Г. П. Тартаковского. — М. Сов. радио, 1963. — Т. 1. — 426 с.

7. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции / Г. Ван Трис. — М.: Сов. радио, 1977. — Т. 3. — 644 с.

8. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория вероятностей и её инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. — М. Наука, 1988. — 480 с.

9. Теория электрической связи / А. Г. Зюко, Д. Д. Кловский, В. И. Коржик, М. В. Назаров; Под ред. Д. Д. Кловского. — М.: Радио и связь, 1999. — 432 с.

10. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника / В. И.Тихонов. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.

11. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р.Левин. — М.: Радио и связь, 1989. — 656 с.

12. *Мирский Г. Я.* Аппаратурное определение характеристик случайных процессов / Г. Я.Мирский. — М.: Энергия, 1972. — 456 с.

13. *Куликов Е. И.* Методы измерения случайных процессов / Е. И. Куликов. — М.: Радио и связь, 1986. — 272 с.

14. *Трифонов А. П.* Квазиправдоподобная оценка дисперсии стационарного гауссовского случайного процесса / А. П. Трифонов, С. П. Алексеенко // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 1994. — Т. 37, № 11. — С. 10—18.

15. *Куликов Е. И.* Оценка параметров сигналов

на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.

16. Захаров А.В. Эффективность оценки фазы радиосигнала при наличии замираний / А. В. Захаров // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. — 2010. — № 2. — С. 221—228.

Захаров Александр Викторович — кандидат физико-математических наук, доцент, Воронежский государственный университет.

E-mail: zakharov@phys.vsu.ru

Тел.: (473) 2-208-916

Zakharov Alexander V. — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associated Professor, Voronezh State University.

E-mail: zakharov@phys.vsu.ru

Tel.: (473) 2-208-916