

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ СОВМЕСТНЫХ ОЦЕНОК ДВУХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА МАЛОРАЗМЕРНОЙ ЦЕЛИ В БИСТАТИЧЕСКОЙ ТЕНЕВОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Д. В. Звягин

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 31.03.2011 г.

Аннотация. Получены аналитические выражения, характеризующие точность совместного оценивания параметров движения неточечной цели в бистатической теневой радиолокационной системе. Проанализировано влияние истинных величин данных параметров на вероятностные характеристики их оценок.

Ключевые слова: теневая радиофизическая система, базовая линия, потенциальная точность.

Abstract. Analytical expressions characterizing the accuracy of joint estimation of motion parameters of non-point targets in the bistatic shadow radar system are obtained. The influence of the true values of these parameters on the probabilistic characteristics of their evaluations is analyzed.

Keywords: shadow radio physical system, base line, potential accuracy.

ВВЕДЕНИЕ

Под словом радиолокатор обычно подразумевается радиотехническое устройство, состоящее из расположенных в одном месте передатчика, приемника, антенного переключателя с антенной и блока обработки сигналов [1]. Радиолокатор излучает электромагнитные волны и принимает сигналы, отраженные от находящихся в пространстве предметов. Так как сигнал от облученного предмета расходится во всех направлениях, то возможно определение координат цели и в случае, когда приемник располагается далеко от излучающего передатчика. Такие радиолокаторы называют бистатическими. В настоящее время возрос практический интерес именно к таким радиолокаторам, конфигурация которых предполагает наличие разнесенных в пространстве одной передающей и одной приемной станций [1, 2]. Целью настоящей статьи является определение потенциальной точности совместных условных оценок двух параметров информативной составляющей теневого сигнала от малоразмерной цели с конечной площадью отражающей поверхности в бистатической радиолокационной системе.

1. МОДЕЛЬ ПРИНИМАЕМОГО СИГНАЛА БИСТАТИЧЕСКОГО РАДИОЛОКАТОРА

Конфигурация бистатического радиолокатора представлена на рис. 1. Передатчик T , приемник R и цель G образуют так называемый бистатический треугольник. Будем называть линию, проходящую между T и R — базовой линией, а расстояние TR — базой радиолокатора L . Далее рассматривается случай плоской задачи, когда плоскость бистатического треугольника $T-G-R$ не меняет своего положения в пространстве.

Пусть цель является малоразмерной (имеющей малую, но ненулевую, площадь S) и, следовательно, создающей тень. Также будем полагать, что приёмник излучает монохроматическую волну на частоте f_0 . Используя для решения дифракционной задачи метод Кирх-

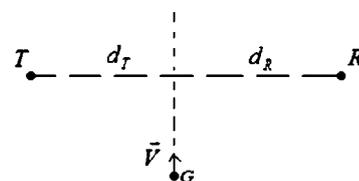


Рис. 1

гофа и принцип Бабинера, можно получить следующую модель принимаемого в данном случае сигнала [1]:

$$s_R(t) = A \cos \left[2\pi \left(f_0 t - \frac{L}{\lambda} \right) \right] + \frac{2AS}{\rho_1^2} \sin \left\{ 2\pi \left[f_0 t - \frac{L}{\lambda} - \frac{V^2 (t - t_0)^2}{2\rho_1^2} \right] \right\}, \quad (1)$$

где A — амплитудный множитель; $\lambda = c/f_0$ — длина зондирующей волны (c — скорость света); $\rho_1 = \sqrt{\lambda d_T d_R / L}$ — радиус первой зоны Френеля; V — модуль скорости цели; t_0 — момент пересечения целью базовой линии радиолокатора; d_T и d_R — расстояния до точки пересечения целью базовой линии от передатчика и приемника соответственно.

Вводя следующие обозначения

$$F = V/\rho_1, \quad \Phi = Ft_0 = Vt_0/\rho_1, \quad (2)$$

формулу (1) можно переписать в виде:

$$s_R(t) = e(t) + s_{sh}(t), \quad (3)$$

где

$$e(t) = A \cos \left[2\pi \left(f_0 t - \frac{L}{\lambda} \right) \right],$$

$$s_{sh}(t) = \frac{2AS}{\rho_1^2} \sin \left\{ 2\pi \left[f_0 t - \frac{L}{\lambda} - \frac{(Ft - \Phi)^2}{2} \right] \right\}. \quad (4)$$

Как видно из формулы (3), принимаемый сигнал $s_R(t)$ является суммой неинформативного колебания $e(t)$ и информативного сигнала $s_{sh}(t)$. Информативный сигнал $s_{sh}(t)$ есть следствие «тени», отбрасываемой целью на приемную антенну. Он содержит информацию о скорости V цели и моменте t_0 пересечения целью G базовой линии радиолокатора.

Относительно введенных для удобства параметров F и Φ можно отметить, что F имеет размерность частоты, а параметр Φ безразмерен.

Из формул (1)—(4) следует, что прямое измерение скорости цели, V , и момента пересечения целью базовой линии, t_0 , невозможно. Эти параметры могут быть измерены лишь косвенно. Прямое измерение может быть проведено для вспомогательных параметров F и Φ , измерив которые можно затем вычислить скорость и момент пересечения базовой линии. Однако указанный расчет потребует априорного точного знания радиуса первой зоны

Френеля, ρ_1 . Неточное знание последнего снижает точность измерения скорости цели и момента пересечения целью базовой линии радиолокатора. Однако в настоящей статье величину ρ_1 будем полагать априорно известной.

2. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ СОВМЕСТНОЙ И НЕСОВМЕСТНОЙ УСЛОВНЫХ ОЦЕНОК ДВУХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА ТЕНЕВОГО РАДИОЛОКАТОРА В СЛУЧАЕ МАЛОРАЗМЕРНОЙ ЦЕЛИ

В общем виде задача оценки параметров сигнала при приеме на фоне помех может быть сформулирована следующим образом. Пусть в течение фиксированного интервала времени $[0, T]$ наблюдается некоторая реализация случайного процесса, являющаяся детерминированной скалярной функцией от полезного сигнала и помехи. На основе обработки наблюдаемой реализации необходимо произвести измерение, т.е. выработать оценку искомого, в общем случае, многомерного параметра. Одним из основных условий задачи оценки параметров сигнала является требование независимости оцениваемых параметров от времени в течение интервала приема.

Из-за наличия помех и конечного времени наблюдения любой оценке присущи ошибки, определяемые как критерием качества оценки, так и условиями, при которых происходит процесс оценивания. Поэтому задача оптимальной (наилучшей в определенном смысле) оценки параметра состоит в том, чтобы найти такой алгоритм определения параметра, при котором для заданного критерия оптимальности оценивания эти ошибки решения были бы минимальными. Требование малости ошибок в общем случае не имеет однозначного смысла. Однако при заданном критерии оценки можно сформировать показатель качества оценки, зависящий от оценок, и задача получения оптимальной оценки сводится к нахождению алгоритма получения оценки, который минимизирует этот показатель качества.

Существуют несколько подходов к вопросу о желательных свойствах точечных оценок. К их числу относятся, как правило, следующие свойства [3]:

1. Естественно попытаться построить такую точечную оценку, чтобы ее условная плотность

вероятности при фиксированном значении оцениваемого параметра была как можно более тесно сгруппирована вокруг истинного значения параметра.

2. Весьма желательно, чтобы оценка при длительном времени наблюдения совпадала бы с истинным значением оцениваемого параметра. Такая оценка называется состоятельной.

3. Оценка должна обладать свойствами достаточности, т.е. являться достаточной статистикой.

Существуют различные правила оценки, в зависимости от заданных априорных сведений об оцениваемом параметре. В настоящей работе рассматривается оценка максимального правдоподобия параметров детерминированного сигнала, обеспечивающая максимум максимуму логарифма функционала отношения правдоподобия.

Определим потенциальную точность совместных условных оценок параметров F и Φ , определенных в (2). Из практически возможных комбинаций сигнала и помех наибольший интерес представляет собой аддитивная смесь полезного сигнала $s(t, F, \Phi) \equiv s_R(t)$ и помехи $n(t)$:

$$x(t) = s(t, F_0, \Phi_0) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

где F_0 и Φ_0 — истинные значения неизвестных неэнергетических параметров (2), принадлежащие некоторым априорным областям их возможных значений; T — время наблюдения смеси сигнала и помехи. Будем полагать, что помеха $n(t)$ представляет собой реализацию нормального случайного процесса с нулевым средним значением $\langle n(t) \rangle = 0$ и функцией корреляции

$$K(t_1, t_2) = (N_0 / 2) \delta(t_1 - t_2), \quad (6)$$

где N_0 — физическая спектральная плотность мощности помехи, $\delta(*)$ — дельта функция Дирака.

Тогда выражение для функционала отношения правдоподобия можно написать в виде [4]:

$$\hat{\Lambda}(F, \Phi) = \exp \left\{ \int_0^T x(t)v(t, F, \Phi)dt - \frac{1}{2} \int_0^T s(t, F, \Phi)v(t, F, \Phi)dt \right\}, \quad (7)$$

где $v(t, F, \Phi)$ — так называемый опорный сигнал, являющийся решением интегрального уравнения

$$\int_0^T K(t, \tau)v(\tau, F, \Phi)d\tau = s(t, F, \Phi). \quad (8)$$

Решая уравнение (8) с учетом (6) получим следующее выражение для опорного сигнала $v(t, F, \Phi)$:

$$v(t, F, \Phi) = (2/N_0) s(t, F, \Phi). \quad (9)$$

В выражении (7) от принятой реализации $x(t)$ зависит лишь первое слагаемое в показателе экспоненты

$$Y_0(F, \Phi) = \int_0^T x(t)v(t, F, \Phi)dt. \quad (10)$$

Эта функция является достаточной статистикой и определяет ту существенную операцию, которую нужно произвести над принятой реализацией, чтобы извлечь всю информацию о неизвестных параметрах, содержащихся в реализации $x(t)$.

Введем в рассмотрение вектор столбец оцениваемых параметров $\vec{\sigma} = (F, \Phi)^T$, где верхний индекс T означает транспонирование. Тогда, используя выражение для выходного сигнала оптимального приемника, логарифм функционала отношения правдоподобия примет следующий вид:

$$Y(\vec{\sigma}) = Y_0(\vec{\sigma}) - \frac{1}{2} \hat{Q}(\vec{\sigma}), \quad (11)$$

где $\hat{Q}(\vec{\sigma}) = \int_0^T s(t, F, \Phi)v(t, F, \Phi)dt$.

Правую часть выражения (11) можно переписать в виде суммы сигнальной составляющей

$$\hat{S}(\vec{\sigma}) = \hat{S}(\vec{\sigma}_0, \vec{\sigma}) - \frac{1}{2} \hat{Q}(\vec{\sigma})$$

и помеховой составляющей $\hat{N}(\vec{\sigma})$, причем

$$Y(\vec{\sigma}) = \hat{S}(\vec{\sigma}) + \hat{N}(\vec{\sigma}). \quad (12)$$

Нетрудно показать, что сигнальная составляющая логарифма функционала отношения правдоподобия достигает абсолютного максимума при значениях $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_0$.

Выражение (12) можно записать в виде:

$$Y(\vec{\sigma}) = \rho^2 S(\vec{\sigma}) + \rho N(\vec{\sigma}), \quad (13)$$

где введены в рассмотрение $S(\vec{\sigma}) = \hat{S}(\vec{\sigma})\rho^{-2}$, $N(\vec{\sigma}) = \hat{N}(\vec{\sigma})\rho^{-1}$ — нормированные сигнальная и помеховая составляющие логарифма функционала отношения правдоподобия соответственно, а ρ — отношение сигнал-помеха по напряжению на выходе оптимального прием-

ника при значении $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_m$ [3, 4], соответствующем максимуму максимуму логарифма функционала отношения правдоподобия.

Так как отношение сигнал-помеха на выходе оптимального приемника не зависит от конкретного значения оцениваемых параметров $\vec{\sigma}$, то данный вектор параметров $\vec{\sigma}$ является неэнергетическим. При оценке таких параметров логарифм функционала отношения правдоподобия с точностью до произвольной константы совпадает с выражением (10).

В случае, когда оценка $\vec{\sigma}_m$ является внутренней точкой априорного интервала наблюдения, она может быть найдена как решение системы уравнений правдоподобия:

$$\left[\frac{dY(\sigma_i)}{d\sigma_i} \right]_{\vec{\sigma}_m} = 0, \quad \left[\frac{d^2Y(\sigma_i)}{d\sigma_i^2} \right]_{\vec{\sigma}_m} < 0, \quad i = 1, 2. \quad (14)$$

Наиболее продуктивное решение системы (14) получается при использовании метода малого параметра, в качестве которого удобно принять величину, обратную отношению сигнал-помеха по напряжению для принятого сигнала:

$$\varepsilon = \rho^{-1}. \quad (15)$$

С учетом (13) и (15) систему уравнений правдоподобия (14) запишем в таком виде:

$$\left[\frac{dS(\sigma_i)}{d(\sigma_i)} + \varepsilon \frac{dN(\sigma_i)}{d(\sigma_i)} \right]_{\vec{\sigma}_m} = 0 \quad i = 1, 2 \quad \begin{matrix} \sigma_1 = F \\ \sigma_2 = \Phi \end{matrix}. \quad (16)$$

Из (16) видно, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ решение системы совпадает с истинным значением параметра ($\vec{\sigma}_m = \vec{\sigma}_0$). Далее рассмотрим случай отсутствия аномальных ошибок. Тогда абсолютный максимум функции $Y(\vec{\sigma})$ расположен вблизи истинного значения компонент оцениваемого вектора параметров, так что решение уравнения правдоподобия можно искать в виде ряда по степеням ε :

$$\vec{\sigma}_m = \vec{\sigma}_0 + \varepsilon \vec{\sigma}_1 + \varepsilon^2 \vec{\sigma}_2 + \dots,$$

где $\vec{\sigma}_1 = (F_1, \Phi_1)^T$, $\vec{\sigma}_2 = (F_2, \Phi_2)^T$ и т.д.

Разлагая левую часть уравнений правдоподобия (16) в двумерный ряд Тейлора в окрестности точки $\vec{\sigma}_0$ и ограничиваясь тремя членами приближения оценки и приравнивая коэффициенты при ε в одинаковых степенях нулю, получаем систему уравнений для определения $\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\sigma}_3$.

В случае оценки двух параметров, нормированная сигнальная и помеховая функции

$$S(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) = S(F_1, \Phi_1; F_2, \Phi_2), \quad N(\vec{\sigma}_1) = N(F_1, \Phi_1), \quad (17)$$

имеют следующий аналитический вид:

$$\begin{aligned} S(F_1, F_2; \Phi_1, \Phi_2) &= \\ &= \rho^{-1} \int_0^T \sin \left(2\pi \left[f_0 t - \frac{L}{\lambda} - \frac{(F_1 t - \Phi_1)^2}{2} \right] \right) \times \\ &\times \sin \left(2\pi \left[f_0 t - \frac{L}{\lambda} - \frac{(F_2 t - \Phi_2)^2}{2} \right] \right) dt, \\ N(F_1, \Phi_1) &= \int_0^T \sin \left(2\pi \left[f_0 t - \frac{L}{\lambda} - \frac{(F_1 t - \Phi_1)^2}{2} \right] \right) n(t) dt. \end{aligned} \quad (18)$$

Первые и вторые моменты совместной оценки параметров F и Φ , а также коэффициент корреляции определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} b_F &= \langle F_m - F_0 \rangle, \quad b_\Phi = \langle \Phi_m - \Phi_0 \rangle, \\ D_F &= \langle F_m^2 \rangle - \langle F_m \rangle^2, \quad D_\Phi = \langle \Phi_m^2 \rangle - \langle \Phi_m \rangle^2, \\ K_{F\Phi} &= \langle (F_m - F_0)(\Phi_m - \Phi_0) \rangle, \end{aligned} \quad (19)$$

где операция усреднения $\langle * \rangle$ выполняется по всевозможным реализациям помехи $n(t)$ при фиксированных значениях оцениваемых параметров; b_F и b_Φ — смещения, D_F и D_Φ — дисперсии оценок параметров F и Φ соответственно; $K_{F\Phi}$ — коэффициент корреляции соответствующих оценок.

Как показывает расчет оценки параметров можно считать несмещенными и использовать в качестве основных параметров, характеризующих точность оценивания, дисперсию и корреляцию оценок F и Φ .

Решая систему уравнений правдоподобия (16) с учетом (18) и подставляя полученные найденные оценки параметров F и Φ в (19), получим следующие выражения для дисперсий их оценок и коэффициента корреляции между ними:

$$D_F = \frac{1}{2\pi^2 T^2 \rho^2} \frac{M(3,1,1)}{M(3,1,1)M(5,2,3) - M^2(4,1.5,2)}, \quad (20)$$

$$D_\Phi = \frac{1}{2\pi^2 \rho^2} \frac{M(5,2,3)}{M(3,1,1)M(5,2,3) - M^2(4,1.5,2)}, \quad (21)$$

$$K_{F\Phi} = \frac{1}{2\pi^2 T \rho^2} \frac{-M(4,1.5,2)}{M(3,1,1)M(5,2,3) - M^2(4,1.5,2)}, \quad (22)$$

где введена функция

$$M(a, b, c) = \frac{F_0^2 T^2}{a} - F_0 \Phi_0 \frac{T}{b} + \frac{\Phi_0^2}{c}.$$

В том случае, когда один из оцениваемых параметров является известной фиксированной величиной, а другой подлежит оценке, то данная оценка параметров называется несовместной. В этом случае вектор столбец оцениваемых параметров превращается в одиночный оцениваемый параметр, и можно получить характеристики несовместной оценки из характеристик совместной оценки, считая оценки параметров F и Φ некоррелированными, а величину не оцениваемого параметра априорно известной:

$$d_F = \frac{1}{2\pi^2 T^2 M(5, 2, 3) \rho^2},$$

$$d_\Phi = \frac{1}{2\pi^2 M(3, 1, 1) \rho^2}.$$

Как показывает расчет и в данном случае оценки F и Φ можно считать несмещенными.

Анализ выражений (20)—(22) позволяет сделать вывод о том, что с ростом истинной величины каждого из параметров точность их оценивания достаточно быстро растет. Дисперсии несовместных оценок параметров F и Φ достигают своих максимальных значений при $F^* = 5\Phi_0/4T$ и $\Phi^* = F_0 T/2$ соответственно. С учетом (2), данное обстоятельство физически означает следующее: наихудшей с точки зрения точности косвенной оценки скорости и момента пересечения базовой линии цели является та ситуация, когда на всем протяжении интервала наблюдения траектория цели симметрична относительно базовой линии теневого радиолокатора (цель достигает базовой линии в момент середины интервала наблюдения: $t_0 = T/2$). Этот случай движения цели на интервале наблюдения соответствует минимально возможному проявлению эффекта Доплера, а, следовательно, и минимуму извлекаемой информации из принимаемой смеси о скорости движения цели и моменте пересечения базовой линии.

Ниже представлены графические зависимости, построенные при отношении сигнал-помеха $\rho = 4$. Для удобства анализа представленных зависимостей примем длительность интервала наблюдения $T=1$ с., что позволит не проводить нормировку величины t_0 на длительность интервала наблюдения T для характеристики их взаимного положения на временной оси. При этом значении $t_0 = 1/2$ соответствует достижению целью базовой линии в середине интервала наблюдения.

На рис. 2 представлена зависимость разности дисперсий $D_F - d_F$ оценки параметра F , а также коэффициента корреляции $K_{F\Phi}$ оценок, от истинных величин параметров Φ_0 и F_0 . Их схожее поведение ясно из следующих физических соображений: возрастание по абсолютному значению коэффициента корреляции $K_{F\Phi}$ соответствует росту статистической зависимости между оценками параметров F и Φ , проявляющейся в ухудшении точностных характеристик совместного оценивания, т.е. возрастанию по величине дисперсий D_F и D_Φ , а следовательно и величин $D_F - d_F$ и $D_\Phi - d_\Phi$. Данное обстоятельство является прямым следствием алгоритма самой процедуры оценивания.

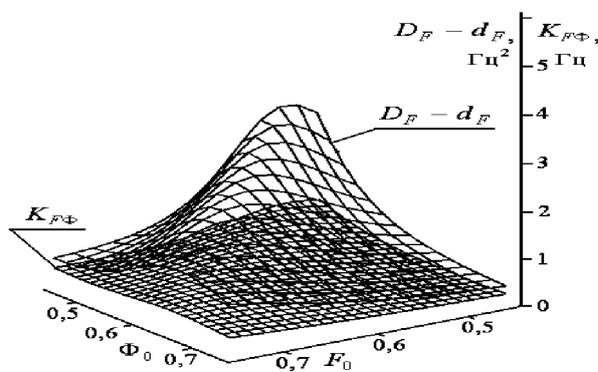


Рис. 2

Как известно [4], плотность вероятности оценки неэнергетического параметра может быть аппроксимирована нормальным законом распределения, так как сама оценка максимального правдоподобия является асимптотически нормальной по величине отношения сигнал-помеха. На рис. 3 представлена одномерная плотность условной вероятности W_F оценки параметра F в случаях несовместного (1) и совместного (2) оценивания при истинных значениях параметров $F_0 = 1$, $\Phi_0 = 0,5$. Из анализа данных графических зависимостей можно сделать вывод о том, что точность оценивания параметра F при совместной оценке обоих параметров ухудшается, по сравнению со случаем использования процедуры несовместного оценивания. Как показывают расчеты, для параметра Φ сохраняется аналогичная тенденция.

На рис. 4 представлена одномерная плотность условной вероятности W_Φ оценки параметра Φ при использовании процедуры совместного оценивания. Различные кривые соответс-

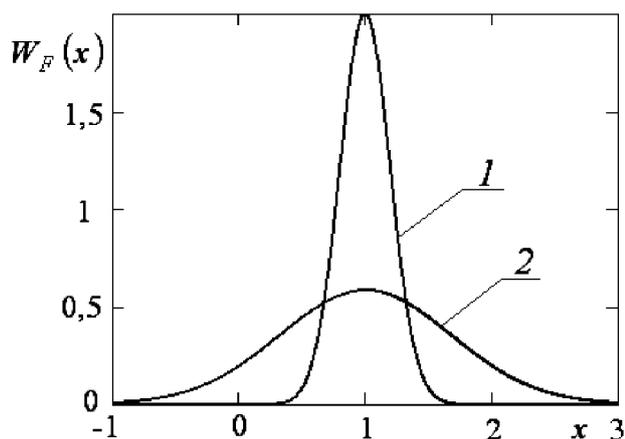


Рис. 3

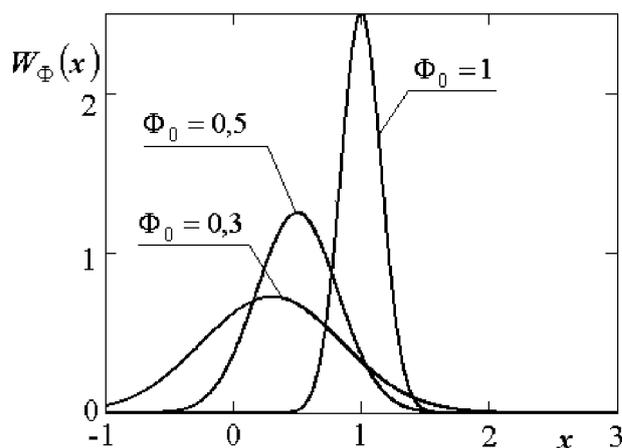


Рис. 4

твуют различным истинным значениям параметра $\Phi_0 = 0,3; 0,5; 1$ при фиксированном значении $F_0 = 1$. Точность оценивания параметра Φ увеличивается с ростом его истинной величины. Данное положение также остается справедливым относительно процедуры оценивания параметра F .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При фиксированном истинном значении одного из оцениваемых параметров сигнала, отраженного от малоразмерной движущейся цели, дисперсия оценки другого параметра уменьшается с ростом его истинной величины. Данный факт объясняется тем, что с ростом истинной величины одного из параметров увеличивается влияние эффекта Доплера на принимаемый сигнал, а значит и информация об

оцениваемом параметре. Полученные результаты отражают влияние геометрических параметров перемещения неточечной цели относительно базовой линии в бистатической теневой радиолокационной системе на точность оценивания параметров ее движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bistatic Radars: Principles and Practice / M. Cherniakov (Editor). — Chichester, UK: Wiley, 2007. — 504 p.
2. Advances in Bistatic Radar / N. Willis, H. Griffiths (Editors). — SciTech Publishing, 2007. — 650 p.
3. Куликов Е.И. Методы измерений случайных процессов / Е. И. Куликов. — М.: Радио и связь, 1986. — 272 с.
4. Куликов Е.И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифионов. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.

Звягин Денис Викторович — аспирант кафедры электроники Воронежского государственного университета.

Тел.: 89081331849

E-mail: den_archon@rambler.ru

Zvyagin D.V. — graduate student of the Electronics department. VSU

Tel. 89081331849

E-mail: den_archon@rambler.ru