

# АВТОКАЛИБРОВОЧНЫЙ АЛГОРИТМ КОМПЕНСАЦИИ АМЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ОШИБОК В КАНАЛАХ ЦИФРОВОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Ю. Б. Нечаев, Д. Н. Борисов, И. В. Пешков

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 15.02.2011 г.

**Аннотация:** Рассмотрены автокалибровочные методы определения координат источников радиоизлучения амплитудно-фазовых ошибок в каналах цифровой антенной решетки неизменных в течение обработки данных с выходов антенной решетки, а также предложен алгоритм, имеющий в своей основе положения, используемые в методах. Проведены численные оценки определения координат источников радиоизлучения при наличии амплитудно-фазовых ошибок.

**Ключевые слова:** автокалибровка, цифровая антенная решетка, радиопеленгация.

**Abstract:** The auto calibration direction-finding algorithms in the presence of gain and phase imperfections in the channels of antenna array are considered. We assume that the uncertainties do not vary during output antenna array data processing. Also a new algorithm based on propositions used in the other algorithms is provided. Numerical estimations of the directions of arrival of the radiating sources in the presence of the amplitude-phase uncertainties are fulfilled.

**Keywords:** auto calibration, direction-of-arrival, smart antenna.

## ВВЕДЕНИЕ

Разработка и внедрение цифровых антенных решеток (ЦАР) позволит понизить массогабаритные размеры радиотехнических комплексов, повысить чувствительность приемного тракта, без дополнительных аппаратных затрат формировать одновременно множество лучей в заданных направлениях, а также в реальном масштабе времени реализовать управление амплитудно-фазовым распределением для пространственной селекции сигналов [1]. Использование технологии независимой многоканальной обработки сигналов позволяет значительно увеличить помехозащищенность и информационную емкость радиоканалов.

Главной задачей, стоящей перед цифровой антенной решеткой, является формирование диаграммы направленности, которая позволяет максимально возможно подавить шум и помехи, а также принять полезный сигнал без изменения. Для выполнения этой задачи могут быть применены различные подходы, среди которых основными являются алгоритмы, использующие обучающую последовательность, структурные свойства передаваемых сигналов

и методы определения прихода сигналов. На точность определения координат источников радиоизлучения (ИРИ) оказывают влияние неидентичности каналов и неточность позиционирования антенных элементов [2]. Эти проблемы преодолеваются применением калибровки антенной решетки (АР), но при этом возникает необходимость использовать дополнительные устройства [3], либо использовать автокалибровочные алгоритмы определения координат ИРИ.

## 2. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИГНАЛОВ

На рисунке 1 изображена приёмная  $N$ -элементная антенная решетка, сигналы с элементов которой после прохождения приемника в соответствующем канале умножаются на коэффициенты весового вектора  $\vec{w}^H$ , где  $(\cdot)^H$  — комплексно-сопряженное транспонирование, а затем суммируются.

Предположим, что есть  $M$  радиосигналов, приходящих на АР с произвольных направлений  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$ , которые описываются выражением:

$$s_m(t) = b(t) \exp(j2\pi f_m t),$$

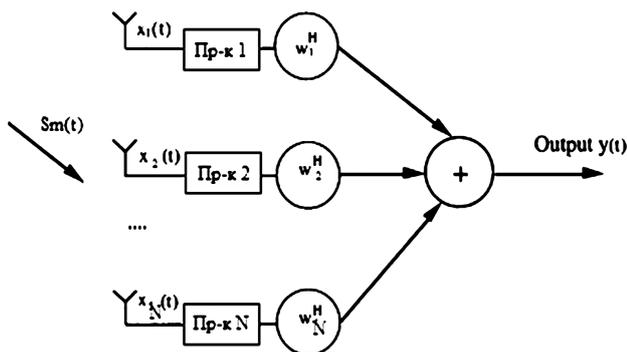


Рис. 1. Структура приемной цифровой антенной решетки

где  $b(t)$  — амплитуда  $m$ -го сигнала,  $f_m$  — несущая частота  $m$ -го сигнала,  $t$  — время.

Предполагая, что  $m$ -й сигнал приходит на  $n$ -й антенный элемент с запаздыванием по времени на  $\tau_n$  секунд относительно первого элемента, можно сказать, что  $m$ -й сигнал запаздывает по фазе на  $n$ -м элементе относительно первого элемента. Для кольцевой АР  $n$ -я компонента направляющего вектора  $\vec{a}(\theta_m)$ , описывающего распределение фаз  $m$ -го сигнала на АР, записывается в виде:

$$a_n(\theta_m) = \exp\left\{j\left[-k_m r \cos(\theta_m - \frac{2\pi n}{N})\right]\right\}, \quad (1)$$

где  $r$  — радиус АР,  $n = 1 \dots N$ ,  $k_m = 2\pi / \lambda_m$ ,  $\lambda_m$  — длина волны  $m$ -го сигнала.

Для АР произвольной геометрической конфигурации комплексный вектор сигналов на выходе антенных элементов описывается выражением [4]:

$$\vec{x}(t) = \mathbf{A}(\theta_m) \cdot \vec{s}(t) + \vec{n}(t),$$

где  $\vec{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$  —  $N$ -мерный вектор, описывающий сигналы на выходе каждого антенного элемента АР,  $\vec{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_M(t)]^T$  —  $M$ -мерный вектор сигналов;  $\vec{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_N(t)]^T$  — вектор шума пространственного канала и  $n$ -ого канала ЦАР,  $\mathbf{A}(\theta_m)$  —  $N \times M$  матрица направляющих векторов  $[\vec{a}(\theta_1), \dots, \vec{a}(\theta_M)]$ .

Предположим, что  $\vec{s}(t)$  и  $\vec{n}(t)$  — стационарные случайные процессы,  $\vec{n}(t)$  — гауссовский случайный процесс с нулевым средним и ковариационной матрицей  $\sigma^2 \mathbf{I}$  ( $\sigma^2$  — дисперсия шума,  $\mathbf{I}$  — единичная матрица), а также, что сигналы некоррелированы и отсутствует корреляция между шумом и сигналами. Тогда пространственная корреляционная матрица может быть записана в следующем виде:

$$\mathbf{R} = E[\vec{x}(t)\vec{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{E}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n\mathbf{\Lambda}_n\mathbf{E}_n^H, \quad (2)$$

где  $E[\dots]$  — статистическое усреднение,  $\mathbf{R}_{ss} = E[\vec{s}(t)\vec{s}^H(t)]$  — ковариационная матрица сигналов,  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_M > \lambda_{M+1} = \dots = \lambda_N = \sigma^2$  и  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_N$  — соответственно собственные значения и собственные векторы пространственной ковариационной матрицы  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{E}_s = [\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_M]$  — матрица сигнального подпространства, состоящая из собственных векторов, соответствующих  $M$  самым большим собственным значениям,  $\mathbf{E}_n = [\vec{e}_{M+1}, \vec{e}_{M+2}, \dots, \vec{e}_N]$  — матрица шумового подпространства, состоящая из собственных векторов, соответствующих  $N-M$  самым малым собственным значениям,  $\mathbf{\Lambda}_s = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M]$  — диагональная матрица сигнальных собственных значений,  $\mathbf{\Lambda}_n = [\lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, \dots, \lambda_N]$  — диагональная матрица шумовых собственных значений.

На практике пространственная ковариационная матрица получается из набора  $K$  временных отсчетов [5]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{x}(k)^H \vec{x}(k) = \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\mathbf{\Lambda}}_s \hat{\mathbf{E}}_s^H + \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{\Lambda}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^H, \quad (3)$$

где  $\vec{x}(k)$  — выборка сигнала с элементов АР в  $k$ -й момент времени, символ « $\hat{\phantom{x}}$ » означает усреднение по  $K$  выборкам.

Сигнал на выходе устройства формирования луча можно записать как:

$$y(t) = \vec{w}^H \vec{x}(t). \quad (4)$$

### 3. АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

В работе рассматриваются алгоритмы, которые вначале определяют углы прихода всех сигналов, а затем формируется диаграмма направленности. Для этого вычисляются коэффициенты вектора  $\vec{w}$  (рис. 1).

В настоящее время существует большое количество алгоритмов определения координат ИРИ. Рассмотрим алгоритмы, которые могут применяться к любой конфигурации АР: MUSIC, метод проецирования шумового подпространства и метод проецирования сигнального подпространства.

#### 3.1. МЕТОД MUSIC

При реализации алгоритма используется свойство ортогональности векторов шумового подпространства и направляющих векторов:

$$\mathbf{E}_n^H \vec{\mathbf{a}}(\theta_m) = 0, \quad \theta_m \in \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}. \quad (5)$$

Координаты сигналов будут соответствовать максимумам функции [5]:

$$P(\theta) = \frac{\vec{\mathbf{a}}^H(\theta) \vec{\mathbf{a}}(\theta)}{\vec{\mathbf{a}}^H(\theta) \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^H \vec{\mathbf{a}}(\theta)}.$$

Метод MUSIC работает нестабильно, если сигналы коррелированы.

### 3.1.2 МЕТОД ПРОЕКЦИРОВАНИЯ СИГНАЛЬНОГО ПОДПРОСТРАНСТВА

Данный метод основан на определении наилучшего соответствия по критерию наименьших квадратов между собственными векторами подпространства сигналов корреляционной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  и линейными комбинациями векторов поля на раскрые АР путем решения следующей нелинейной задачи оптимизации [5]:

$$\{\hat{\theta}, \hat{\mathbf{T}}\} = \arg \min_{\theta, \mathbf{T}} \|\hat{\mathbf{E}}_s - \mathbf{A}\mathbf{T}\|_F^2, \quad (6)$$

где  $\|\dots\|_F$  — норма Фробениуса,  $\hat{\mathbf{T}} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}_s$ . Задача минимизации решается в предположении определенного значения матрицы  $\mathbf{A}$  [5]:

$$\hat{\theta} = \arg \left\{ \min_{\theta} \text{Tr} \left\{ \mathbf{\Pi}_A^{\perp} \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\mathbf{A}}_s \hat{\mathbf{E}}_s^H \right\} \right\},$$

где  $\mathbf{\Pi}_A^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$  — оператор проецирования на подпространство, образованное столбцами матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\text{Tr}\{\dots\}$  — след матрицы.

Метод может использоваться, если сигналы коррелированы.

### 3.1.3 МЕТОД ПРОЕКЦИРОВАНИЯ ШУМОВОГО ПОДПРОСТРАНСТВА

Данный метод использует начальное условие (5). Суть метода в том, что для матрицы  $\hat{\mathbf{E}}_N$  необходимо найти параметры сигналов, удовлетворяющие выражению [5]:

$$\hat{\theta} = \arg \left\{ \min_{\theta} \text{Tr} \left\{ \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \mathbf{A} \mathbf{V} \right\} \right\}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{V} = \mathbf{A}^{\dagger} \hat{\mathbf{E}}_s (\hat{\mathbf{A}}_s - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I})^2 \hat{\mathbf{A}}_s^{-1} \hat{\mathbf{E}}_s^H \mathbf{A}^{\dagger}$  — матрица взвешивания,  $\{\dots\}^{\dagger}$  — псевдоинверсия Мура—Пенроуза. При  $\mathbf{V} = \mathbf{I}$  данный метод сводится к методу MUSIC.

## 4. АВТОКАЛИБРОВОЧНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИРИ

Основной недостаток методов определения углов ИРИ заключается в том, что в реальности сканирующие векторы не имеют заранее

известной структуры, которая определяется только геометрией АР. Поскольку форма направляющих векторов меняется из-за взаимного влияния антенных элементов (АЭ), то они дополняются  $N \times N$  матрицей взаимного влияния  $\mathbf{C}$  и неидентичности приемников  $\mathbf{\Gamma}$ :

$$\mathbf{C} = z_0 (\mathbf{Z} + z_0 \mathbf{I})^{-1}, \quad (8)$$

$\mathbf{\Gamma} = \text{diag}\{g_1 \exp(j\phi_1), g_2 \exp(j\phi_2), \dots, g_n \exp(j\phi_n)\}$ , где  $\mathbf{Z}$  — матрица взаимных сопротивлений,  $z_0$  — сопротивление нагрузки [2],  $g_n$  — амплитудная ошибка  $n$ -го канала,  $\phi_n$  — фазовая ошибка  $n$ -го канала,  $\text{diag}\{\dots\}$  — функция формирования диагональной матрицы [6].

С учетом фактора неидентичности приемников и взаимного влияния АЭ сигнал на выходе ЦАР записывается в следующем виде [6]:

$$\vec{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{\Gamma}\mathbf{A}(\theta_m) \cdot \vec{\mathbf{s}}(t) + \vec{\mathbf{n}}(t). \quad (9)$$

Тогда корреляционная матрица (8) с учетом матриц  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{\Gamma}$  приводится к виду [6]:

$$\mathbf{R} = E[\vec{\mathbf{x}}(t) \vec{\mathbf{x}}^H(t)] = \mathbf{C}\mathbf{\Gamma}\mathbf{A}\mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{C}^H + \sigma^2 \mathbf{I}.$$

В этом случае задача автокалибровки сводится к определению координат ИРИ при наличии ошибок и без дополнительных калибровочных устройств. Кроме того, значения матриц  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{\Gamma}$  могут изменяться в процессе работы АР под влиянием перепадов атмосферного давления и температуры [7].

Исследования проводятся в предположении использования условно-постоянной модели неизменяемости ошибок только за время обработки, во время которой значения координат ИРИ и ошибок определяются оптимизацией различных целевых функций, реализованных в методах Фридландер—Вайса [8], Ванга—Кедзоу [9], Эстели—Свиндлахарста—Оттерсона [10].

### 4.1 МЕТОД ФРИДЛАНДЕР—ВАЙСА

Метод может быть реализован только при условии [8]:

$$N \geq \frac{2M^2 + rM + P - 2}{2(M - 1)}, \quad r = 1, 2, \dots$$

где  $N$  — число АЭ,  $M$  — число ИРИ,  $r$  — целое число, определяющее тип проекции ( $r = 1$  — для азимутальной проекции,  $r = 2$  — для азимутальной и угломестной проекций),  $P$  — целое число, зависящее от матрицы взаимного влияния  $\mathbf{C}$ , определяемое выражением (8).

В основе метода Фридландер-Вайса лежит условие (5), а в качестве целевой функции используется видоизмененное выражение метода MUSIC [8]:

$$f_{fw} = \sum_{m=1}^M \left\| \hat{\mathbf{E}}_N \mathbf{C} \mathbf{G} \vec{\mathbf{a}}(\theta_m) \right\|^2,$$

где  $\|\dots\|$  — евклидова норма.

Данный алгоритм основан на трех последовательных этапах. На первом этапе оценивается направление прихода ИРИ, используя стандартный метод MUSIC, в предположении, что фазовые и амплитудные ошибки, а также коэффициенты взаимного влияния АР известны [8].

На втором этапе определяются фазовые  $\varphi_n$  и амплитудные  $g_n$  ошибки  $n$ -го канала при известных направлениях ИРИ и матрицы взаимного влияния [8]:

$$\hat{g} = \frac{\mathbf{Z}_i^{-1} \vec{\psi}}{(\vec{\psi}^T \mathbf{Z}_i^{-1} \vec{\psi})},$$

где  $\mathbf{Z}_i = \sum_{m=1}^M \text{diag}[\vec{\mathbf{a}}(\theta_m)]^H \mathbf{C}^H \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \mathbf{C} \text{diag}[\vec{\mathbf{a}}(\theta_m)]$ ,

$i$  — номер итерации,  $\vec{\psi} = [1, 0, 0 \dots 0]$ . Тогда получаем матрицу фазовых и амплитудных ошибок [8]:

$$\mathbf{\Gamma}^{i+1} = \text{diag}\{\hat{\mathbf{g}}\}. \quad (10)$$

На третьем этапе с учетом  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$  и (10) определяется матрица взаимного влияния АЭ [8]:

$$\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{W}_1 (\mathbf{W}_1^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{W}_1)^{-1} \mathbf{W}_1^T \hat{\mathbf{c}},$$

где  $\mathbf{W}_1$  — линейное ограничение,

$\mathbf{G} = \sum_{m=1}^M \text{diag}\{\mathbf{\Gamma} \vec{\mathbf{a}}(\theta_m)\}^H \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \text{diag}\{\mathbf{\Gamma} \vec{\mathbf{a}}(\theta_m)\}$ . Затем из  $\hat{\mathbf{c}}$  восстанавливается матрица взаимного влияния  $\mathbf{C}$ .

После каждой итерации проверяется сходимость целевой функции.

$$\left| f_{fw}^i - f_{fw}^{i+1} \right| \leq e, \quad (11)$$

где  $e$  — порог, определяющий точность сходимости.

При выполнении условия (11) алгоритм завершается, а при невыполнении — начинается новая итерация.

#### 4.2 МЕТОД ВАНГА—КЕДЗОУ

Метод основан на использовании алгоритма оптимизации Ньютона—Гаусса с применением ортогонализации Грамма—Шмидта, позволя-

ющий определить направления прихода ИРИ, фазовые и амплитудные ошибки в каналах, а также ошибки расположения АЭ. Кроме того, метод Ванга—Кедзоу использует метод проецирование сигнального подпространства.

В этом случае сигнал на выходе (9) приводится к виду [9]:

$$\vec{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{A} \vec{\mathbf{s}}(t) + \vec{\mathbf{n}}(t),$$

где  $\mathbf{D}$  — матрица ошибок расположения АЭ.

Метод Ванга—Кедзоу работает при следующих начальных условиях [9]:

$$\mathbf{E}_n^H \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{A} = 0,$$

$$\vec{\mathbf{e}}_m = \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{A} \vec{\mathbf{b}}_m, \text{ для } 1 \leq m \leq M,$$

где  $\vec{\mathbf{b}}_m$  — комплексный вектор  $M \times 1$ .

В этом случае задача оптимизации (6) сводится к поиску положения минимума целевой функции вида [9]:

$$f_{wc} = \sum_{m=1}^M \left\| \hat{\vec{\mathbf{e}}}_m - \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{A}(\theta_m) \vec{\mathbf{b}}_m \right\|^2, \quad (12)$$

Для достижения лучшей сходимости задачу оптимизации (12) необходимо разделить на два этапа.

На первом этапе определяется ортогонализация Грамма—Шмидта ко всем столбцам матрицы  $\mathbf{Y}(\xi) = \mathbf{\Gamma}(g) \mathbf{D}(z) \mathbf{A}(\theta)$ , в результате чего получаем [9]:

$$\mathbf{Y}(\xi) = \mathbf{Q}(\xi) \mathbf{R}(\xi),$$

где  $\xi = [\vec{\theta}^T, \vec{g}^T, \vec{d}^T]^T$ ,  $\mathbf{Q}(\xi)$  —  $N \times M$  матрица, состоящая из  $M$  ортонормальных векторов,  $\mathbf{R}(\xi)$  —  $M \times M$  верхняя треугольная матрица. После выполнения ортогонализации, а также выполняя подстановку [9]:

$$\vec{\mathbf{b}}_m = \mathbf{R}^{-1}(\xi) \mathbf{Q}^H(\xi) \hat{\vec{\mathbf{e}}}_m$$

Задача минимизации (12) на втором этапе сводится к [9]:

$$f_{wc} = \min_{\xi} \sum_{m=1}^M \left\| (\mathbf{I} - \mathbf{Q}(\xi) \mathbf{Q}^H(\xi)) \hat{\vec{\mathbf{e}}}_m \right\|^2 \quad (13)$$

Уравнение (13) решается посредством алгоритма Гаусса—Ньютона [9]:

$$\begin{aligned} & \xi_{i+1} = \\ & = \xi_i - \left[ \sum_{m=1}^M \text{Re} \left\{ \mathbf{J}_m^H(\xi_i) \mathbf{J}_m(\xi_i) \right\} \right]^{-1} \sum_{m=1}^M \text{Re} \left\{ \mathbf{J}_m^H(\xi_i) \vec{\mathbf{r}}_m(\xi_i) \right\}, \end{aligned}$$

где  $\vec{\mathbf{r}}_m(\xi_i) = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}(\xi_i) \mathbf{Q}^H(\xi_i)) \hat{\vec{\mathbf{e}}}_m$ ,  $\mathbf{J}_m(\xi_i)$  — матрица Якоби от  $\vec{\mathbf{r}}_m(\xi_i)$ ,  $i$  — номер итерации,  $k$ -й столбец матрицы Якоби вычисляется по формуле [9]:

$$\frac{\partial \mathbf{r}_m(\xi_k)}{\partial \xi_k} \hat{\mathbf{e}}_m \approx (\mathbf{I} - \mathbf{Q}(\xi)\mathbf{Q}^H(\xi)) \frac{\partial \mathbf{Y}(\xi)}{\partial \xi_k} \mathbf{R}(\xi)^{-1} \mathbf{Q}^H(\xi) \hat{\mathbf{e}}_m.$$

Итерация заканчивается вычислением значения целевой функции (13). После выполнения каждой итерации проверяется сходимость целевой функции:

$$\left| f_{wc}^i - f_{wc}^{i+1} \right| \leq \epsilon.$$

Главной особенностью данного метода является то, что на каждом шаге итерации одновременно определяются значения ошибок в каналах и позиционирования АЭ, а также направления прихода ИРИ.

#### 4.3. МЕТОД ЭСТЕЛИ—

#### СВИНДЛЕХАРСТА—ОТТЕРСОНА

Метод вместо целевой функции (7) использует функцию [10]:

$$f_{eso} = \text{Tr} \left\{ \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \mathbf{V} \right\}, \quad (14)$$

$$\mathbf{V} = \left\{ \mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \right\}^\dagger \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\mathbf{\Lambda}}_s^{-1} \left( \hat{\mathbf{\Lambda}}_s - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I} \right)^2 \hat{\mathbf{E}}_s^H \left\{ \mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \right\}^{\text{IH}}.$$

В данном случае целевая функция (14) может быть записана в виде [10]:

$$f_{eso} = \vec{\mathbf{g}}^H \mathbf{M} \vec{\mathbf{g}},$$

$$\mathbf{M} = \left( \hat{\mathbf{E}}_N \hat{\mathbf{E}}_N^H \right) \otimes \left( \mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{A}^H \right)^T,$$

где  $\otimes$  — поэлементное умножение матриц.

Вектор ошибок  $\vec{\mathbf{g}}$  определяется как собственный вектор матрицы  $\mathbf{M}$  сопоставляемый с наименьшим собственным значением этой матрицы. Оценки направления ИРИ  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$  могут быть определены любым известным способом.

Данный метод подобен алгоритму Фридландер—Вайса в том отношении, что на каждом шаге итерации ошибки каналов и углы прихода ИРИ определяются раздельно друг от друга. Эта особенность приводит к зависимости результатов оптимизации функций  $f_{eso}$  и  $f_{fw}$  от первоначального предположения относительно значений матрицы  $\mathbf{\Gamma}$ , что будет выражаться в таком поведении, когда функции  $f_{eso}$  и  $f_{fw}$  сойдутся к наименьшему числу, а значения углов  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$  и ошибки каналов будут часто определяться неправильно. Эта характерная черта отсутствует в методе Ванга-Кедзоу, который использует дифференцирование функции. Такая функция содержит случайную составляющую шума, который искажает значение вычисляемой производной при малых значениях ОСШ.

С учетом выше описанных недостатков методов был разработан новый алгоритм определения фазовых ошибок и углов прихода одновременно на каждом шаге итерации, использующий дифференцирование функции и практически не зависящий от шума.

#### 4.4. ОПИСАНИЕ ПРЕДЛОЖЕННОГО АЛГОРИТМА

Предложенный подход основан на использовании свойства ортогональности матрицы шумового подпространства и направляющих векторов сигналов, приходящих на АР, которые в [8] дополнены вектором ошибок каналов. В процессе работы алгоритма используется Якоби-подобная матрица и метод наискорейшего спуска для минимизации целевой функции. После использования данного подхода применяется технология диаграммообразования с подавлением помех и поэтому для его работы необходимо, чтобы на АР приходило не менее двух сигналов. Кроме того, необходимо, чтобы все приходящие сигналы были некоррелированными или слабо коррелированными.

В присутствии ошибок в каналах ЦАР направляющий вектор сигналов преобразуется к виду:

$$\vec{\mathbf{h}}_m = \mathbf{\Gamma} \vec{\mathbf{a}}(\theta_m) \text{ при } m = 1 \dots M$$

Каждый элемент вектора  $\vec{\mathbf{h}}_m$  можно представить как:

$$h_{nm} = g_n \exp \left\{ j \left[ -k_m R \cos \left( \theta_m - \frac{2\pi n}{N} \right) + \phi_n \right] \right\} = g_n \exp \{ j \varphi_{nm} \},$$

где  $\varphi_{nm} = -k_m R \cos \left( \theta_m - \frac{2\pi n}{N} \right) + \phi_n$  — полный угол на  $n$ -м АЭ, обусловленный  $m$ -м приходящим сигналом и фазовой ошибкой  $\phi_n$  в этом канале.

Предложенный алгоритм использует следующее свойство [8]:

$$\hat{\mathbf{E}}_N^H \vec{\mathbf{h}}_m = 0 \text{ для } m = 1 \dots M$$

Таким образом, необходимо найти такие значения фазовых  $\hat{\phi}_{nm}$  и амплитудных  $\hat{g}_n$  сдвигов в каждом из каналов АР, чтобы они были максимально близки к реальным фазовым и амплитудным сдвигам элементов векторов  $\vec{\mathbf{h}}_m$ , что приведет к минимизации следующей целевой функции:

$$f_{our} = \sum_{m=1}^M \left\| \hat{\mathbf{E}}_N^H \vec{\mathbf{h}}_m \right\|^2, \quad (15)$$

Минимизация согласно предложенному подходу проходит за четыре последовательных шага.

*Шаг 1. Определение амплитудных ошибок в каналах AP.*

Амплитудные ошибки находятся из главной диагонали пространственной корреляционной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ , которую можно получить из выражения:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_n^H(k)x_n(k) = (\mathbf{\Gamma A R}_{ss} \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H) + \sigma^2 \mathbf{I}.$$

Если сигналы некоррелированы или слабо коррелированы, то корреляционная матрица сигналов имеет следующую структуру:

$$\mathbf{R}_{ss} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{m-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_M \end{bmatrix},$$

где  $p_m$  — мощность  $m$ -го ИРИ на произвольном АЭ.

Главную диагональ матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  можно описать как:

$$\hat{\mathbf{R}}_{nn} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_n^H(k)x_n(k), \quad n = 1 \dots N,$$

где  $\hat{\mathbf{R}}_{nn}$  —  $n$ -е значение главной диагонали матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ . Поскольку

$$x_n(k) = g_n \sum_{m=1}^M s_m(k) \exp(j\varphi_{nm}) + n_n(k),$$

тогда вектор амплитудных ошибок можно найти из выражения:

$$\vec{\mathbf{g}}_{AMP} \approx \sqrt{\frac{\hat{\mathbf{R}}_{11}}{\hat{\mathbf{R}}_{nm}}}, \quad n = 1 \dots N$$

Таким образом, на первом шаге становятся известными амплитуды элементов матрицы  $\mathbf{\Gamma}$ .

*Шаг 2. Определение первоначальных значений фаз вектора  $\vec{\mathbf{h}}_m$ .*

Фазовые сдвиги  $\varphi_{nm}$  определяются алгоритмом оптимизации, первоначальные значения которого можно получить, используя стандартный метод MUSIC и найденный вектор амплитудных ошибок:

$$P(\theta) = \max_{\theta} \left\| \hat{\mathbf{E}}_N^H \text{diag}(\vec{\mathbf{g}}_{AMP}) \vec{\mathbf{a}}(\theta) \right\|^2.$$

Оценивая полученные направления прихода сигналов, можно определить начальные значения фаз векторов  $\vec{\mathbf{h}}_m$ .

*Шаг 3. Определение значений фаз вектора  $\vec{\mathbf{h}}_m$ .*

Для задачи минимизации функции  $f_{our}$  по величинам  $\varphi_{nm}$  используется алгоритм наискорейшего спуска. В общем случае, имеется произвольная целевая функция  $f(k_1, k_2, \dots, k_n)$  и необходимо найти такие значения переменных  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , чтобы  $f(k_1, k_2, \dots, k_n) = 0$ . Для этого используется следующее выражение:

$$\vec{\mathbf{k}}_{i+1} = \vec{\mathbf{k}}_i - \lambda_i \nabla f(\vec{\mathbf{k}}_i),$$

где  $\vec{\mathbf{k}}_i$  — вектор переменных на  $i$ -й итерации,  $\nabla f(\vec{\mathbf{k}}_i)$  — частные производные функции  $f$  от переменных  $k_1, k_2, \dots, k_n$ ,  $\lambda_i$  — значение, минимизирующее функцию  $\varepsilon(\lambda) = f[\vec{\mathbf{k}}_i - \lambda_i \nabla f(\vec{\mathbf{k}}_i)]$  на каждом шаге итерации.

Для использования алгоритма наискорейшего спуска были приняты следующие предположения:

1. В качестве элементов вектора переменных  $\vec{\mathbf{k}}$  используются фазы  $\varphi_{nm}$ , которые можно объединить в матрицу  $\mathbf{\Phi}$  полных фаз каналов для всех приходящих сигналов размерностью  $N \times M$ :

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ \varphi_{12} & \dots & \dots & \varphi_{M2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{1N} & \dots & \dots & \varphi_{MN} \end{bmatrix}.$$

Один из АЭ выбирается опорным, поэтому в матрице  $\mathbf{\Phi}$  значения соответствующей строки равны нулю, в нашем случае выбран первый АЭ.

2. Вычисленные производные функции (15) от каждого элемента матрицы  $\mathbf{\Phi}$ , кроме первой строки, объединяются в матрицу вида:

$$\frac{\partial f_{our}}{\partial \varphi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ \frac{\partial f_{our}}{\partial \varphi_{12}} & \dots & \dots & \frac{\partial f_{our}}{\partial \varphi_{M2}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{our}}{\partial \varphi_{1N}} & \dots & \dots & \frac{\partial f_{our}}{\partial \varphi_{MN}} \end{bmatrix}.$$

Структура матрицы  $\frac{\partial f_{our}}{\partial \varphi}$  подобна структу-

ре матрицы Якоби  $\mathbf{J}_n(\xi_i)$  метода Ванга—Кедзоу, который в слабой шумовой обстановке в наибольшей степени позволяет снизить среднеквадратическое отклонение определения углов прихода сигналов ( $\text{СКО}_{\sigma}$ ) в присутствии ошибок каналов [11]. Также целевая функция  $f_{our}$

подобна функции  $f_{fu}$ , поскольку метод Фридландер-Вайса малочувствителен к отношению сигнал-шум (ОСШ) и показывает стабильные результаты снижения СКО $_{\sigma}$  во всем шумовом диапазоне [11].

Тогда, чтобы минимизировать целевую функцию  $f_{our}$  используется алгоритм наискорейшего спуска:

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i - \lambda_i \frac{\partial f_{our}}{\partial \varphi_i}. \quad (16)$$

3. Значения амплитудных ошибок в каналах АР, найденные на шаге 3, неизменно используются в функции (16) в каждой итерации.

Шаг 4. Определение углов прихода сигналов.

Пусть имеется  $M \geq 2$  сигналов с их направляющими векторами  $\vec{a}_m^{\varphi}$  ( $m = 1..M$ ) с учетом фазовых ошибок в каналах. Тогда запишем:

$$\vec{a}_1^{\varphi} = \text{diag}\{\vec{\varphi}\}\vec{a}(\theta_1),$$

где  $\vec{\varphi}$  — комплексный вектор фазовых ошибок в каналах. Тогда

$$\text{diag}\{\vec{\varphi}\} = \text{inv}\{\text{diag}\{\vec{a}(\theta_1)\}\}\vec{a}_1^{\varphi},$$

$\vec{a}_m^{\varphi} = \text{inv}\{\text{diag}\{\vec{a}(\theta_1)\}\}\vec{a}_1^{\varphi}\vec{a}(\theta_m)$ , для  $m = 2..M$ , где  $\text{inv}\{\dots\}$  — операция получения обратной матрицы.

Поскольку значения вектора  $\vec{\varphi}$  содержатся в векторе  $\vec{a}_m^{\varphi}$  каждого сигнала, то задача определения углов ИРИ сводится к следующей задаче оптимизации:

$$\min_{\theta} \left\| \hat{\vec{a}}_m^{\varphi} - \text{inv}\{\text{diag}\{\vec{a}(\theta_1)\}\}\hat{\vec{a}}_1^{\varphi}\vec{a}(\theta_m) \right\|^2, \quad \text{для } m = 2..M$$

где  $\hat{\vec{a}}_1^{\varphi}$  и  $\hat{\vec{a}}_m^{\varphi}$  — направляющие векторы первого и  $m$ -го сигналов, полученные на третьем шаге.

Следует отметить, что для целей дальнейшего формирования диаграммы направленности (ДН) по данному подходу необязательно выполнять шаг 4, т.к. для получения вектора  $\vec{w}$  необходим полный вектор  $\vec{h}_m$ , который сообщает о фактической пространственной и физической структуре АР.

## 5. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОКАЛИБРОВОЧНЫХ АЛГОРИТМОВ ПРИ НАЛИЧИИ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ОШИБОК В КАНАЛАХ ЦАР

Алгоритмы реализуются в цифровой форме, т. е. без использования фазовращателей в ана-

логовом тракте приема. При этом предполагается, что данные приходят на АР в горизонтальной плоскости.

Оценка определения координат источников ИРИ осуществляется для кольцевой АР с  $N = 5$  АЭ, расстояние между ними составляет  $0.5\lambda$ , в этом случае матрица взаимного влияния  $\mathbf{C}$  не учитывается и при воздействии равномошных сигналов в направлениях  $25^\circ$  и  $85^\circ$  относительно первого АЭ. В каналы вносится некоррелированный шум со значениями ОСШ равными 40, 20 и 10 дБ. Кроме того, в каждый из каналов добавляются амплитудные и фазовые ошибки, которые считаются постоянными за время обработки (условно-постоянная модель ошибок):

$$g_n = 1 + \text{СКО}_g \rho, \quad \phi_n = \text{СКО}_\phi \rho,$$

где  $\rho$  — нормально распределенная случайная величина,  $\text{СКО}_g$  — среднеквадратическое отклонение амплитудной ошибки,  $\text{СКО}_\phi$  — среднеквадратическое отклонение фазовой ошибки.

Среднеквадратическое отклонение  $\text{СКО}_\sigma$  оценки пеленга от его истинного значения определяется по следующей формуле [12]:

$$\text{СКО}_{\sigma_m} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{\theta}_{i,m} - \theta_m)^2}{L - 1}},$$

где  $\hat{\theta}_{i,m}$  — оценка координаты  $m$ -го ИРИ в  $i$ -том испытании,  $\theta_m$  — истинный пеленг  $m$ -го ИРИ,  $L$  — количество испытаний.

Численные оценки проводились в начальном предположении, что матрица ошибок  $\mathbf{G}$  является единичной. Для каждого метода и каждого значения сигнал-шум число испытаний равно 250.

После определения углов прихода сигналов и неоднородностей в каналах ЦАР формировалась ДН. Для получения вектора  $\vec{w}$  (рис. 1) использовался метод управляющий нулями ДН, предложенный Годара [13]. В идеальном случае весовые коэффициенты вычисляются по следующей зависимости:

$$\vec{w}^H = \vec{u}_1^T \cdot \mathbf{A}^H (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1},$$

где  $\vec{u}_1^T$  — декартовский базисный вектор. Последнее выражение, однако, не учитывает неоднородности в каналах ЦАР, что приводит к формированию искаженной ДН. С учетом найденных фазовых и амплитудных ошибок коэффициенты вектора  $\vec{w}$  вычисляются по модифицированному выражению:

$$\vec{w}^H = \vec{u}_1^T \cdot \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H (\mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1}$$

Дисперсия шума  $\sigma^2$  определялась, как среднее значение собственных значений шумового подпространства матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ .

После получения весового вектора в каждом испытании были вычислены значения величины отношения полезного сигнала к помехе с шумом (ОСПШ):

$$\text{ОСПШ} = \frac{\vec{w}^H (\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_{ds} \mathbf{R}_{ds} \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{A}_{ds}^H) \vec{w}}{\vec{w}^H (\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_{uu} \mathbf{R}_{uu} \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{A}_{uu}^H + \mathbf{R}_{nn}) \vec{w}}$$

где  $\mathbf{A}_{ds}$  и  $\mathbf{A}_{uu}$  — матрицы направляющих векторов полезного сигнала и помех соответственно,  $\mathbf{R}_{ds}$  и  $\mathbf{R}_{uu}$  — ковариационные матрицы полезного сигнала и помех соответственно. Информационным считается сигнал, приходящий с направления  $25^\circ$ .

На рис. 2—4 представлены зависимости СКО оценки направления прихода ИРИ и среднего значения ОСПШ для всех испытаний от СКО амплитудных и фазовых ошибок для методов Фридландер—Вайса, Ванга—Кедзоу,

Эстели—Свиндлхарста—Оттерсона и предложенного алгоритма.

Из рисунков 2 а), б) видно при данных фазовых и амплитудных ошибках самые малые значения СКО $_{\sigma}$  показывают предложенный подход и Ванга—Кедзоу, причем СКО $_{\sigma}$  предложенного подхода меньше. Объясняется это высокой точностью определения амплитудных ошибок из матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  и как следствие достаточно хорошей точности определения фазовых ошибок с учетом амплитудных. Методы Фридландер—Вайса и Эстели—Свиндлхарста—Оттерсона показали практически идентичные значения СКО $_{\sigma}$ , но при данной конфигурации АР и ОСШ равном 40 дБ сходимость метода Эстели—Свиндлхарста—Оттерсона составляла 33—53 %. Считалось, что алгоритм не сошелся, если он ухудшил отклонение определения угла ИРИ на  $15^\circ$  и более, по сравнению с обычным методом MUSIC.

Рисунки 2 в) и г) показывают увеличение ОСПШ предложенного алгоритма по сравнению с остальными методами, почти на 10 дБ

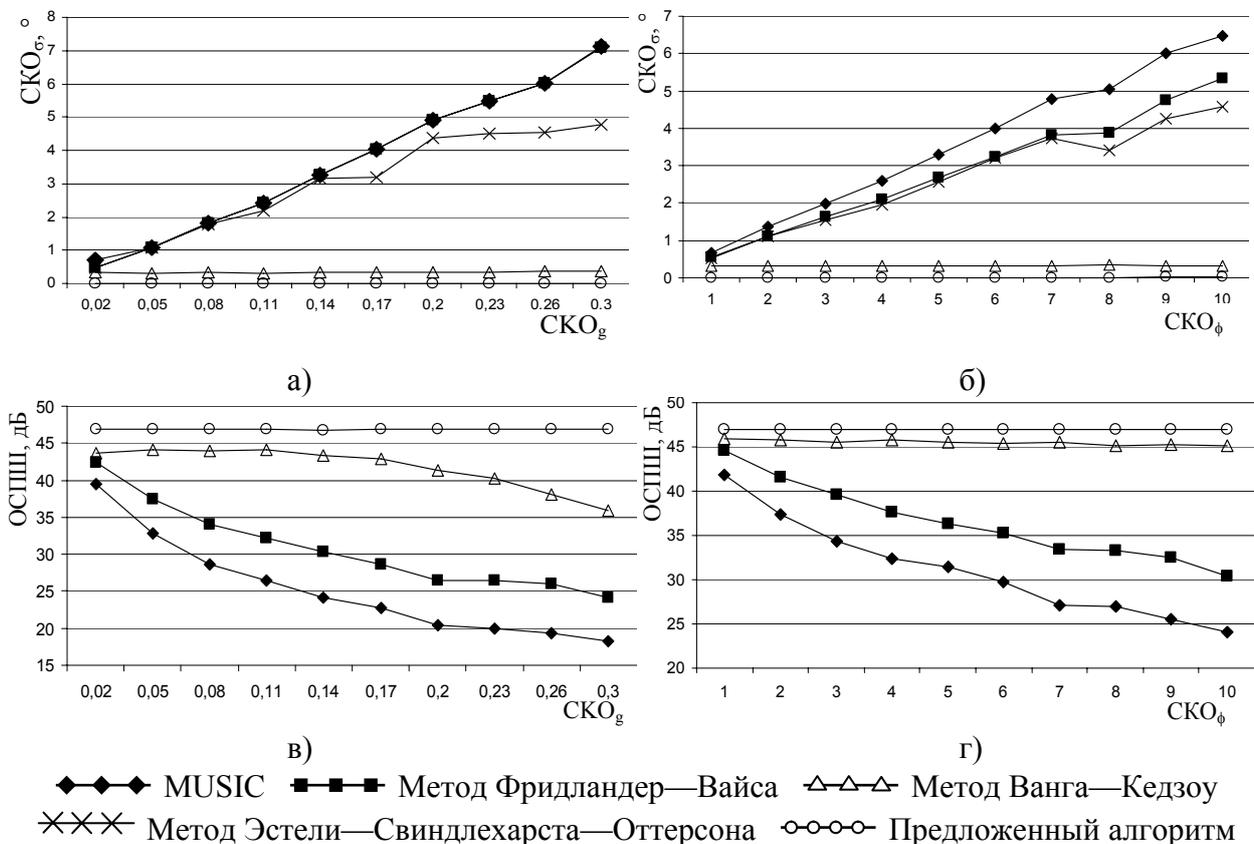


Рис. 2. Зависимость  $\text{СКО}_{\sigma}$  от  $\text{СКО}_g$  (а) и  $\text{СКО}_{\phi}$  (б) и среднего ОСПШ от  $\text{СКО}_g$  (в) и  $\text{СКО}_{\phi}$  (г) при ОСШ 40 дБ

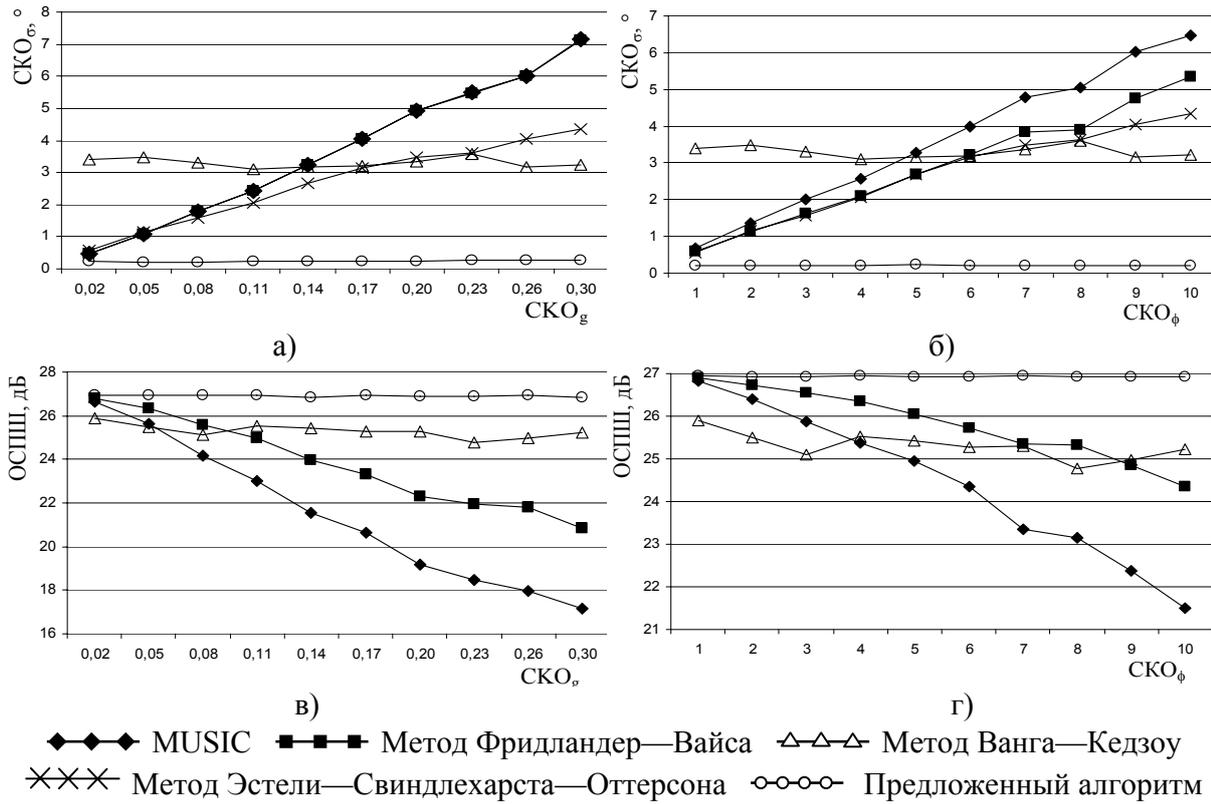


Рис. 3. Зависимость SKO<sub>σ</sub> от SKO<sub>γ</sub> (а) и SKO<sub>φ</sub> (б) и среднего ОСПШ от SKO<sub>γ</sub> (в) и SKO<sub>φ</sub> (г) при ОСПШ 20 дБ

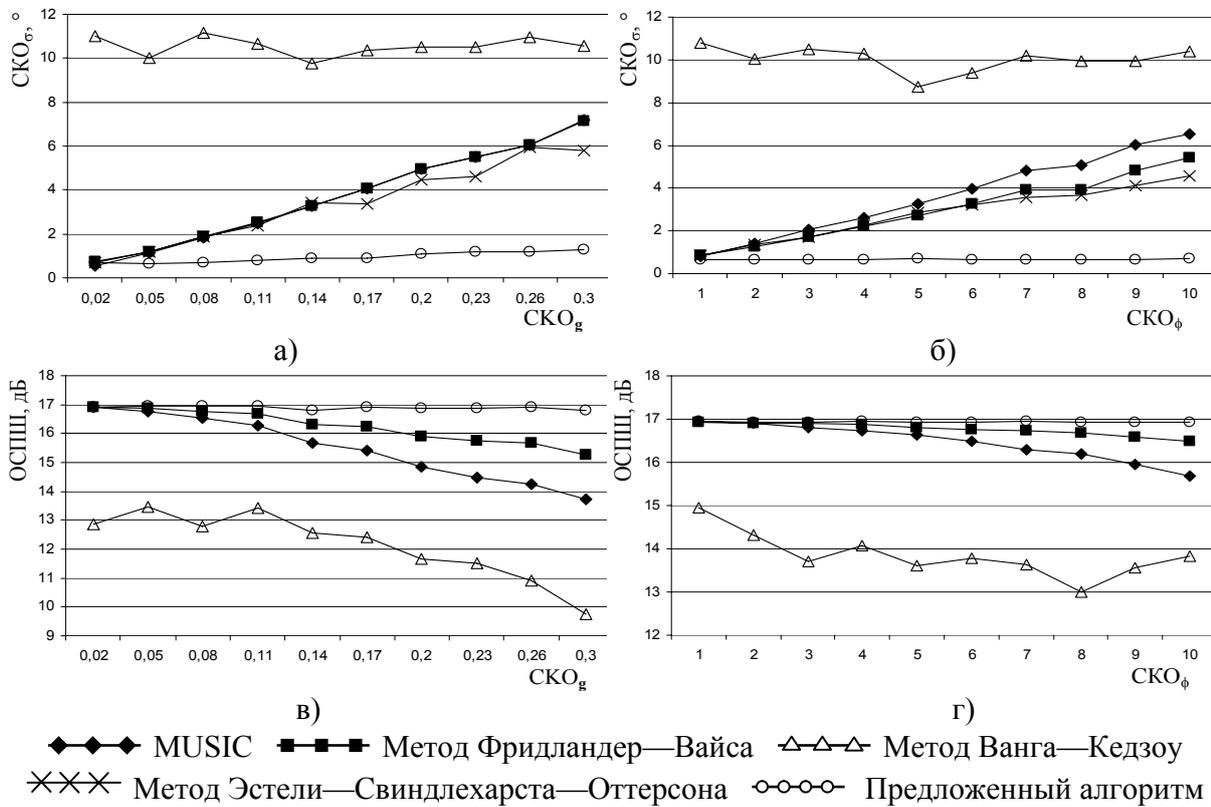


Рис. 4. Зависимость SKO<sub>σ</sub> от SKO<sub>γ</sub> (а) и SKO<sub>φ</sub> (б) и среднего ОСПШ от SKO<sub>γ</sub> (в) и SKO<sub>φ</sub> (г) при ОСПШ 10 дБ

при амплитудных ошибках и 5—15 дБ при фазовых ошибках. Вычисление среднего значения ОСПШ для метода Эстели—Свиндлехарста—Оттерсона не производился, поскольку он не сошелся в 33–53% случаях, однако  $СКО_{\sigma}$  было приведено для сравнения.

Из рисунков 3 а) — г) видно, что предложенный алгоритм показал значительно лучшие показатели в сравнении с другими алгоритмами. Для величины  $СКО_{\sigma}$  показатели оказались лучше на 3—7° и для ОСПШ — на 1—5 дБ.

Причем в сравнении с методом MUSIC улучшения достигали 7° для  $СКО_{\sigma}$  и до 10 дБ для ОСПШ. Как и в предыдущем случае, сходимость метода Эстели—Свиндлехарста—Оттерсона составляла 33—53 % от всего количества испытаний.

Для ОСШ равного 10 дБ значения  $СКО_{\sigma}$  предложенного алгоритма меньше, чем у других алгоритмов примерно на 5° для худших значений амплитудных и фазовых ошибок. Однако новый алгоритм не дал такого же улучшения величины ОСПШ, как в предыдущем случае, что связано с выбором алгоритма получения вектора  $\vec{w}$ , который не разрабатывался для минимизации некоррелированного шума на выходе АР.

Для последнего значения ОСШ и при малых значениях  $СКО_{\sigma}$  и  $СКО_{\phi}$  отказы метода Ванга—Кедзоу изменяются в пределах 0.001—2 %, а при больших значениях  $СКО_{\sigma}$  и  $СКО_{\phi}$  процент отказов увеличивается до 27 и 5—10 % соответственно. Кроме того, метод Ванга—Кедзоу сильно чувствителен к ОСШ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены автокалибровочные методы с условно-постоянной моделью ошибок в каналах ЦАР, позволяющие снижать среднеквадратическое отклонение определения координаты ИРИ, а также повысить выходное отношение мощности полезного сигнала к мощности помех и шума. Предложен новый алгоритм, который основан на использовании свойства ортогональности шумового подпространства и направляющих векторов сигналов, вычислении полных фаз во всех каналов цифровой антенной решетки, а также метода наискорейшего спуска.

Анализ показал, что метод Ванга—Кедзоу позволяет получить наилучшие результаты снижения  $СКО_{\sigma}$  и повысить ОСПШ в каналах ЦАР для значений ОСШ от 40 дБ и выше, в

то время как предложенный алгоритм позволяет снизить  $СКО_{\sigma}$  для всех исследованных значений ОСШ в сравнении с остальными описанными в этой работе методами.

Менее привлекательным с точки зрения снижения  $СКО_{\sigma}$  является метод Эстели—Свиндлехарста—Оттерсона. Данный метод чувствителен к значению ОСШ и имеет более 50 % отказов определения координат ИРИ. Метод Фридландер—Вайса малочувствителен к ОСШ, позволяет снижать  $СКО_{\sigma}$  и повышать ОСПШ в присутствии фазовых ошибок и практически не изменяет  $СКО_{\sigma}$  и ОСПШ в присутствии амплитудных ошибок. Предложенный алгоритм подобно методу Фридландер—Вайса малочувствителен к ОСШ и устойчив к ошибкам в каналах ЦАР, как метод Ванга—Кедзоу в слабо шумовой обстановке.

Таким образом, новый алгоритм является более пригодным для снижения среднеквадратического отклонения определения координаты ИРИ и увеличения отношения мощности полезного сигнала к мощности помехи и шума.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Sarkar. T.K. Smart Antennas / T. K. Sarkar, M. C. Wicks, M. Salazar-Palma, R.J. Bonneau. — New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2003, 453 p.*
2. *Ботов В.А. Калибровка антенной решетки для пеленгатора с угловым разрешением коррелированных сигналов / В. А. Ботов, Д. В. Кротков, А. Н. Кренин // Антенны. — 2008. — Вып. 7—8. — С. 87—91.*
3. *Нечаев Ю.Б. Оценка влияния параметров модуля первичной обработки на работу цифровой антенной решетки / Ю. Б. Нечаев, Д. Н. Борисов, И. В. Пешков // Нелинейный мир. — 2010. — Т. 8. — № 3. — С.151—159.*
4. *Litva J. Digital Beamforming in Wireless Communications / J. Litva, T. Kwok-Yeung Lo. — Boston: Artech House, 1996. — 301 p.*
5. *Krim H. Two decades of Array Signal Processing Research / H. Krim, M. Viberg // IEEE Signal Processing Magazine. — 1996. — Vol. 7. — P. 67—94.*
6. *Qiong L. An Overview of Self-Calibration in Sensor Array Processing / L. Qiong, G. Long, Y. Zhongfu // Proceeding of 6th International Symposium on Antennas, Propagations and EM Theory. — 2003. — № 28. — P. 279—282.*
7. *Tyler N. Adaptive Antennas: The Calibration Problem / N. Tyler, B. Allen, H. Aghvami // IEEE Communications Magazine. — 2004. — Vol. 42, — № 12. — P. 114—122.*
8. *Friedlander B. Direction Finding in the Presence of Mutual Coupling / B. Friedlander, A. J. Weiss //*

IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 1991. — Vol. 39, — № 3. — P. 273—284.

9. Wang C. Direction-Finding with Sensor Gain, Phase and Location Uncertainty / C. Wang, J. A. Cadzow // Proceeding IEEE ICASSP'91. — 1991. — Vol. 2. — P. 1429—1432.

10. Astely D. Spatial Signature Estimation for Uniform Linear Arrays with Unknown Receiver Gains and Phases / D. Astely, A. L. Swindlehurst // IEEE Transaction on Signal Processing. — 1999. — Vol. 47. — № 8, P. 2128—2138.

11. Нечаев Ю.Б., Борисов Д.Н., Пешков И.В. Оценка отклонения определения угла прихода радиосигнала автокалибровочных методов пеленгации

*Нечаев Ю. Б. — Воронежский государственный университет, профессор кафедры информационных систем, д.ф.-м.н., профессор, Воронежский государственный университет  
Тел. (4732)20-87-24  
E-mail: vnn-61@mail.ru*

*Борисов Д. Н. — доцент кафедры информационных систем, к.т.н., Воронежский государственный университет  
Тел. (4732)20-87-24  
E-mail: borisov@cs.vsu.ru*

*Пешков И. В. — аспирант кафедры информационных систем, Воронежский государственный университет.  
Тел. (4732)20-87-24  
E-mail: fraps@rambler.ru*

радиоизлучения с условно-постоянной моделью амплитудно-фазовых ошибок в каналах цифровой антенной решетки // Материалы IX международной научно-технической конференции “Физика и технические приложения волновых процессов”. — Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2010. — С. 35—36.

12. Бахвалов Н.С. Численные методы: учебное пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 3-е изд., доп. и перераб. — М.: БИНОМ, 2004. — С. 636.

13. Godara L. Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-of-Arrival Considerations / L. Godara // Proceedings of the IEEE. — 1997. — Vol. 85. — № 8. — P. 1195—1245.

*Nechaev Yu. B. — Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., professor of information systems department of the Voronezh State University  
Tel. (4732)20-87-24  
E-mail: vnn-61@mail.ru*

*Borisov D. N. — Cand. Sci. (Eng.), associate professor of information systems department of the Voronezh State University.  
Tel. (4732)20-87-24  
E-mail: borisov@cs.vsu.ru*

*Peshkov I. V. — graduate student of information systems department of the Voronezh State University.  
Tel. (4732)20-87-24  
E-mail: fraps@rambler.ru*