УДК 519.6:532.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КОНФУЗОРЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ

И. В. Ерофеев[1], Е. Н. Коржов[1], А. И. Шашкин[1], А. В. Иванов[2], М. В. Добросоцкая[1]

[1]Воронежский государственный университет
[2]ОАО КБ Химавтоматики

Поступила в редакцию 15.09.2010 г.

Аннотация. Предложена математическая модель для исследования движения вязкой жидкости между цилиндрической и сужающейся с малым углом конической поверхностями. Задача о турбулентном течении в кольцевом конфузоре численно решена для различных геометрических параметров системы. Результаты компьютерного эксперимента сопоставлены с имеющимися экспериментальными данными.
Ключевые слова: Кольцевой конфузор, математическое моделирование, турбулентное течение.

Abstract. A mathematical model for the investigation of turbulent movement for viscous liquid between cylindrical and narrowed down with a small angle conic surfaces is offered. Numerically the problem on a turbulent flow for various geometrical parametres is solved. Outcomes of theoretical computer experiments with known experimental data are compared and analysed.
Keywords: annular confuser, mathematical modelling, turbulent flow.

В процессе совершенствования различных устройств воздушно-реактивной и ракетно-космической техники возникает необходимость в разработке определенных методов для поиска способов управления свойствами внутренних течений. Несомненно, практические исследования являются эффективным способом нахождения нужного результата, однако это довольно затратные мероприятия, требующие значительных финансовых вложений, а также длительных временных затрат на проведение довольно большого числа испытаний. В связи с этим существует потребность в математическом моделировании турбулентных течений, которое позволит сократить время проведения испытаний и свести к минимуму материальные затраты на проектируемые изделия опытно-конструкторских разработок [1].*

Целью данной работы является изучение основных закономерностей и особенностей турбулентного течения в кольцевом конфузоре, образованном цилиндрической и конической поверхностями при помощи математического моделирования. Для проверки адекватности теоретических результатов, полученных в ходе компьютерного эксперимента, выполняется сопоставление с имеющимися экспериментальными данными.

В настоящей работе получены и обсуждаются результаты исследования турбулентных течений между цилиндром и сходящимся конусом (конфузор), происходящих под действием приложенного постоянного перепада давления (рис. 1).

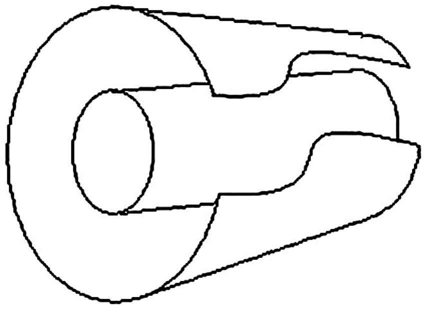

Рис. 1. Конфигурация канала с разрезом поверхности конуса

Рассмотрение ограничивается квазистационарным режимом турбулентного течения, когда цилиндр и конус являются соосными. Движение жидких и газообразных сред в канале, образованном соосными поверхностями цилиндра и конуса, представляет собой нетрадиционную гидродинамическую систему с кольцевым зазором переменного сечения.

Течения в каналах под действием перепада давления при турбулентном режиме могут описываться с помощью различных моделей турбулентности [2—4]. К числу наиболее универсальных относится, так называемая, стандартная k—ε модель турбулентности, входящая в математическое обеспечение практически всех известных программных комплексов вычислительной гидродинамики [9].

В основе большинства описаний турбулентного потока лежат представления Рейнольдса о том, что вектор скорости и давление в турбулизованной среде можно представить в виде суммы двух соответствующих величин — осредненной по времени и пульсационной составляющей

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} + \mathbf{v}', p = \overline{p} + p', \tag{1}$$

где $\mathbf{u}$, p — вектор скорости и давление в турбулизованной среде, а $\mathbf{v}$, $\overline{p}$ — их осредненные по времени величины

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(X,t) &= \frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \mathbf{u}(X,\tau)d\tau, \\ \overline{p}(X,t) &= \frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} p(X,\tau)d\tau, \end{aligned} \tag{2}$$

где T — постоянный период осреднения; $X=\{x_1, x_2, x_3\}$ — совокупность пространственных координат; $\mathbf{v}', p'$ — пульсационные составляющие скорости и давления в турбулентном потоке.

С учетом выражений (1)-(2) уравнения, описывающие поведение изотермического турбулентного потока, в общем случае движения однородной среды могут быть представлены следующей системой уравнений, называемой стандартной $k-\varepsilon$ моделью турбулентности [2—5]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{v}) = 0\,, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{v}\, \mathbf{v}) = \nabla \cdot \mathbf{P} + \rho \mathbf{F}\,, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{v}) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \nabla k \right) + G - \rho\varepsilon\,, \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho\varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\varepsilon\mathbf{v}) = \\ &= \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \nabla\varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k}\left(C_1 G - C_2 \rho\varepsilon\right). \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь

$$\mathbf{P} = -p\mathbf{I} + \lambda\, div\, \mathbf{v} + 2\,\mu_{eff}\, \mathbf{E} \tag{7}$$

— тензор полных напряжений турбулентного потока; ρ — плотность среды; $\mathbf{F}$ — вектор плотности массовых сил; $k = \frac{1}{2}\overline{v_i' v_i'}$ — кинетическая энергия турбулентных пульсаций единицы массы среды (здесь и далее по повторяющимся индексам выполняется суммирование); $\varepsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial v_i'}{\partial x_i} \right)^2}$ — скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций; $\mathbf{I}$ — единичный тензор; p — давление; μ — коэффициент «молекулярной вязкости» турбулизованной среды; $\mathbf{E}$ — тензор скоростей деформаций, вычисленный через осредненные компоненты вектора скорости $\mathbf{v}$; μ_{eff} — эффективный коэффициент турбулентной вязкости, который представляется следующим образом

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t\,, \tag{8}$$

где μ_t — коэффициент турбулентной вязкости или «молярная» вязкость турбулентного потока, определяется в соответствии с формулой Прандтля—Колмогорова [3]

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}\,; \tag{9}$$

G — диссипативная функция турбулентного потока, которая записывается через обычные сдвиговые компоненты тензора напряжений $\mathbf{P}$ и вектор осредненной скорости $\mathbf{v}$

$$G = \mathbf{P} \cdot \left(\nabla \mathbf{v}\right); \tag{10}$$

$$C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, C_\mu = 0.09 \tag{11}$$

— численные значения параметров $k-\varepsilon$ модели, которые вычисляются на основе сопоставления расчетов с результатами эксперимента, то есть эмпирически.

Замыкание системы уравнений (3)—(6) осуществляется заданием соответствующего уравнения состояния, связывающего неизвестные функции — давление и плотность турбулизованной среды.

Предполагая, что плотностью массовых сил можно пренебречь и течение носит осесимметричный характер, можно записать уравнения квазистационарного турбулентного потока в цилиндрической системе координат

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho u)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0\,, \tag{12}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r u^2)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho u w)=\\&=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{eff} r\frac{\partial u}{\partial r}\right)-2\mu_{eff}\frac{u}{r^2}+\\&+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_{eff}\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right],\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r u w)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w^2)=\\&=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{eff} r\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]+\\&+2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\frac{\partial w}{\partial z}\right),\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r u k)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w k)=\\&=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right)+G-\rho\varepsilon,\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho r u\varepsilon\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho w\varepsilon\right)=\\&=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right)+\\&+\frac{\varepsilon}{k}(C_1 G-C_2\rho\varepsilon),\end{aligned} \tag{16}$$

где

$$G=2\mu_t\left[\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{u}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2\right];$$

r, z — координаты цилиндрической системы отсчета, начало которой находится на общей оси цилиндра и конуса и направление её z — оси совпадает с направлением движения жидкости; v_r, v_z — радиальная и осевая составляющие её вектора скорости.

Граничные условия:

— на цилиндрической поверхности $r=r_1$ и поверхности конуса $r=r_2-z\,\mathrm{tg}\,\alpha$ (r_2 — радиус входного отверстия) обе компоненты вектора скорости, кинетическая энергия турбулентных пульсаций и скорость её диссипации обращаются в ноль в силу условия прилипания на неподвижной твердой поверхности [11]:

$$\begin{aligned}&r=r_1, z\ge 0:\ v_r(r_1,z)=0, v_z(r_1,z)=0,\\&k(r_1,z)=0,\varepsilon(r_1,z)=0;\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}&r=r_2-z\,\mathrm{tg}\,\alpha, z\ge 0:\ v_r(r_2-z\,\mathrm{tg}\,\alpha,z)=0,\\&v_z(r_2-z\,\mathrm{tg}\,\alpha,z)=0,k(r_2-z\,\mathrm{tg}\,\alpha,z)=0,\\&\varepsilon(r_2-z\,\mathrm{tg}\,\alpha,z)=0;\end{aligned} \tag{18}$$

— на входе в канал задаются однородное распределение скорости, для кинетической энергии турбулентных пульсаций и скорости её диссипации условие интенсивности пульсационных составляющих, соответствующей 10 %

$$\begin{aligned}&z=0,r_1\le r\le r_2:\ v_r(r,0)=0,v_z(r,0)=v_z^0,\\&k(r,0)=k^0,\varepsilon(r,0)=\varepsilon^0,\end{aligned} \tag{19}$$

где величины k^0 и ε^0 определяются при заданной интенсивности турбулентности потока I и длины пути перемешивания l_n Прандтля в соответствии с выражениями [5]

$$k^0=\frac{3}{2}\left(\mathbf{v}I\right)^2,\varepsilon^0=C_\mu^{\frac{3}{4}}\frac{k^{0\frac{3}{2}}}{l_n}; \tag{20}$$

— на выходе из канала зададим распределение давления, соответствующее постоянной величине, равное давлению в окружающей среде, а также условие сохранения массы, входящей и выходящей из канала жидкости

$$\begin{aligned}&z=l,r_1\le r\le r_2:\ p(r,l)=p_0,\\&\rho\int\limits_{r_1}^{r_2-l\,\mathrm{tg}\,\alpha}v_z(r,l)dr=Q.\end{aligned} \tag{21}$$

Введем в рассмотрение характерные величины для зависимых и независимых переменных следующим образом:

r_2-r_1 — величина зазора между цилиндром и конусом на входе в канал, являющаяся масштабом для радиальной координаты; l — длина канала, являющаяся масштабом для осевой координаты; $\bar v_z$ — средняя скорость течения вдоль оси канала, определяемая через заданную величину массового расхода и площадь зазора между поверхностями, образующими этот канал, на входе в него

$$\bar v_z=\frac{Q}{\pi\rho_0\left(r_2^2-r_1^2\right)};$$

$\rho_0\bar v_z^2$ — величина гидродинамического напора в канале, используемая в качестве характерной величины для давления; k^0 — кинетическая энергия турбулентных пульсаций на входе в канал; ε^0 — скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций на входе в канал.

Тогда приведение переменных к безразмерному виду можно осуществить согласно преобразованиям

$$R = \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}, Z = \frac{z}{l}, V_R = \frac{v_r}{v_*}, V_Z = \frac{v_z}{\bar{v}_z},$$
$$P = \frac{p}{\rho_0 \bar{v}_z^2}, K = \frac{k}{k^0}, E = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^0}, \tag{22}$$

где v_* определяется исходя из уравнения неразрывности (3)

$$v_* = \frac{\left(r_2 - r_1\right)\bar{v}_z}{l}.$$

После подстановки (22) в уравнения (12)—(16) и граничные условия (17)—(21) получаем краевую задачу следующего вида:

$$\frac{\partial V_R}{\partial R} + \frac{V_R}{R + \dfrac{\eta}{1-\eta}} + \frac{\partial V_Z}{\partial Z} = 0, \tag{23}$$

$$\frac{1}{R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)}} \frac{\partial}{\partial R}(RV_R) + \frac{\partial}{\partial Z}(V_R V_z) = -\frac{1}{\delta^2}\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{\delta}\left(\begin{array}{c} \dfrac{2}{R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)}} \dfrac{\partial}{\partial R}\left(\dfrac{R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)}}{\mathrm{Re}} (1 + C_\mu U \dfrac{K^2}{E}) \dfrac{\partial V_R}{\partial R} \right) - \\ - \dfrac{2(1 + C_\mu U \dfrac{K^2}{E})}{\mathrm{Re}} \dfrac{V_R}{R^2} + \\ + \dfrac{\partial}{\partial Z}\left[\dfrac{(1 + C_\mu U \dfrac{K^2}{E})}{\mathrm{Re}} \left(\dfrac{\partial V_Z}{\partial R} + \delta^2 \dfrac{\partial V_R}{\partial Z} \right) \right] \end{array} \right), \tag{24}$$

$$\frac{1}{R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)}} \frac{\partial}{\partial R}((R + \frac{\eta}{(1-\eta)})V_R V_Z) + \frac{\partial}{\partial Z}(V_Z) =$$
$$= -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{(R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)})\delta} \frac{\partial}{\partial R}\left[\frac{R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)}}{\mathrm{Re}} (1 + C_\mu U \frac{K^2}{E}) \left(\frac{\partial V_Z}{\partial R} + \delta^2 \frac{\partial V_R}{\partial Z} \right) \right] + 2\delta \frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{(1 + C_\mu U \dfrac{K^2}{E})}{\mathrm{Re}} \frac{\partial V_Z}{\partial Z} \right), \tag{25}$$

$$\frac{1}{R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)}} \frac{\partial}{\partial R}((R + \frac{\eta}{(1-\eta)})V_R K) + \frac{\partial}{\partial Z}(V_Z K) =$$
$$= \frac{1}{\sigma_k \delta(R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)})} \frac{\partial}{\partial R}\left((R + \frac{\eta}{(1-\eta)}) \frac{(1 + C_\mu U \dfrac{K^2}{E})}{\mathrm{Re}} \frac{\partial K}{\partial R} \right) + \frac{\delta}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{(1 + C_\mu U \dfrac{K^2}{E})}{\mathrm{Re}} \frac{\partial K}{\partial Z} \right) + \tag{26}$$
$$+ 2C_\mu \mathrm{H} \frac{K^2}{E}\left[\left(\frac{\partial V_R}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{V_R}{R + \dfrac{\eta}{(1-\eta)}} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_Z}{\partial Z} \right)^2 + \frac{1}{2}\left(\delta \frac{\partial V_R}{\partial Z} + \frac{1}{\delta}\frac{\partial V_Z}{\partial R} \right)^2 \right] - \frac{E}{\mathrm{H}},$$

$$\frac{1}{R+\frac{\eta}{(1-\eta)}}\frac{\partial}{\partial R}\left((R+\frac{\eta}{(1-\eta)})V_R E\right)+\frac{\partial}{\partial Z}\left(V_Z E\right)=$$

$$=\frac{1}{\sigma_\varepsilon \delta(R+\frac{\eta}{(1-\eta)})}\frac{\partial}{\partial R}\left((R+\frac{\eta}{(1-\eta)})\frac{(1+C_\mu U\frac{K^2}{E})}{\mathrm{Re}}\frac{\partial E}{\partial R}\right)+\frac{\delta}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{(1+C_\mu U\frac{K^2}{E})}{\mathrm{Re}}\frac{\partial E}{\partial z}\right)+ \tag{27}$$

$$+2C_\mu C_1 HK\left[\left(\frac{\partial V_R}{\partial R}\right)^2+\left(\frac{V_R}{R+\frac{\eta}{(1-\eta)}}\right)^2+\left(\frac{\partial V_Z}{\partial Z}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\delta\frac{\partial V_R}{\partial Z}+\frac{1}{\delta}\frac{\partial V_Z}{\partial R}\right)^2\right]-C_2\frac{1}{\mathrm{H}}\frac{E^2}{K},$$

где введены безразмерные параметры модели

$$\delta=\frac{r_2-r_1}{l},\eta=\frac{r_1}{r_2},\mathrm{Re}=\frac{\overline{v}_z\left(r_2-r_1\right)}{\nu},$$
$$H=\frac{k^0\overline{v}_z}{\varepsilon^0 l},U=\frac{k^{02}}{\nu\varepsilon^0}. \tag{28}$$

Граничные условия в безразмерном виде запишутся следующим образом

$$R=0:\quad V_R(0,Z)=V_Z(0,Z)=K(0,Z)==E(0,Z)=0; \tag{29}$$

$$R=1-\frac{1}{\delta}Z\operatorname{tg}\alpha:\quad V_R\left(1-\frac{Z}{\delta}\operatorname{tg}\alpha,Z\right)==V_Z\left(1-\frac{Z}{\delta}\operatorname{tg}\alpha,Z\right)=0;$$

$$K\left(1-\frac{Z}{\delta}\operatorname{tg}\alpha,Z\right)=E\left(1-\frac{Z}{\delta}\operatorname{tg}\alpha,Z\right)=0; \tag{30}$$

$$Z=0:\quad V_R(R,0)=0,V_Z(R,0)=K(R,0)==E(R,0)=1; \tag{31}$$

$$Z=1:\quad P(R,1)=P_0,$$
$$\int_0^{1-\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\delta}}V_Z\left(R+\frac{\eta}{1-\eta}\right)dR=\pi\frac{1+\eta}{1-\eta}. \tag{32}$$

Таким образом, можно констатировать, что рассматриваемая задача характеризуется набором из шести безразмерных параметров — пять параметров, определяемые выражениями (28), и угол конуса, равный 2α.

Решение задачи (23)—(27), (28)—(32) выполнялось с помощью конечноэлементного пакета программ для различных значений геометрических параметров модели и массовых расходов. Основные расчеты проводились на сетке 10x50x100 при 100 итерациях, где 10 и 100 — это число разбиений соответственно вдоль радиуса и по окружностям ортогонального сечения канала, 50 — количество разбиений вдоль образующей цилиндрической и конической поверхностей. Для контроля точности результатов были также произведены расчеты на более мелкой сетке с разбиением по окружностям ортогонального сечения канала от 200 до 900 узлов и с числом итераций от 50 до 200 (рис. 2).

Все расчеты проводились на персональном компьютере Lenovo с процессором Intel® Pentium® Dual-Core T 4400, 2.20 GHz и оперативной памятью 2 Gb. Удалось установить, что увеличение числа разбиений по окружности ортогонального сечения канала от 100 до

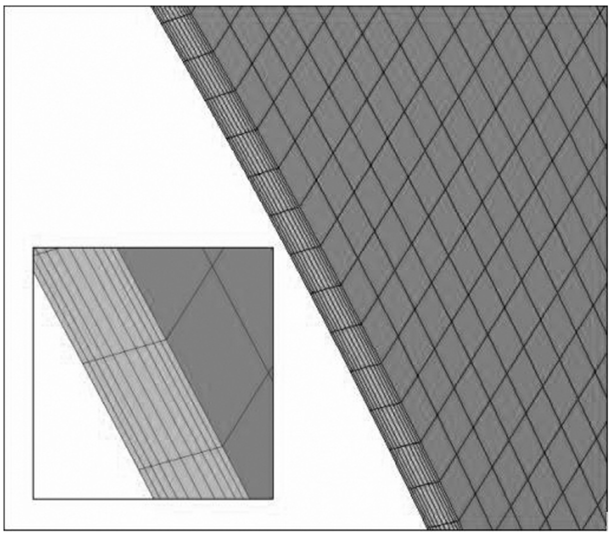

Рис. 2. Вид сетки 10x50x900

900 приводит к увеличению времени расчета в 3-4 раза, а увеличение количества итераций от 50 до 200 приводит к увеличению времени расчета в 3 раза. При этом различие между полученными значениями перепада давления для 100 и 200 итераций составляет величину порядка 0,01 %. Различие между полученными значениями перепада давления для 100 и 900 разбиений по окружности ортогонального сечения канала не превышает 0,03 %. Поэтому для получения основных результатов достаточно задавать 100 итераций и сеточную область 10x50x100.

На рис. 3 представлены данные, полученные для определения времени решения задачи в зависимости от способа дискретизации расчетной области.

В ходе проведения компьютерного эксперимента использовались 8 геометрических моделей, для каждой из которых было проведено 6 расчетов при различных значениях величины объемного расхода. При наименьшей величине заданного расхода для каждой из геометрических моделей получаем конфигурацию цилиндр — цилиндр. С увеличением объемного расхода угол конической поверхности возрастает, при этом входное сечение канала остается неизменным. Таким образом, получаемая конфигурация канала зависит от величины перепада давления. Следует отметить, что с его ростом угол конической поверхности возрастает, но ни в одном из рассмотренных случаев не превышал 1 градуса.

На рис. 4 представлены графики зависимости перепада давления в конфузоре от объемного расхода жидкости для различных геометрических моделей.

На рис. 5 представлены графики зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от объемного расхода.

Вопросы гидродинамической устойчивости параллельных течений между цилиндрическими или коническими поверхностями исследуются теоретически и экспериментально доста-

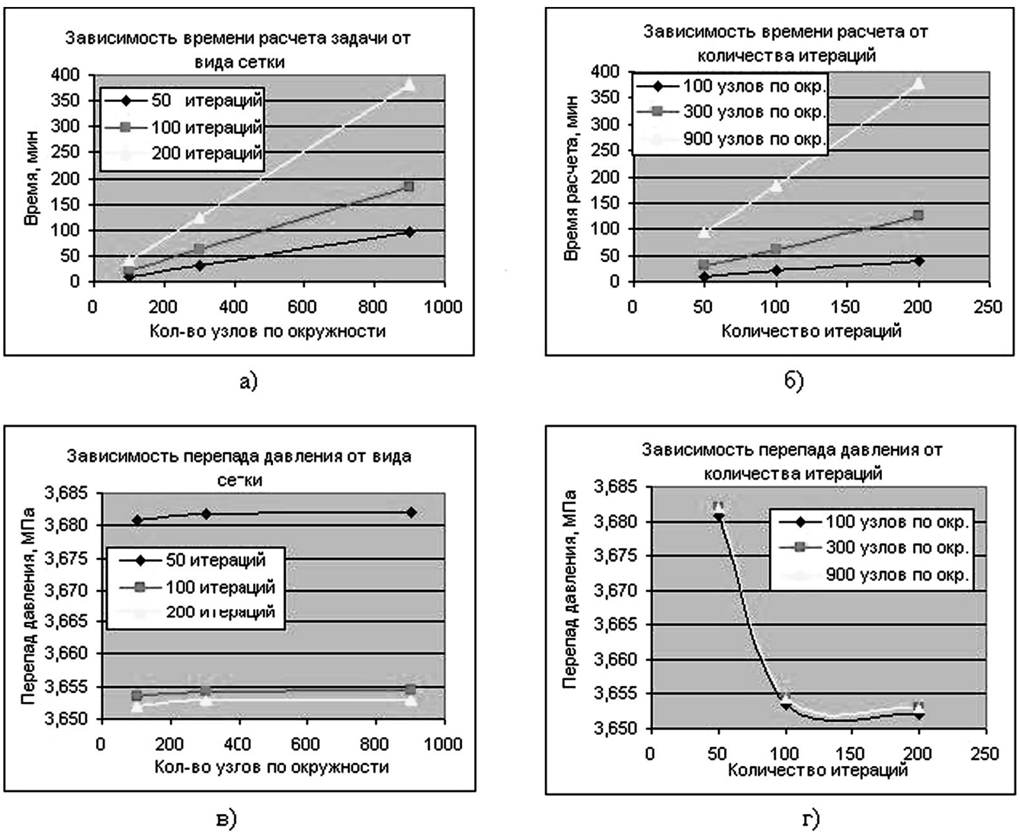

Рис. 3. Зависимость времени решения задачи и величины перепада давления от типа сеточной области и количества итераций: а, б — зависимость времени расчета от числа узлов сетки на окружности ортогонального сечения и количества итераций; в, г — зависимость перепада давления от числа разбиений окружности ортогонального сечения и количества итераций

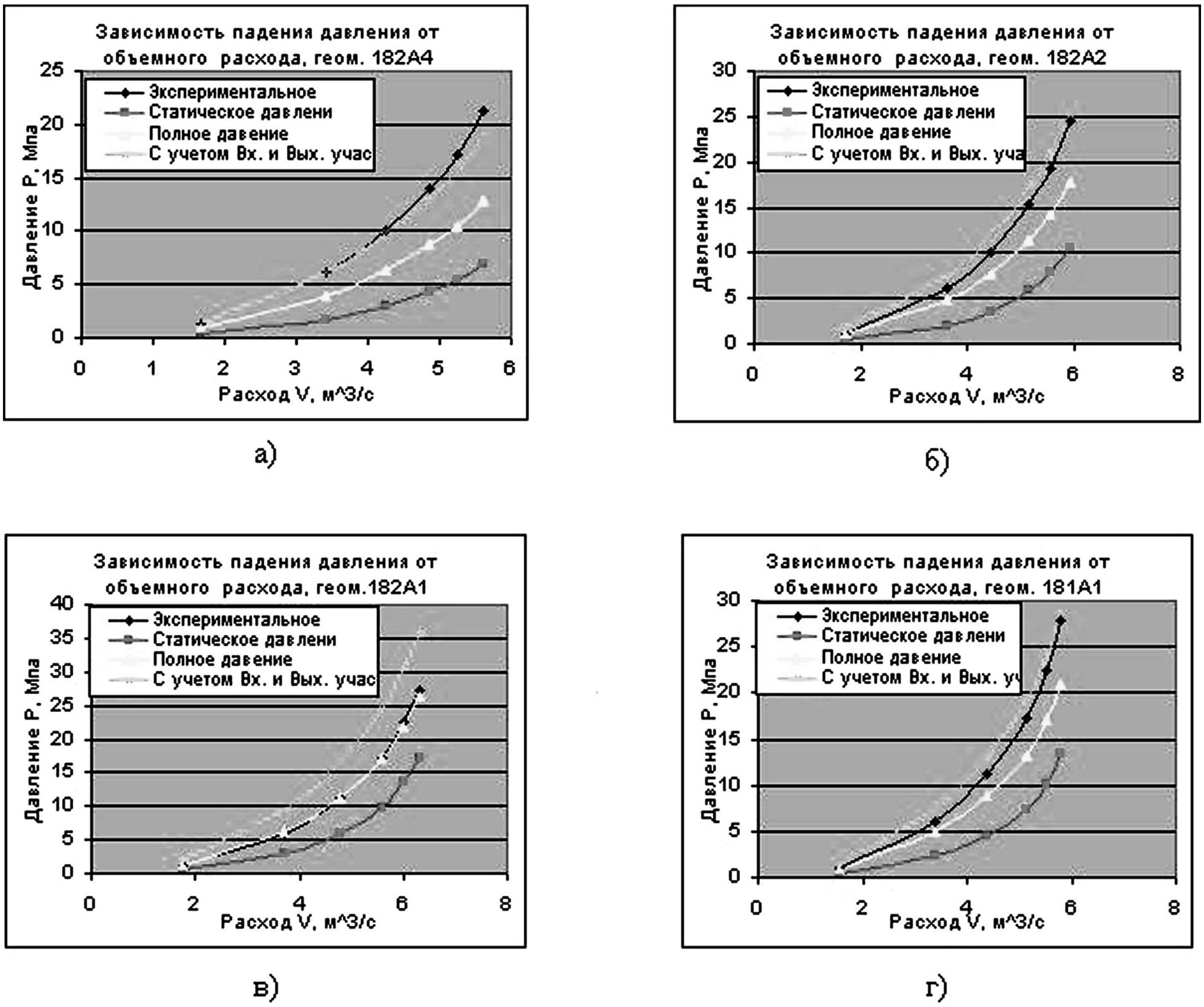

Рис. 4. Зависимости перепада давления от величины объемного расхода жидкости. Зазор между цилиндром и конусом на входе равен: а — 0.215 мм; б — 0.205 мм; в — 0.192 мм; г — 0.198 мм

точно давно, однако до настоящего времени полная картина возникновения неустойчивостей потоков отсутствует [7,8]. В нашей работе все расчеты проводились при числах Рейнольдса, изменявшихся в диапазоне от $1{,}5\cdot10^5$ до $6\cdot10^5$, что соответствует развитому турбулентному режиму течения.

На основании анализа результатов расчетов и сопоставления их с имеющимися в нашем распоряжении экспериментальными данными можно сделать вывод о том, что для геометрической модели с наименьшим зазором на входе имеет место наилучшее совпадение с измеренными значениями давления. С увеличением зазора происходит некоторое увеличение расхождений, не превышающее величины порядка 10 %. Подобная же закономерность прослеживается и для коэффициента гидравлического сопротивления.

Теоретическое значение коэффициента гидравлического сопротивления, рассчитанного по формуле Золотова для кольцевых труб [13], хорошо совпало с экспериментальными данными для геометрических моделей, имеющих конфигурацию цилиндр-цилиндр. По мере увеличения угла конуса возрастает расхождение между теоретическим и экспериментальным значениями коэффициента гидравлического сопротивления. По всей видимости, данное обстоятельство связано с тем, что с увеличением угла конической поверхности коэффициенты гидравлического сопротивления также изменяются.

Таким образом, с помощью k—ε модели турбулентности были проведены численные исследования и выявления некоторые закономерностей и особенностей турбулентного течения в кольцевом конфузоре, образованном

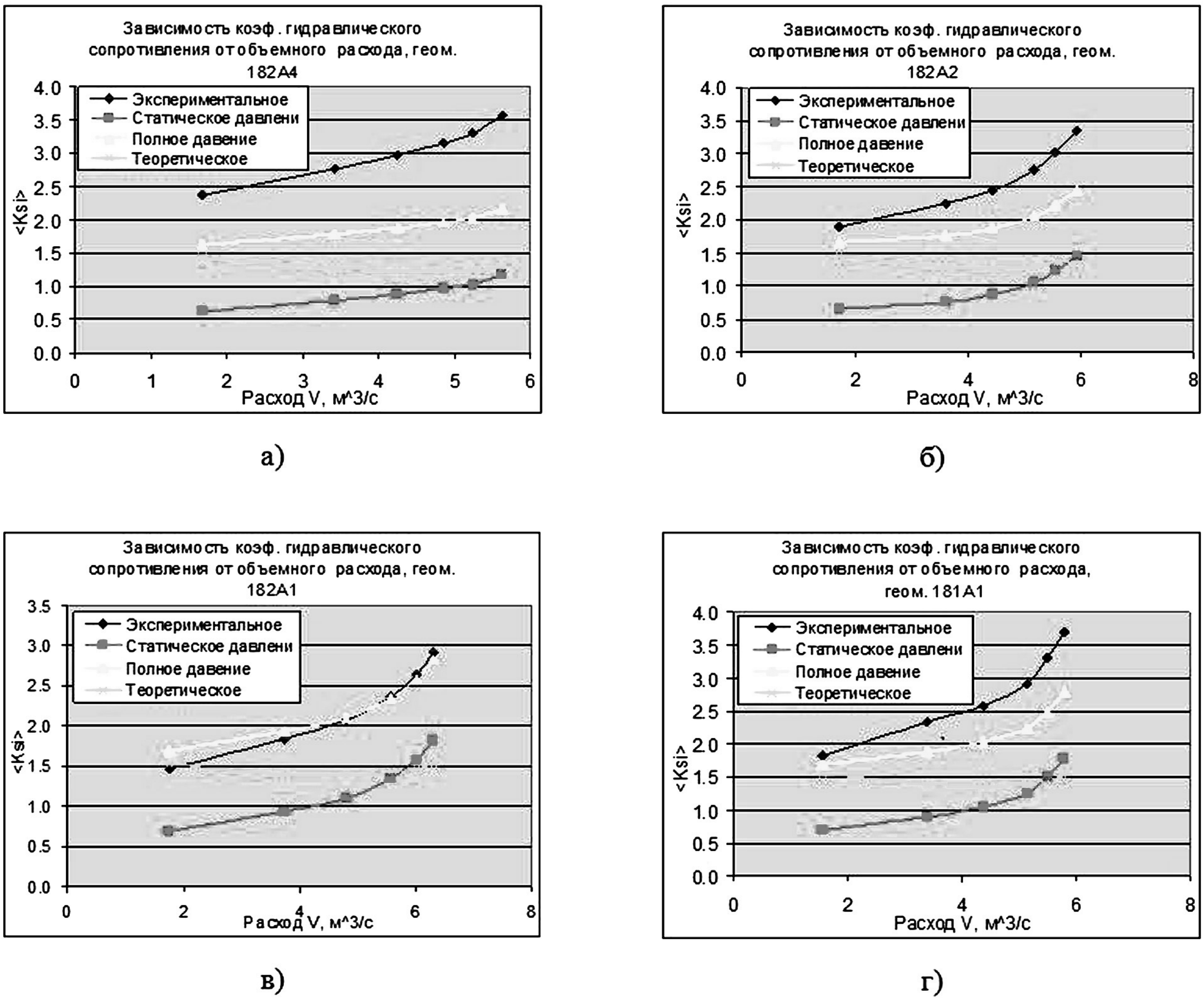

Рис. 5. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от объемного расхода жидкости. Зазор между цилиндром и конусом на входе равен: а — 0.215 мм; б — 0.205 мм; в — 0.192 мм; г — 0.198 мм

цилиндрической и конической поверхностями. При сопоставлении экспериментальных данных и результатов компьютерного эксперимента обнаружились некоторые расхождения. По нашему мнению, это связано с двумя обстоятельствами:

1) в экспериментах на входе в канал не обеспечивается постоянство скорости потока;

2) при обработке экспериментальных данных использовались коэффициенты гидравлического сопротивления, не зависящие от величины угла конической поверхности канала.

В связи с этим, можно отметить, что для более корректного сопоставления теоретических и экспериментальных данных требуется проведение дополнительных проливок и продувок каналов рассмотренных конфигураций с целью установления более достоверных данных о значениях коэффициентов гидравлического сопротивления в такого рода гидросистемах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Иванов А.В., Коробченко В.А., Шостак А.В.* Конструкция и проектирование уплотнений проточной части насосов и турбин ТНА ЖРД. — Воронеж: ВГТУ, 2005. — 86 с.

2. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с.

3. *Белов И.А., Исаев С.А.* Моделирование турбулентных течений. — СПб.: БГТУ «Военмех», 2001. — 108 с.

4. *Юн А.А.* Теория и практика моделирования турбулентных течений. — М.: ЛИБРОКОМ, 2009. — 272 с.

5. *Коржов Е.Н.* Физико-химическая механика: учебное пособие. — Воронеж: ВГУ, 2009. — 70 с.

6. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика: В 10 томах. Т.6. Гидродинамика. — М.: Физматлит, 2001. — 736 с.

7. *Джозеф Д.Д.* Устойчивость движений жидкости. — М.: Мир, 1981. — 640 с.

8. *Heaton C.J.* Linear instability of annual Poiseuille flow // J. Fluid Mech. — 2008. — V. 610. — № 2. — P. 391—406.

9. *Boysan H.F., Choundhury D., Engelman M.S.* Commercial CFD in the service of industry: the first 25 years. // Notes on numerical fluid mechanics. — Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2009. — P. 451—461.

10. *Bird R.B. Stewart W.E. Lightfoot E.N.* Transport Phenomena. 2[nd] ed. — New York e.a.: Wiley & Sons, Inc., 2002. — 912 p. (русский перевод издания 1960 г.: Берд Р. Явления переноса / Р. Берд, В. Стьюарт, Е. Лайтфут. — М.: Химия, 1974. — 688 с.).

11. *Braga E.J., de Lemos M.J.S.* Numerical simulation of turbulent flow in small-angle diffusers and contractions using a new wall treatment and a linear high Reynolds k—ε model Numerical Heat Transfer Part A. — 2004. — № 45(9). — P. 911—933.

12. *Mohammadi B., Pironneau O.* Analysis of the k-epsilon turbulence model. — New York: Wiley, 1994. — 219 p.

13. *Идельчик И.Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Под ред. М.О. Штейнберга. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1992. — 672 с.

Ерофеев Илья Владимирович, аспирант факультета ПММ Воронежского государственного университета
Тел.: 8 904 210 00 67
E-mail: iluu1@yandex.ru

Коржов Евгений Николаевич, доцент факультета ПММ Воронежского государственного университета
Тел.: (4732) 20-87-63,
E-mail: ken@amm.vsu.ru

Шашкин Александр Иванович, декан факультета ПММ Воронежского государственного университета
Тел.: (4732) 20-82-66
E-mail: deanery@amm.vsu.ru

Иванов Андрей Владимирович, ведущий конструктор ФГУП КБ Химавтоматики
Тел.: (4732) 34-65-17
E-mail: cadb@comch.ru

Добросоцкая Мария Владимировна, магистр факультета ПММ Воронежского государственного университета
Тел.: 8-919-231-31-92
E-mail: dobrosotskaya_masha@mail.ru

Yerofeev Ilya Vladimirovich, post graduate student of faculty of applied mathematics, information technologies and mechanics, Voronezh State University
Tel. 8 904 210 00 67
E-mail: iluu1@yandex.ru

Korzhov Evgeniy Nikolaevich, associate professor of faculty of applied mathematics, information technologies and mechanics, Voronezh State University
Tel.: (4732) 20-87-63
E-mail: ken@amm.vsu.ru

Shashkin Aleksandr Ivanovich, dean of faculty of applied mathematics, information technologies and mechanics, Voronezh State University
Tel.: (4732) 20-82-66
E-mail: deanery@amm.vsu.ru

Ivanov Andrey Vladimirovich, project engineer FSUE KB Khimavtomatiky
Tel.: (4732) 34-65-17
E-mail: cadb@comch.ru

Dobrosockaya Mariya Vladimirovna, magister of faculty of applied mathematics, information technologies and mechanics, Voronezh State University
Tel.: 8-919-231-31-92
E-mail: dobrosotskaya_masha@mail.ru