УДК 517.927

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ОБЩЕЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОДУ

С. В. Исраилов, А. А. Сагитов

Чеченский государственный университет г. Грозный

Поступила в редакцию 25.09.2009 г.

Аннотация. В работе ставится и изучается краевая задача новой структуры для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, из которой получаются при некоторых значениях присутствующих параметров многие известные и ранее исследованные задачи (Коши, Валле Пуссена, Николетти и др.). Приводится две теоремы о существовании и единственности решения, полученных путем преобразования данной задачи к другим задачам.
Ключевые слова: краевая задача общей структуры, линейные отображения, эквивалентные краевые задачи, существование и единственность решения.

Abstract. In this work there is set and studied boundary value problem of new structure for singular differential equations system from which comes out at some values of present parameters many known and earlier investigated solutions (Cauchy, de la Vallee-Poussin, Nickoletti, etc.) is put and studied. There is shown two theorems of existence and uniqueness of the solution which are received by transformation of the given problem and other problems.
Keywords: boundary value problem of generic structure, linear mapping, equivalent boundary value problem, existence and uniqueness of the solution.

1. Задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

$$y_i' = f_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n),\ i = \overline{1,n}, \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$y_i(x_i) = 0,\ i = \overline{1,n}, \tag{2}$$

сформулированная в области $D: \{|y_i| \le d_i,\ x \in [a,b]\}$, где $d_i, i = \overline{1,n}$, данные числа, $x_i \in [a,b]$, $i = \overline{1,n}$, как для непрерывных правых частей $f_i, i = \overline{1,n}$, по совокупности аргументов, так и для сингулярных по независимый переменный x и по фазовым координатам y_i, $i = \overline{1,n}$, изучена многими авторами и называется по разному: задача Николетти [1, 7], задача не типа Коши [2, 3], задача Коши—Николетти [4, 5, 6] и т.д. Различные ее вариации рассматривались и для функционально-дифференциальных и дифференциально-алгебраических систем. Получены достаточно тонкие признаки существования и единственности решения [6, 8].

Здесь для системы (1) исследуется специальная многоточечная краевая задача с условиями:

$$\begin{gathered} y_{k_i}(x_{i,k_i}) = 0,\ i = 1, 2, \dots, m, \\ k_i = 1, 2, \dots, r_i,\ \sum_{k=1}^{m} r_k = n, \end{gathered} \tag{3}$$

где $x_{i,k_i} \in [a,b]$, $m \in \{1, 2, \dots, n\}$, $r_i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$.

Для наглядного обозрения расшифруем структуру (3) и запишем ее в равносильном виде:

$$\begin{cases} y_1(x_{11}) = y_2(x_{12}) = \dots = y_{r_1}(x_{1,r_1}) = 0, \\ y_1(x_{21}) = y_2(x_{22}) = \dots = y_{r_2}(x_{2,r_2}) = 0, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ y_1(x_{m,1}) = y_2(x_{m,2}) = \dots = y_{r_m}(x_{m,r_m}) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Из-за равенства $r_1 + r_2 + \dots + r_m = n$ при $m = 1$ имеем $r_1 = n$ и в равенствах (4) остается только первая строка, означающая условие задачи Николетти, т.е. при $m = 1$ задача (1), (3) совпадает с задачей Николетти (1), (2), если положить $x_i = x_{1i}$, $i = \overline{1,n}$; в частности, когда $x_{11} = x_{12} = \dots = x_{1n}$, получаем задачу Коши.

Если в (3) или (4) одно или несколько из чисел $r_1, r_2, \dots, r_m$ равняется нулю, то из условий (4) выпадают строки, соответствующие им; при $m = n$ из равенства $r_1 + r_2 + \dots + r_m = n$ следует $r_1 = r_2 = \dots = r_m = 1$ в случае $r_i \ne 0$, $i = \overline{1,m}$, и имеем задачу Валле—Пуссена [7, 8].

При $m = 2$ имеем $r_1 + r_2 = n$ и если ни одно из чисел r_1, r_2 не равняется нулю, то в равенствах (4) остаются только первые две строки, при $m = 3$ получается $r_1 + r_2 + r_3 = n$ и если

$r_k \neq 0,\ k = 1,2,3,$ то в условиях (4) остается только первые три строки и т.д.

Таким образом, придавая различные натуральные числовые значения $m \in \{1,2,...,n\}$ и комбинируя числами $r_1, r_2, ..., r_m$, из граничных условий (3), получаем как ранее изученные краевые задачи, так и краевые задачи новых типов, что подтверждает оригинальность и неповторимость задачи (1), (3), как граничной задачи наиболее общей структуры для системы ОДУ с охватом большого количества точек из сегмента $[a,b]$.

Дальнейшее содержание работы касается разрешимости задачи, единственности решения и метода их получения.

2. Обозначим через $x_n'(a,b)$ множество n-мерных вектор-функций с непрерывно-дифференцируемыми компонентами на $[a,b]$, $C_{n\times n}'[a,b]$ — множество матриц из n-строк и n-столбцов с непрерывно-дифференцируемыми элементами на $[a,b]$.

Вектор-функция $y(x) = (y_i(x))_{i=1}^n \in C_n'(a,b)$ называется решением задачи (1), (3), если она удовлетворяет системе (1) и граничным условиям (3).

В дальнейшем будем считать, что функции $f_i(x, y_1, y_2, ..., y_n),\ i = \overline{1,n},$ непрерывны по совокупности аргументов в области D и для любых векторов $y = (y_i)_{i=1}^n,\ z = (z_i)_i^n,\ |y_i| \le d_i,\ |z_i| \le d_i$ имеет место условие Липшица.

$$\begin{gathered}\left|f_i(x,y_1,y_2,...,y_n) - f_i(x,z_1,z_2,...,z_n)\right| \le \\ \le L_i(x)\sum_{j=1}^n \left|y_j - z_j\right|,\ i = \overline{1,n},\end{gathered} \tag{5}$$

где $L(x) = (L_i(x))_{i=1}^n \in C_n(a,b),\ C_n(a,b)$ — пространство непрерывных векторов-функций.

Пусть заданна матрица $A(x) = \left(a_{ik}(x)\right)_{i,k=1}^n \in C_{n\times n}'(a,b)$ такая, что

$$\det A(x) = \det\left(a_{ik}(x)\right)_{i,k=1}^n \neq 0, \tag{6}$$

$$a_{k_i, r_1+r_2+...+r_{i-1}+k_i}(x_{i,k_i}) \neq 0, i = \overline{1,m},\ k_i = \overline{1,r_i}. \tag{7}$$

Рассмотрим вектор-функцию $u = \left(u_i(x)\right)_{i=1}^n \in C_n'(a,b)$, числовые значения которой при $x \in [a,b]$ не выходят из области $D^* : \left\{|u_i(x)| \le d_i^*,\ i = \overline{1,n},\ x \in [a,b]\right\}$, где d_i^* — некоторые числа, о которых будут специальные оговорки.

Установим между вектор-функциями $\left(y_i(x)\right)_{i=1}^n$ и $\left(u_i(x)\right)_{i=1}^n$ соответственно со значениями из области D и D^* взаимно-однозначное соответствие с помощью линейных равенств:

$$y_i(x) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x)u_j(x),\ i = \overline{1,n}, \tag{8}$$

что вполне возможно из-за (6). Обозначим

$$\alpha_{ij} = \max_{a\le x\le b}\left|a_{ij}(x)\right|,\ i,j = \overline{1,n}, \tag{9}$$

и будем считать, что числа d_i и d_i^* таковы, что выполняется неравенства

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} d_j^* \le d_i,\ i = \overline{1,n}. \tag{10}$$

Тогда равенства (8) отображают числовые значения вектор-функции $\left(y_i(x)\right)_{i=1}^n$ в область D.

Пусть вектор-функция $\left(y_i(x)\right)_{i=1}^n \in C_n'(a,b)$ удовлетворяет условиям (3). Тогда вектор функция $\left(u_i(x)\right)_{i=1}^n \in C_n'(a,b)$ в силу (7) будет удовлетворят условиям

$$\begin{gathered}u_{r_1+r_2+...+r_{i-1}+k_i}(x_{i,k_i}) = \sum_{j=1}^n b_{k_{i,j}}^*(x_{i,k_i})u_j(x_{i,ki}), \\ i = \overline{1,m},\end{gathered} \tag{11}$$

где

$$\begin{gathered}b_{k_{i,j}}^*(x_{i,k_j}) = b_{k_{i,j}}(x_{i,k_i})a^{-1}_{k_i, r_1+r_2+...+r_{i-1}+k_i}(x_{i,k_i}), \\ i = \overline{1,m},\end{gathered} \tag{12}$$

$$b_{k_{i,j}}(x_{i,k_i}) = \begin{cases}-a_{k_{i,j}}(x_{i,k_i}), & j \neq r_1 + r_2 + ... + r_{i-1} + k_i, \\ 0, & j = r_1 + r_2 + ... + r_{i-1} + k_i.\end{cases} \tag{13}$$

Считая функции $y_i(x),\ i = \overline{1,n},$ из (8) решением системы (1), построим относительно функций $u_i(x),\ i = \overline{1,n},$ систему ОДУ:

$$\begin{gathered}u_i'(x) = F_i\left(\ x, u_1(x), u_2(x), ..., u_n(x)\ \right), \\ i = \overline{1,n},\end{gathered} \tag{14}$$

где

$$\begin{gathered}F_i(x, u_1(x), u_2(x), ..., u_n(x)) = \\ = \sum_{k=1}^n \left(\det A(x)\right)^{-1} A_{k,i}(x)\left[-\sum_{j=1}^n a_{k,j}'(x)u_j(x) + \right. \\ \left. + f_k(x, \sum_{j=1}^n a_{1j}(x)u_j(x), ..., \sum_{j=1}^n a_{nj}(x)u_j(x))\right], \\ i = \overline{1,n}.\end{gathered} \tag{15}$$

Здесь $A_{k,j}(x)$ — алгебраические дополнения элементов матрицы $A(x)$.

Для любых векторов $u = (u_i)_{i=1}^n,\ \upsilon = (\upsilon_i)_{i=1}^n$ из области D^* с учетом (5) из (15) получим:

$$\begin{gathered}\left|F_i(x, u_1, u_2, ..., u_n) - F_i(x, \upsilon_1, \upsilon_2, ..., \upsilon_n)\right| \le \\ \le \tilde{L}_i(x)\sum_{i=1}^n \left|u_j - \upsilon_j\right|,\ i = \overline{1,n},\end{gathered} \tag{16}$$

где

$$\tilde{L}_i(x) = \sum_{k=1}^{n} \left|(\det A(x))^{-1} A_{k,i}(x)\right| L_k^*(x), \;\; i = \overline{1,n} \quad (17)$$

$$L_k^*(x) = \max_j \left|a_{k,j}^{/}(x)\right| + L_k(x), \;\; k = \overline{1,n}.$$

Возьмем подмножество $\tilde{C}_n^{/}(a,b) \subset C_n^{/}(a,b)$ вектор-функций $u(x) = \left(u_i(x)\right)_{i=1}^{n}$ со значениями из области $D_{\tilde{}}^{*}$. Нетрудно проверить, что в подмножестве $C_n(a,b)$ краевая задача (14), (11) эквивалентна системе интегральных уравнений.

$$u_{r_1+r_2+\ldots+r_{i-1}+k_i}(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{k_{i,j}}^{*}(x_{i,k_j})u_j(x_{i,k_j}) + \int_{x_{i,k_i}}^{x} F_i(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt, \;\; i = 1,\overline{m}, \quad (18)$$

$$k_i = 1,2,\ldots,r_i, \;\; r_1 + r_2 + \ldots + r_m = m,$$

$$m \in \{1,2,\ldots,n\}.$$

Для ясности распишем систему (18): при $i = 1$ имеем $(k_1 = 1,2,\ldots,r_1)$

$$u_1(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{1j}^{*}(x_{1,1})u_j(x_{1,1}) + \int_{x_{1,1}}^{x} F_1(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u(t))dt,$$

$$u_2(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{2j}^{*}(x_{1,2})u_j(x_{1,2}) + \int_{x_{1,2}}^{x} F_2(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt, \quad (19)$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

$$u_{r_1}(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{r_{1,j}}^{*}(x_{1,r_1})u_j(x_{1,r_1}) + \int_{x_{1,r_1}}^{x} F_{r_1}(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt;$$

при $i = 2$ $(k_2 = 1,2,\ldots,r_2)$ имеем:

$$u_{r_1+1}(x) = \sum_{j=1}^{n} b_1^{*}(x_{2,1})u_j(x_{2,1}) + \int_{x_{2,1}}^{x} F_{r_1+1}(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt,$$

$$u_{r_1+2}(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{2j}^{*}(x_{2,2})u_j(x_{2,2}) + \int_{x_{2,2}}^{x} F_{r_1+2}(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt,$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

$$u_{r_1+r_2}(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{r_{2,j}}^{*}(x_{2,r_2})u_j(x_{2,r_2}) + \int_{x_{2,r_2}}^{x} F_{r_1+r_2}(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt; \quad (20)$$

и т.д. при $i = m$ $(k_m = 1,2,\ldots,r_m)$ получим:

$$u_{r_1+r_2+\ldots+r_{m-1}+1}(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{1,j}^{*}(x_{m,1})u_j(x_{m,1}) + \int_{x_{m,1}}^{x} F_{r_1+r_2+\ldots+r_{m-1}+1}(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt,$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

$$u_{r_1+r_2+r_3+\ldots+r_m}(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{r_{m,j}}^{*}(x_{m,r_m})u_j(x_{m,r_m}) + \int_{x_{m,r_m}}^{x} F_{r_1+r_2+\ldots+r_m}(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt. \quad (21)$$

Если положить

$$x_{r_1+r_2+\ldots+r_{i-1}+k_i}^{*} = \begin{cases} x_{1,k_1}, i = 1, \;\; k_1 = 1,2,\ldots,r_1, \\ x_{2,k_2}, i = 2, \;\; k_2 = 1,2,\ldots,r_2, \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ x_{m,k_m}, \;\; i = m, \;\; k_m = 1,2,\ldots,r_m, \end{cases}$$

то система нагруженных интегральных уравнений (19) – (21) запишется в компактном виде

$$u_i(x) = \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(x_i^{*})u_j(x_j^{*}) + \int_{x_i^{*}}^{x} F_i(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt, \quad (21)$$

$$i = 1,2,3,\ldots,r_1, r_{1+1}, r_{1+2}, \ldots, r_1 + r_2, r_1 + r_2 + 1, r_1 + r_2 + 2, \ldots, r_1 + r_2 + r_3, \ldots, r_1 + r_2 + r_3 \ldots + r_{m_{-1}} + 1,$$

$$r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_{m_{-1}} + 2, \ldots, r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_m = n,$$

т.е имеем систему из n-нагруженных интегральных уравнений.

3. Наряду с системой (21) рассмотрим еще систему

$$u_i(x) = u_i(a) + \int_{a}^{x} F_i(t, u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))dt, \quad (22)$$

$$i = \overline{1,n}.$$

Найдем $u_i(a)$, $i = \overline{1,n}$, так, чтобы системы (21), (22) совпали, для этого в (22) положим $x = x_i^{*}$, $i = \overline{1,n}$, и полученное выражение

$$u_i(x_i^*) = u_i(a) + \int_a^{x_i^*} F_i(t, u_1(t), u_2(t), ..., u_n(t))dt \quad (23)$$

подставим в (21):

$$u_i(x) = \sum_{j=1}^n b_{ij}(x_i^*)\Big[u_j(a) + + \int_a^{x_j^*} F_j(t, u_1(t), u_2(t), ..., u_n(t))dt\Big] + + \int_{x_i^*}^{x} F_i(t, u_1(t), u_2(t), ..., u_n(t))dt, \ i = \overline{1,n}. \quad (24)$$

При $x = a$ из (24) имеем

$$u_i(a) - \sum_{j=1}^n b_{ij}(x_i^*) u_j(a) = = \sum_{j=1}^n b_{ij}(x_i^*) \int_a^{x_j^*} F_j(t, u_1(t), u_2(t), ..., u_n(t))dt + + \int_{x_i^*}^{a} F_i(t, u_1(t), u_2(t), ..., u_n(t))dt, \ i = \overline{1,n} \quad (25)$$

или алгебраическо-функциональную систему

$$\sum_{j=1}^n \beta_{ij} u_j(a) = \Phi_i(u_1, u_2, ..., u_n), \ i = \overline{1,n}, \quad (26)$$

где через Φ_i обозначены правые части системы (25) и

$$\beta_{ij} = \begin{cases} 1 - b_{ij}(x_i^*), i = j, \\ -b_{ij}(x_i^*), i \neq j. \end{cases}$$

Будем считать, что матрица $\mathrm{A}(x)$ такова, что

$$\det \mathrm{B} = \det(\beta_{ij})_{i,j=1}^{n,n} \neq 0, \ \mathrm{B} = (\beta_{i,j})_{i,j=1}^{n,n}. \quad (27)$$

Из (26) находим

$$u_i(a) = \sum_{k=1}^n (\det \mathrm{B})^{-1} \mathrm{B}_{k,i} \Phi_k(u_1, u_2, ..., u_n), \quad i = \overline{1,n} \quad (28)$$

и систему (22) перепишем в виде

$$u_i(x) = \sum_{k=1}^n (\det \mathrm{B})^{-1} \mathrm{B}_{k,i} \Phi_k(u_1, u_2, ..., u_n) + + \int_a^x F_i(t, u_1(t), u_2(t), ..., u_n(t))dt, \ i = \overline{1,n}, \quad (29)$$

где $\mathrm{B}_{k,i}$ — алгебраические дополнения элементов матрицы B.

Интегральную систему (29) будем изучать в подмножестве $\tilde{C}'_n(a,b)$.

Функции $f_i(x, y_1, y_2, ..., y_n)$ ограничены в области D из-за их непрерывности, поэтому

$$\left|f_i(x, y_1, y_2, ..., y_n)\right| \leq \mathrm{M}_i, \ i = \overline{1,n}, \quad (30)$$

где $\underline{\mathrm{M}}_i$ — некоторые числа. Функции F_i, $i = \overline{1,n}$, обладают такими же свойствами, что и и функции f_i с элементами матрицы $\mathrm{A}(x)$, поэтому в области D^* так же ограничены некоторыми числами M_i^* :

$$\left|F_i(x, u_1(x), u_2(x), ..., u_n(x)\right| \leq \mathrm{M}_i^*, \ i = \overline{1,n}. \quad (31)$$

Тогда функционалы $\Phi_i(u_1, u_2, ..., u_n)$ оцениваются просто в той же области D^* :

$$\left|\Phi_i(u_1, u_2, ..., u_n\right| \leq \leq \sum_{j=1}^n \left|b_{ij}(x_i^*)\right| \mathrm{M}_j^*(x_j^* - a) + \mathrm{M}^*{}_i(x_i^* - a) = \mathrm{K}_i, \quad (32)$$

$$i = \overline{1,n},$$

и в свою очередь можно оценить функции $u_i(x)$ из (29):

$$| \ u_i(x) | \leq \sum_{k=1}^n \left|(\det \mathrm{B})^{-1} \mathrm{B}_{k,i}\right| \mathrm{K}_k + +(b-a)\mathrm{M}_i^* = \mathrm{K}_i^*, \ i = \overline{1,n} \quad (33)$$

Теперь, если предположить

$$\mathrm{K}_i^* \leq d_i^*, \ i = \overline{1,n}. \quad (34)$$

то интегральные операторы в правых частях (29) отображают множество $\tilde{C}'_n(a,b)$ в себя. Взяв соответствующую норму в пространстве $\tilde{C}'_n(a,b)$, по схеме, не раз примененной в монографии $[5]$, доказывается полная непрерывность интегральных операторов из правых частей, что обеспечивает существование решения задачи (14), (11). Поэтому по методу построения системы (14) с краевыми условиями (11) путем использования матрицы $A(x)$ из линейных преобразований (8) с привлечением системы (1) и краевых условий (3) следует, что любое решение этой задачи $u(x) = (u_i(x))_{i=1}^n$ приводит к решению $y(x) = (y_i(x))_{i=1}^n$ задачи (1), (3) в силу равенств (8).

Пусть задача (14), (11) имеет два решения $u_i^{(1)}(x), u_i^{(2)}(x)$, $i = \overline{1,n}$. Из (29) получим оценки:

$$\left|u_i^{(1)}(x) - u_i^{(2)}(x)\right| \leq \sum_{k=1}^n \left|(\det B)^{-1} B_{ki}\right| \times \times \left|\Phi_k(u_1^{(1)}, u_2^{(1)}, ..., u_n^{(1)}) - \Phi_k(u_1^{(2)}, u_2^{(2)}, ..., u_n^{(2)})\right| + + \int_a^x \Big|F_i(t, u_1^{(1)}, u_2^{(1)}, ..., u_n^{(1)}) - -F_i(t, u_1^{(2)}, u_2^{(2)}, ..., u_n^{(2)})\Big| dt \leq$$

$$\le \sum_{k=1}^{n}\left|(\det B)^{-1}B_{k,i}\right|\left\{\left[\sum_{j=1}^{n}\left|b_{kj}(x_k^*)\right|\cdot\right.\right.$$

$$\left.\cdot\int_a^{x_j^*}\tilde{L}_j(t)dt+\int_a^{x_k^*}\tilde{L}_k(t)dt\right]+ \qquad (35)$$

$$\left.+\int_a^b \tilde{L}_i(t)dt\right\}\max_{a\le x\le b}\sum_{i=1}^{n}\left|u_i^{(1)}(x)-u_i^{(2)}(x)\right|=$$

$$=S_i\max_{a\le x\le b}\sum_{i=1}^{n}\left|u_i^{(1)}(x)-u_i^{(2)}(x)\right|,\ \ i=\overline{1,n},$$

где

$$S_i=\sum_{k,j=1}^{n}|\,(\det B^{-1})B_{k,i}\ [[|\,b_{k,j}(x_k^*)\,|\cdot\int_a^{x_j^*}\tilde{L}_j(t)dt+$$

$$+\int_a^{x_k^*}\tilde{L}_k(t)dt]+\int_a^b\tilde{L}_i(t)dt,\ \ i=\overline{1,n}. \qquad (36)$$

Суммируя левые и правые части неравенств (36), получим:

$$\max_{a\le x\le b}\sum_{i=1}^{n}\left|u_i^{(1)}(x)-u_i^{(2)}(x)\right|\le$$

$$\le\sum_{i=1}^{n}S_i\max_{a\le x\le b}\sum_{i=1}^{n}\left|u_i^{(1)}(x)-u_i^{(2)}(x)\right| \qquad (37)$$

и при

$$\sum_{i=1}^{n}S_i<1 \qquad (38)$$

решение будет единственным.

4. Может случится, что неравенство (27) не выполняется и тогда система (21) не переводится в систему (29). В этом случае в множестве $\tilde{C}_n'(a,b)$ рассматривают непосредственно саму систему (21) с ее нагруженными правыми частями и на числа d_i^* из области D^* налагаются дополнительные ограничения в виде неравенств:

$$\sum_{j=1}^{n}|\,b_{i,j}(x_i^*)\,|\,d_j^*+M_i^*\lambda_i\le d_i^*,\ \ i=\overline{1,n},$$

где $\lambda_i=\max\left[\left(x_i^*-a\right),\left(b-x_i^*\right)\right]$, обеспечивающие отображения правыми частями (21) множества $C_n^{/}(a,b)$ в себя, после чего можно применить один из методов, предложенных для доказательства теорем существования и единственности в монографии [5].

Таким образом, доказаны две теоремы:

Теорема 1. *Для разрешимости задачи (1), (3) необходимо и достаточно, чтобы была разрешима задачи (14), (11).*

Теорема 2. *При перечисленных допущениях относительно правых частей f_i и матрицы $A(x)$ задача (1), (3) имеет решение, причем единственное.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nicoletti O.* Sulle condizioni iniziali che determiniano gli integrali della diffenziali ordinazie — Att della R. Acc. Sc. Torino. 1897, 1898. 748—759.

2. *Найшуль А. Б.* Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными данными не типа Коши // Доклады АН СССР. 1949. Т. 67. № 6. С. 969 – 972.

3. *Исраилов С. В.* О сингулярной многоточечной краевой задаче // Уч. записки Азербайджанского госуниверситета. Серия ф-м. науки 1963. № 3. С. 63—71.

4. *Кигурадзе И. Т.* Некоторые сингулярные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1975. С. 352

5. *Исраилов С. В., Юшаев С. С.* Многоточечные и функциональные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Нальчик, Эльфа. 2004. С. 445.

6. *Исраилов С. В.* Многоточечная краевая задача Коши—Николетти для системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и некоторые вопросы колеблемости решений // Издательство Северокавказского научного центра высшей школы. Естественные науки. 1974. № 4. С. 72—76.

7. *Ешуков Л. Н., Веков А. А., Степанов Л. Н.* Проблемы и библиография теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений // Тр. Рязанского радиотехнического института. 1979. Вып. 42. С. 164 – 192.

8. *Васильев Н. И., Клоков Ю. А.* Основы теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. Рига: Зинетне, 1978. С. 184.

Исраилов Сейдахмед Вахидович — к. ф.-м. н., профессор кафедры «Алгебра и геометрия», Чеченского государственного университета, тел. 89284766402, e-mail: segitov@mail.ru

Сагитов Адам Аюпович
e-mail: segitov@mail .ru

Israilov Seidakhmed Vakhaevich — candidate of physical and mathematical sciences, professor of «Algebra and Geometry Department» of the Chechen State University, tel. 89284766402, e-mail: segitov@mail.ru

Sagitov Adam Ayupovich
e-mail: segitov@mail.ru