# ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ, НАВОДИМЫХ В ПЛОСКОМ ПРЯМОУГОЛЬНОМ КОНТУРЕ ТОКОМ, ПРОТЕКАЮЩИМ В ПРОВОДНИКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Б. К. Петров, О. М. Булгаков, В. В. Лупандин, С. А. Петров

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 22.12.2008 г.

Аннотация. Представлены новые аналитические выражения для расчета магнитных потоков самоиндукции и взаимоиндукции в плоских прямоугольных контурах и обусловленных протеканием токов в проводниках прямоугольного сечения. Рассмотрены обобщенные случаи расположения проводника и контура в параллельных плоскостях при высокочастотном и низкочастотном приближениях.

Ключевые слова к статье: поток самоиндукции и взаимоиндукции, проводник с прямоугольным поперечным сечением, планарные системы соединений, низкочастотное приближение, скин-эффект.

**Abstract.** New analytical expressions for calculation of magnetic streams of a self-induction and a mutual induction in flat rectangular contours and the currents caused by course in conductors of rectangular section are presented. The generalised cases of an arrangement of a conductor and a contour in parallel planes are considered at high-frequency and low-frequency approach.

**Keywords to clause:** a flow of a self-induction and mutual induction, conductor with rectangular cross section, planar systems of connections, low-frequency approach, skin-effect.

## **ВВЕДЕНИЕ**

С ростом частоты сигнала возрастает влияние индуктивных составляющих импедансов радиоэлектронных компонентов на усилительные и частотные свойства ВЧ и СВЧ радиоэлектронных устройств. На частотах свыше 300 МГц роль эквивалентных индуктивностей систем соединений в системе факторов, лимитирующих потери мощности и реализуемую ширину полосы частот радиоэлектронной аппаратуры, становится определяющей. Поэтому повышение точности расчетов малосигнальных параметров схем твердотельных ВЧ и СВЧ усилителей мощности, обусловленных явлениями самоиндукции и взаимоиндукции в системах соединений, обеспечивает в конечном итоге повышение достоверности прогнозирования коэффициентов усиления по мощности и оптимальное проектирование межкаскадных согласующих цепей.

Планарные (полосковые) системы соединений обеспечивают воспроизводимость электрофизических параметров и максимально пригодны для автоматизации процессов сборки. Однако формулы, применяемые для расчетов индуктивностей полосок металлизации [1—3], не отличаются высокой точностью, так как получены с учетом упрощений для некоторых предельных случаев и не учитывают конечные размеры контуров, в которых наводятся потоки самоиндукции и взаимоиндукции.

#### НИЗКОЧАСТОТНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Рассмотрим случай, когда ток с комплексной амплитудой  $\dot{I}$ , равномерно распределен по сечению проводника шириной N и высотой d, длиной l (рис. 1.). В плоском прямоугольном контуре площадью  $h \times l$ , находящимся в одной плоскости с проводником, наводится поток взаимоиндукции с амплитудой  $\dot{\Phi} = F \cdot \dot{I}$ , где F — геометрический индуктивный фактор проводника по отношению к контуру [4]. Сечение проводника может быть разбито на  $M = d / 2r_0$  слоев, каждый из которых включает в себя  $N = w / 2r_0$  проводов круглого сечения радиуса  $r_0$ .

Тогда суммарный магнитный поток от проводника может быть представлен выражением:

$$F = 2 \cdot \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} F_{ik},$$
 (1)

где

 $<sup>{\</sup>ensuremath{\mathbb C}}$  Петров Б. К., Булгаков О. М., Лупандин В. В., Петров С. А., 2009

Выражения для расчета магнитных потоков, наводимых в плоском прямоугольном контуре током ...



*Puc. 1.* К расчету потока самоиндукции от тока, протекающего по проводнику с прямоугольным поперечным сечением

$$F_{ik} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left[ \sqrt{1 + \frac{(h_{ik}^* + h_{1ik}^* + r_0)^2}{l^2}} - \sqrt{1 + \frac{(h_{1ik}^* + r_0)^2}{l^2}} + \ln\left(\frac{l + \sqrt{l^2 + (h_{1ik}^* + r_0)^2}}{l + \sqrt{l^2 + (h_{ik}^* + h_{1ik}^* + r_0)^2}} \times (2) + \frac{h_{ik}^* + h_{1ik}^* + r_0}{h_{1ik}^* + r_0} - \frac{h_{1ik}^*}{l} \right]$$

ГИФ проводника круглого сечения радиусом  $r_0$  и длиной l по отношению к рассматриваемому контуру,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная в СИ,  $h_{ik}^* = \sqrt{(h + h_{1i} + r_0)^2 + (h_{2k} + r_0)^2} - \sqrt{(h_{1i} + r_0)^2 + (h_{2k} + r_0)^2}$ ,  $h_{1ik}^* = \sqrt{(h_{1i} + r_0)^2 + (h_{2k} + r_0)^2}$ ;  $h_{1i} = (2i - 1)r_0 - r_0$ ;  $h_{2k} = (2k - 1)r_0 - r_0$ . С учетом того, что согласно рис. 1,  $Y = (2i - 1)r_0$ ;  $Z = (2k - 1)r_0$ ;  $\Delta Y = 2r_0$ ;  $\Delta Z = 2r_0$ ;

С учетом того, что согласно рис. 1,  $Y = (2i-1)r_0; Z = (2k-1)r_0; \Delta Y = 2r_0; \Delta Z = 2r_0;$ при  $r_0 \to 0$ , заменим приращение на дифференциалы:  $r_0 \to \frac{dY}{2}; r_0 \to \frac{dZ}{2}.$ 

Тогда ГИФ всей пластины будет равен двойному интегралу:

$$F = \frac{2\mu_0}{w \cdot d \cdot \pi} \int_0^{d/2} \int_0^w \left[ \sqrt{l^2 + (h+Y)^2 + Z^2} - \sqrt{l^2 + Y^2 + Z^2} + l \times \right] \\ \times \ln \left( \frac{l + \sqrt{l^2 + Y^2 + Z^2}}{l + \sqrt{l^2 + (h+Y)^2 + Z^2}} \times \right] \\ \times \frac{\sqrt{(h+Y)^2 + Z^2}}{\sqrt{Y^2 + Z^2}} - \left( \sqrt{(h+Y)^2 + Z^2} - \sqrt{Y^2 + Z^2} \right) \right] \\ - \left( \sqrt{(h+Y)^2 + Z^2} - \sqrt{Y^2 + Z^2} \right) \\ B \text{ результате интегрирования получим :}$$

$$F = \theta \left( h + h_1 + w \right) - \theta \left( h + h_1 \right) - -\theta \left( h_1 + w \right) + \theta \left( h_1 \right),$$
(4)

где

$$\begin{split} \theta(X) &= \frac{\mu_0}{\pi w d} \bigg[ \frac{Xd}{2} \bigg( \frac{1}{3} (\sqrt{l^2 + X^2 + d^2 / 4} - \\ &- \sqrt{X^2 + d^2 / 4} ) - l \cdot \ln \bigg( \frac{l + \sqrt{l^2 + X^2 + d^2 / 4}}{\sqrt{X^2 + d^2 / 4}} \bigg) \bigg) + \\ &+ \frac{X}{2} \bigg( \frac{X^2}{3} - 3l^2 \bigg) \ln \bigg( \frac{d / 2 + \sqrt{l^2 + X^2 + d^2 / 4}}{\sqrt{l^2 + X^2}} \bigg) - \\ &- \frac{X^3}{6} \ln \bigg( \frac{d / 2 + \sqrt{X^2 + d^2 / 4}}{X} \bigg) + \\ &+ \frac{d^3}{48} \ln \bigg( \frac{X + \sqrt{l^2 + X^2 + d^2 / 4}}{X + \sqrt{X^2 + d^2 / 4}} \bigg) - \\ &- \frac{l^2 d}{4} \ln \bigg( X + \sqrt{l^2 + X^2 + d^2 / 4} \bigg) + \\ &+ X^2 l \bigg( \frac{1}{2} \arctan \bigg( \frac{d}{2X} \bigg) + \\ &+ \arctan g\bigg( \frac{d}{l + X + \sqrt{l^2 + X^2}} \bigg) - \\ &- 2 \bigg( \arctan \bigg( \frac{l + d / 2 + \sqrt{l^2 + X^2 + d^2 / 4}}{4} \bigg) + \\ &+ \operatorname{harct} g\bigg( \frac{l + d / 2 + \sqrt{l^2 + X^2}}{4} \bigg) \bigg) \bigg) + \\ &+ \operatorname{harct} g\bigg( \frac{l + \sqrt{l^2 + X^2}}{X} \bigg) \bigg) \bigg) + \\ &+ \operatorname{harct} g\bigg( \frac{2L (l + X + \sqrt{l^2 + X^2})}{d} \bigg) \bigg) - \\ &- \frac{4l^2}{3} \bigg( \operatorname{arctg} \bigg( \frac{X + d / 2 + \sqrt{l^2 + X^2} + d^2 / 4}{l} \bigg) - \\ &- \operatorname{arctg} \bigg( \frac{X + \sqrt{l^2 + X^2}}{l} \bigg) \bigg) \bigg) \bigg]. \end{split}$$

В процессе интегрирования по переменной *Z* (после интегрирования по Y) было сделано допущение:

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{l+X+\sqrt{l^{2}+X^{2}+Z^{2}/4}}{Z/2}\right) \approx$$

$$\approx \operatorname{arctg}\left(\frac{l+X+\sqrt{l^{2}+X^{2}}}{Z/2}\right),$$

$$(6)$$

которое обеспечило запись результата интегрирования в аналитическом виде.

## ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПРИБЛИЖЕНИЯ МАЛОЙ ТОЛЩИНЫ ПРОВОДНИКА

Рассмотрим случай, когда проводник в виде тонкой металлической полоски ( $d \ll w$ ), располагается параллельно плоскости контура на расстоянии  $h_2$  от нее;  $h_0$  расстояние между смежными параллельными прямыми контура и проекции проводника на плоскость контура (рис.2).



*Puc. 2.* К расчету потока самоиндукции от тока, протекающего по тонкой полоске металлизации

Выражение (1) сведется к сумме:

$$F_{\rm np} = \sum_{i=1}^{N} F_i, \qquad (7)$$

при условии равномерного распределения плотности тока по сечению проводника [5]:

$$F_{i} = \frac{d\mu_{0}l}{2\pi w} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\left(h_{i} + h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}{l^{2}}} - \sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}{l^{2}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}{l^{2}}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}{l^{2}}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}{l^{2}}}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(h_{1i} + r_{0}\right)^{2}}}}} + \frac{1}{\sqrt$$

$$+\ln\frac{\left(l+\sqrt{l^{2}+(h_{1i}+r_{0})^{2}}\right)\cdot(h_{i}+h_{1i}+r_{0})}{\left(l+\sqrt{l^{2}+(h_{i}+h_{1i}+r_{0})^{2}}\right)\cdot(h_{1i}+r_{0})}-\frac{h_{i}}{l}\right],$$

где

$$\begin{split} h_{1i} &= \sqrt{(h_2 + r_0)^2 + ((2i - 1)r_0 + h_1)^2} - r_0 , \\ h_i &= \sqrt{(h_2 + r_0)^2 + ((2i - 1)r_0 + h_1 + h)^2} - \\ -\sqrt{(h_2 + r_0)^2 + ((2i - 1)r_0 + h_1)^2} + r_0 . \end{split}$$

Устремим высоту сечения полоски к нулю:  $d \rightarrow 0$ . Такая ситуация характерна для частот  $f \geq 300$  МГц, когда распределение тока по сечению проводника определяется скин-эффектом. Толщина скин-слоя  $\sigma$ для алюминиевых и золотых проводников на частоте  $f = 1\Gamma\Gamma$ ц составляет менее 2,7 мкм. Таким образом в первом приближении можно считать, что высокочастотный ток, протекающий по проводнику прямоугольного сечения шириной w, сосредоточен в пределах тонкой полоски с высотой сечения, равной удвоенной толщине скин-слоя  $d = 2\sigma \ll w$ . Тогда дискретная координата *i*-го проводника становится непрерывной:  $(2_i - 1)r_0 \rightarrow Y$ ,  $h_2 + r_0 \rightarrow h_2$ , суммирование в (7) заменяется интегрированием по переменной Y. Геометрический индуктивный фактора тонкой металлической прямоугольной полоски (рис. 2.):

$$F_{n} = \frac{\dot{\Phi}_{np}}{I} = \frac{\mu_{0}l}{2\pi w} \times \\ \times \int_{0}^{w} \left[ \sqrt{1 + \frac{(\sqrt{h_{2}^{2} + (Y + h_{0} + h)^{2}} + r_{0})^{2}}{l^{2}}} - \frac{-\sqrt{1 + \frac{h_{2}^{2} + (X + h_{0})^{2}}{l^{2}}} + \frac{(9)}{l^{2}} + \frac{\left(l + \sqrt{l^{2} + h_{2}^{2} + (Y + h_{0})^{2}}\right)\left(\sqrt{h_{2}^{2} + (Y + h_{0} + h)^{2}} + r_{0}\right)}{\left(l + \sqrt{l^{2} + (\sqrt{h_{2}^{2} + (Y + h_{0} + h)^{2}} + r_{0})^{2}}\right)\left(h_{2}^{2} + (Y + h_{0})^{2}\right)} - \frac{\sqrt{h_{2}^{2} + (Y + h_{0} + h)^{2}} - \sqrt{h_{2}^{2} + (Y + h_{0})^{2}} + r_{0}}{l} \right] dY.$$

Для компактной записи правой части выражения (9) введем алгебраический оператор:

$$\begin{split} \lambda\left(p\right) &= \left[\frac{1}{2} \left(p(\sqrt{l^{2} + h_{2}^{2} + p^{2}} - \sqrt{h_{2}^{2} + p^{2}}) - \\ -l^{2} \ln\left(p + \sqrt{l^{2} + h_{2}^{2} + p^{2}}\right) + \\ + h_{2}^{2} \ln\left(\frac{p + \sqrt{l^{2} + h_{2}^{2} + p^{2}}}{p + \sqrt{h_{2}^{2} + p^{2}}}\right)\right) + \\ + l \left(p \ln\left(\frac{\sqrt{h_{2}^{2} + p^{2}}}{l + \sqrt{l^{2} + h_{2}^{2} + p^{2}}}\right) + \\ + h_{2}^{2} \left(arctg\left(\frac{p}{h_{2}}\right) - 2arctg\left(\frac{p + l + \sqrt{l^{2} + p^{2} + h_{2}^{2}}}{h_{2}}\right)\right)\right)\right]. \end{split}$$
(10)

Тогда выражение (9) запишется в виде:

$$F_{\pi} = \frac{\mu_0}{2\pi w} [\lambda(h + h_0 + w) - \lambda(h + h_0) - (11) - \lambda(h_0 + w) + \lambda(h_0)].$$

Частным случаем взаиморасположения проводника и контура является их нахождение в одной плоскости:  $h_2 = 0$ . Тогда выражение (9) примет вид:

Выражения для расчета магнитных потоков, наводимых в плоском прямоугольном контуре током ...

$$F_{n} = \frac{\mu_{0}}{2\pi w} [\beta(h+h_{0}+w) - (12)]$$

$$-\boldsymbol{\beta}(h+h_0) - \boldsymbol{\beta}(h_0+w) + \boldsymbol{\beta}(h_0)],$$

где

$$\beta(p) = \left[\frac{1}{2} \left( p \left( \sqrt{l^2 + p^2} - p \right) - l^2 \ln \left( p + \sqrt{l^2 + p^2} \right) + l \left( p \ln \left( \frac{p}{l + \sqrt{l^2 + p^2}} \right) \right) \right].$$
 (13)

Рассмотрим случай: l >> w, характерный для монтажа радиоэлектронных компонентов на полимерных подложках. Тогда формула (12) может быть заменена более простым приближенным выражением.

$$F_{\pi}^{*} = \frac{0, 1 \cdot \mu_{0}l}{\pi w} \Biggl\{ 0.5 \cdot h \cdot \Biggl( \sqrt{1 + \frac{h \cdot (2w + h)}{l^{2}}} + \sqrt{1 + \frac{h^{2}}{l^{2}}} + \frac{h}{l} \Biggr) - \frac{15 \cdot l \cdot \ln \Biggl( \frac{h + \sqrt{1 + \frac{h^{2}}{l^{2}}}}{h + \sqrt{1 + \frac{h^{2}}{l^{2}}}} \Biggr) \Biggr\} + (14) \Biggr\} + 7.5 \cdot h \cdot \ln \Biggl( \frac{h + \sqrt{1 + \frac{h^{2}}{l^{2}}}}{h + \sqrt{1 + \frac{h \cdot (2w + h)}{l^{2}}}} \Biggr) \Biggr\} + \frac{0.1 \cdot w}{l} \cdot \Biggl[ l \cdot \ln \Biggl( \frac{w}{2 \cdot l} \Biggr) \Biggr\} \Biggr\}.$$

Введем функцию относительной погрешности приближенного выражения:

$$\delta = \frac{F^*}{F} - 1. \tag{15}$$

На рис. З приведены зависимости величины  $\delta$ от ширины контура. Как следует из графиков, погрешность выражения (14) относительно исходной формулы для расчета ГИФ (12) для рассмотренных размеров проводников и контуров не превышает 6 %.

Погрешность выражения (14) для  $4 \le l \le 5$  мм и w = 0.15, ..., 0.25 мм лежит в пределах  $-0.06 \le \delta \le 0.02$  для  $h \le 10$  мм. С увеличением ширины контура до 25 мм значение  $\delta$  при тех же размерах полоски монотонно увеличивается



*Рис. 3.* Зависимость относительной погрешности приближенного выражения (14) от ширины контура: 1 - l = 4 мм, w = 0.25 мм; 2 - l = 5 мм, w = 0.25 мм; 3 - l = 4 мм, w = 0.2 мм; 4 - l = 5 мм, w = 0.15 мм

от 0.02 до 0.15. Таким образом, погрешность вычисления ГИФ по формуле (14) определяется не столько отношением w/l, из условия малости которого получена рассматриваемая формула, сколько отношением h/l.

Рассмотрим еще один частный случай, когда прямоугольный контур шириной *h* и длиной *l*, расположенный в створе тонкого проводника такой же длины, но в плоскости, перпендикулярной плоскости проводника так, что плоскость контура делит сечение проводника на две одинаковые половины высотой *d* / 2 (рис. 4).



*Рис.* 4. К получению формулы для расчета геометрического индуктивного фактора прямоугольной полоски фольги по отношению к прямоугольному контуру, расположенному в перпендикулярной плоскости

Величина ГИФ при представлении проводника набором N проводников круглого сечения диаметром  $d = 2r_0 = w$  с учетом симметрии относительно плоскости ХОҮ:

$$F_{\rm np} = 2\sum_{i=1}^{N/2} F_i,$$
 (16)

где  $F_i$  определяется выражением (8),

ВЕСТНИК ВГУ, СЕРИЯ: ФИЗИКА. МАТЕМАТИКА, 2009, № 1

$$\begin{split} h_{1i} &= \sqrt{(h_2 + w / 2)^2 + \frac{w^2}{4}(2i - 1)^2} - w / 2 \\ h_i &= \sqrt{(w / 2 + h_1 + h)^2 + \frac{w^2}{4}(2i - 1)^2} - \\ &- \sqrt{(h_1 + w / 2)^2 + \frac{w^2}{4}(2i - 1)^2}. \end{split}$$

Устремив толщину фольги *w* к нулю, перейдем в выражении (16) от суммирования к интегрированию по переменной *z*. В результате получим:

$$F_{\pi} = \frac{\mu_0}{\pi \cdot d} \cdot \left[ \xi \left( l, d, h, +h_1 \right) - \xi \left( l, d, h_1 \right) \right], \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \xi(l,d,X) &= \frac{d}{2} \left[ \sqrt{l^2 + X^2 + (d/2)^2} - \frac{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}}{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}} - \frac{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}}{\sqrt{l^2 + X^2 + (d/2)^2}} + \frac{d/2 + \sqrt{l^2 + X^2 + (d/2)^2}}{\sqrt{l^2 + X^2} + (d/2)^2} + \frac{d/2 + \sqrt{X^2 + (d/2)^2}}{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}} - \frac{1 \cdot d \cdot \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + X^2} + (d/2)^2}{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}}}{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}} + \frac{18}{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}} + \frac{18}{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}} + \frac{18}{\sqrt{X^2 + (d/2)^2}} - \frac{18}{\sqrt$$

## ПРИБЛИЖЕНИЕ РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКА В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ

Рассмотрим высокочастотное приближение (рис. 5.). Будем считать, что весь ток с комплексной амплитудой  $\dot{I}$  сосредоточен, в приближении постоянной плотности, в приповерхностной области, толщина которой равна удвоенной толщине скин-слоя  $r_0$ .

Комплексная амплитуда l-й гармоники потока самоиндукции  $\dot{\Phi}_l$  в плоском контуре шириной h, отстоящего от проводника на  $h_1$ , может



*Puc. 5.* К расчету ГИФ проводника с прямоугольным поперечным сечением с учетом скин-эффекта

быть найдена как сумма комплексных амплитуд магнитных потоков, наводимых токами, протекающим по приповерхностным областям граней проводника:

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}_{l} = \dot{\boldsymbol{\Phi}}_{\perp} + \dot{\boldsymbol{\Phi}}_{\perp}^{,} + 2 \cdot \dot{\boldsymbol{\Phi}}_{\parallel}, \qquad (19)$$

здесь  $\mathbf{\Phi}_{\parallel}$  — магнитные потоки от параллельных плоскости контура участков слоя толщиной  $2r_0$ ,  $\mathbf{\dot{\Phi}}_{\perp}, \mathbf{\dot{\Phi}}_{\perp}^{\prime}$  — соответственно магнитные потоки от ближнего и дальнего перпендикулярных плоскости контура участков токового слоя.

С учетом симметрии сечения проводника относительно оси ОҮ, выражение (19) запишется в виде:

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}_{l} = 2 \cdot (\dot{\boldsymbol{\Phi}}_{\perp B} + \dot{\boldsymbol{\Phi}}_{\perp B}^{\dagger} + \dot{\boldsymbol{\Phi}}_{II}), \qquad (20)$$

где  $\dot{\Phi}_{\perp B}, \dot{\Phi}_{\perp B}$  — магнитные потоки от «верхних» (расположенных над осью ОҮ) частей перпендикулярных плоскости контура участков токового слоя.

Представим каждый участок, поток от которого фигурирует в выражении (20), набором проводников круглого сечения диаметром  $2r_0$ . Тогда для участков, параллельных плоскости контура:

$$\dot{\Phi}_{II} = \sum_{i=1}^{N} \dot{\Phi}_{i}; N = w / 2r, \qquad (21)$$

где  $F_i$  описывается выражением (8—11).

Аналогичным образом для участков сечения проводника, перпендикулярных плоскости контура, получены выражения:

$$\dot{\Phi}_{\perp B} = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2\pi \cdot (d+w)} \cdot \left[\theta(h+h_1) - \theta(h_1)\right], \quad (22)$$

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}_{\perp B} = \frac{\boldsymbol{\mu}_0 I}{2\boldsymbol{\pi} \cdot (\boldsymbol{d} + \boldsymbol{w})} \cdot \left[\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{h} + \boldsymbol{w} + \boldsymbol{h}_1) - \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{w} + \boldsymbol{h}_1)\right], (23)$$

где  $\theta(g)$  определяется выражением (18).

Искомое выражение для геометрического индуктивного фактора проводника с прямоугольным сечением по отношению к отстоящему прямоугольному контуру с учетом скин-эфВыражения для расчета магнитных потоков, наводимых в плоском прямоугольном контуре током ...

фекта получается делением на *I* правой части формулы (21) с учетом выражений (23)—(28).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилин В.Н. Аналоговые полупроводниковые интегральные схемы СВЧ / В. Н. Данилин, А. И. Кушниренко, Г. В. Петров. — М.: Радио и связь, 1985. — 192 с.

2. Антенны и устройства СВЧ / Под ред. Д. И. Воскресенского. — М.: Радио и связь, 1981. — 432 с. З. Калантаров П.Л. Расчет индуктивностей: Справочная книга / П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. — Л.: Энергоатомиздат, 1986. — 488 с.

4. Булгаков О.М. Композиционные модели индукционных взаимодействий в мощных ВЧ и СВЧ транзисторах / О. М. Булгаков, Б. К. Петров. — Воронеж: Воронежский государственный университет, 2005. — 253 с.

5. Булгаков О.М. К расчету индуктивности контуров, ограниченных проводниками прямоугольного сечения / О. М. Булгаков, Б. К. Петров // Вестник Воронежского института МВД России. — Вып. 2 (21). — Воронеж: ВИ МВД РФ, 2005. — С. 17—21.

Петров Борис Константинович — доктор технических наук, профессор кафедры физики полупроводников и микроэлектроники физического факультета Воронежского госуниверситета. Закончил физический факультет ВГУ в 1962г. Сфера научных интересов — полупроводниковая СВЧ электроника, силовая электроника, наноэлектроника.

Булгаков Олег Митрофанович — доктор технических наук, закончил физический факультет Воронежского госуниверситета в 1985г. Сфера научных интересов — моделирование мощных ВЧ и СВЧ транзисторов и транзисторных усилителей.

Лупандин Владислав Владимирович — закончил физико-математический факультет Воронежского государственного педагогического университета в 2004 г. Сфера научных интересов — прикладная математика, моделирование систем.

Петров Семен Александрович — закончил радиотехнический факультет Воронежского института МВД России в 2007г. Сфера научных интересов — ВЧ и СВЧ усилители мощности, согласующие цепи и устройства. **Boris K. Petrov** — Dr.Sci.Tech. (1981), the professor of chair of physics of semiconductors and microelectronics of physical faculty of the Voronezh state university. Has finished physical faculty VGU in 1962. Sphere of scientific interests — semi-conductor Over high-frequency electronics, power electronics, nanoelectronics.

**Oleg M. Bulgakov** — Dr.Sci.Tech. (2006), has finished physical faculty of the Voronezh state university in 1985. Sphere of scientific interests — modelling of powerful high-frequency and superhigh-frequency transistors and transistor amplifiers.

**Vladislav V. Lupandin** — has finished physical and mathematical faculty of the Voronezh state pedagogical university in 2004. Sphere of scientific interests — the applied mathematics, modelling of systems.

**Simeon A. Petrov** — has finished radio engineering faculty of the Voronezh institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia in 2007. Sphere of scientific interests — high-frequency and superhigh-frequency amplifiers of capacity, a coordination and device chain.