

# ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ОБРАБОТКА СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В МНОГОЛУЧЕВЫХ КАНАЛАХ

Ю. С. Радченко, Р. В. Титов

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 31.10.2008 г.

**Аннотация.** В работе предложена пространственно-временная модель сверхширокополосного канала связи. Приведены результаты исследований пространственно-временной автокорреляционной функции кодированного сверхширокополосного сигнала, вычислена потенциальная разрешающая способность сигнала по углу и временной задержке с учетом корреляции параметров. Определена структура сигнала на выходе многолучевого канала связи и найдена матрица Фишера.

**Ключевые слова:** сверхширокополосный сигнал, многолучевой канал, антенная решетка, пространственно-временная обработка, кодированный сигнал.

**Abstract.** Time-space model of ultrawideband channel is proposed. Results of time-space correlation function study for code modulated signal are shown. Potential time delay and angle-of-arrival resolution ability is obtained. Output signal structure of multipath channel and Fisher matrix are found.

**Key words:** ultrawideband signal, multipath channel, antenna array, space-time processing, code modulation.

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из новых направлений повышения эффективности информационных систем с небольшой дальностью действия является применение импульсных сверхширокополосных (СШП) сигналов с кодовой модуляцией [1]. Основной проблемой, возникающей при приеме СШП сигналов, является многолучевой характер распространения от передатчика к приемнику. Экспериментальные исследования показали, что многолучевая структура сигнала внутри здания определяется как набор кластеров с неразделяемыми лучами, неизвестным временным положением кластера [2, 3]. Однако данная модель является чисто временной и не учитывает пространственно-временную структуру канала связи и направленные свойства приемных антенных систем

Таким образом, возникает задача построения более общей модели многолучевого канала распространения СШП сигнала и более корректного учета многолучевой структуры принятого сигнала.

## ХАРАКТЕРИСТИКИ КОДИРОВАННЫХ СШП СИГНАЛОВ

Зададимся следующей формой СШП сигнала  $s(t)$ ,

$$s(t) = \sum_{i=0}^{\nu} a_i s_0(t - (i + b_i \cdot \partial T)T_0), \quad (1)$$

где  $s_0(t)$  — форма одиночного СШП импульса, которая часто выбирается в виде  $s_0(t) = A_0 \beta t \exp(-\beta^2 t^2)$ . В выражении (2) величины  $a_i, b_i$  задают закон модуляции следующим образом:

- амплитудно кодовая модуляция (АКМ) с применением инвертора —  $a_i = \{-1, 1\}$ ;
- амплитудно кодовая модуляция (АКМ) с применением режектора —  $a_i = \{0, 1\}$ ;
- позиционная кодовая модуляция (ПКМ) —  $b_i = \{0, -1, 1\}$ .

Отсутствие модуляции означает  $a_i = \{1\}$ ,  $b_i = \{0\}$ . Смещение  $\partial T$  позиции импульса должно быть больше его длительности, но меньше половины периода  $T_0$ . Также длительность импульса должна быть много меньше периода их следования:  $\beta T_0 \gg 1$ .

Рассмотрим простейший случай — излучение сигнала (1) точечным источником и распространение его в свободном пространстве. Пусть сигнал принимается  $J$ -элементной эквидистантной антенной решеткой с шагом  $h$ , находящейся в дальней зоне. Тогда на каждый элемент АР поступает сигнал

$$s_j(t) = \sum_{i=0}^{\nu} a_i s_0 \left( t - \tau_0 - (i + b_i \delta T) T_0 - (j-1) \frac{h}{c} \sin \theta_0 \right), \quad j = \overline{1, J}, \quad (2)$$

где  $\tau_0$  — временная задержка, обусловленная временем распространения сигнала,  $\theta_0$  — угол

прихода сигнала, представляющего собой в дальней зоне плоскую волну. Пространственно-временная корреляционная функция сигнала (2) по параметрам  $(\tau, \theta)$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \Psi(\tau_0 - \tau, \theta_0, \theta) &= \frac{1}{e} \sum_{j=1}^J \int_0^{T_0} s_j(t) s_j(t, \tau, \theta) dt = \\ &= \sum_{j=1}^J \sum_{l=0}^v \sum_{i=0}^v a_i a_l \rho(\tau_0 - \tau + \\ &+ (i + b_i \cdot \partial T - l - b_l \cdot \partial T) T_0 + \\ &+ (j - 1) \frac{h}{c} (\sin \theta_0 - \sin \theta)) \end{aligned} \quad (3)$$

В выражении (3)  $e$  — энергия одиночного импульса, а в качестве  $\rho(t)$  обозначена АКФ одиночного импульса  $\rho(t) = (1 - \beta^2 t^2) \exp(-\beta^2 t^2 / 2)$ .

АКФ (3) как функцию переменной  $\theta$  при  $\tau_0 = \tau$  можно также рассматривать как энергетическую диаграмму направленности системы пространственно-временной обработки СШП сигнала (2). В случае отсутствия модуляции сигнала (2), диаграмма направленности представляет собой пьедестал величиной  $1/J$ , на котором расположен центральный лепесток в направлении  $\theta_0$  и множество побочных лепестков. Применение модуляции позволяет в значительной степени подавить побочные лепестки.

Трехмерная поверхность, описываемая выражением (3), в случае отсутствия модуляции

сигнала (2) представляет собой сложную упорядоченную структуру, состоящую из двух семейств хребтов, а также побочных пиков на месте их пересечения. Применение модуляции позволяет в значительной степени подавить побочные пики. На рис. 3 приведена двумерная АКФ модулированного кодовой последовательностью СШП сигнала.

Помимо величины побочных пиков АКФ, важными характеристиками сигнала являются его разрешающая способность и корреляция параметров. Рассмотрим, как различаются упомянутые характеристики для сигнала (2) в случае использования кодовой модуляции по сравнению с немодулированным сигналом. Для этого исследуем главный пик АКФ в точке  $\tau = \tau_0, \theta = \theta_0$ . При  $\tau \rightarrow \tau_0, \theta \rightarrow \theta_0$  формула (3) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \Psi(\tau_0 - \tau, \theta_0, \theta) &= \\ &= \sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^v a_i^2 \rho(\tau_0 - \tau + \\ &+ (j - 1) \frac{h}{c} (\sin \theta_0 - \sin \theta)) \end{aligned} \quad (4)$$

Очевидно, что максимальное значение АКФ равно  $\Psi(0, \theta_0, \theta_0) = J \sum_{i=0}^v a_i^2$ . Матрица вторых

производных выражения (4) — матрица Фишера имеет вид

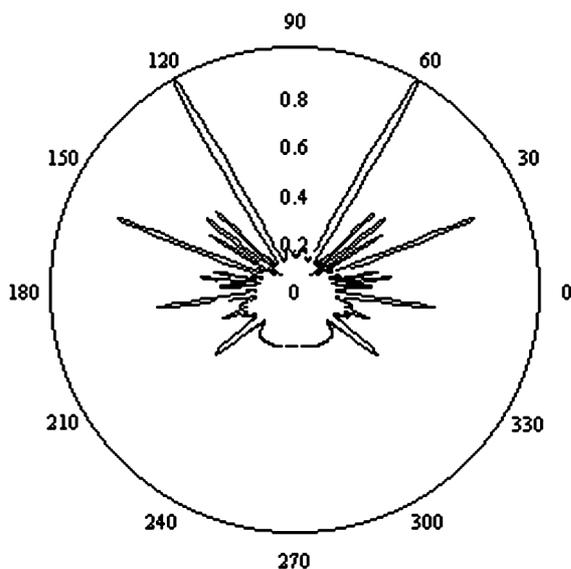


Рис. 1. Диаграмма направленности в случае немодулированного сигнала с направлением прихода и  $\theta_0 = 60^\circ$  ( $J = 4$ )

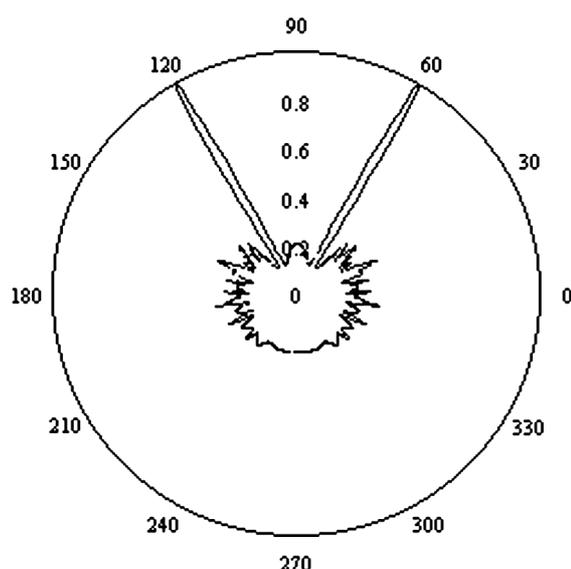


Рис. 2. Диаграмма направленности в случае модулированного сигнала с направлением прихода и  $\theta_0 = 60^\circ$  ( $J = 4$ )

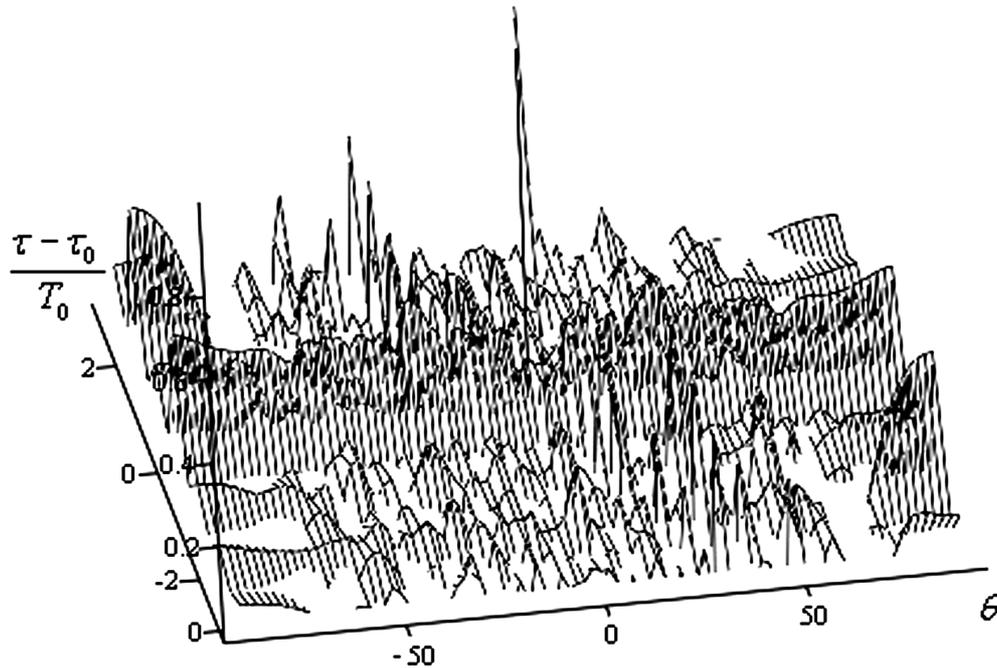


Рис. 3. Пространственно-временная АКФ модулированного сигнала с углом прихода  $\theta_0 = 0$  ( $J = 4, \nu = 7$ )

$$\begin{pmatrix} \Psi''_{\tau\tau}(0, \theta_0, \theta_0) & \Psi''_{\tau\theta}(0, \theta_0, \theta_0) \\ \Psi''_{\tau\theta}(0, \theta_0, \theta_0) & \Psi''_{\theta\theta}(0, \theta_0, \theta_0) \end{pmatrix} = J \sum_{i=0}^{\nu} a_i^2 \begin{pmatrix} \rho''(0) & \frac{J-1}{2} \rho''(0)h \cos(\theta_0) \\ \frac{J-1}{2} \rho''(0)h \cos(\theta_0) & \frac{(J-1)(2J-1)}{6} \rho''(0)h^2 \cos^2(\theta_0) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Разрешающую способность сигнала можно охарактеризовать следующими параметрами  $\tau_{kor} = \sqrt{-\Psi(0, \theta_0, \theta_0) / \Psi''_{\tau\tau}(0, \theta_0, \theta_0)}$ ,  $\theta_{kor} = \sqrt{-\Psi(0, \theta_0, \theta_0) / \Psi''_{\theta\theta}(0, \theta_0, \theta_0)}$  центрального пика АКФ. В случае немодулированного сигнала ( $a_i = 1, b_i = 0$ ) сигнал (2) обладает следующими параметрами

$$\begin{aligned} \tau_{kor} &= \sqrt{-1/\rho''(0)}, \\ \theta_{kor} &= \sqrt{\frac{J-1}{J-0.5} \frac{\sqrt{3c}\tau_{kor}}{h(J-1)\cos\theta_0}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Важной характеристикой является коэффициент корреляции  $R_{\tau\theta} = \frac{\Psi''_{\tau\theta}(0, \theta_0, \theta_0)}{\Psi''_{\tau\tau}(0, \theta_0, \theta_0)} \Psi''_{\theta\theta}(0, \theta_0, \theta_0)$  параметров при их совместной оценке. В случае отсутствия модуляции он принимает значение

$$R_{\tau\theta}^2 = \frac{3(J-1)}{2(2J-1)}. \quad (7)$$

Для расчета  $\tau_{kor}, \theta_{kor}, R_{\tau\theta}$  в явном виде в случае модулированного сигнала будем полагать,

что последовательности  $\{a_i\}, \{b_i\}$  псевдослучайные и эргодические. Полагая, что в случае АКМ  $a_i = 1$  с вероятностью  $p$ , в случае ПКМ  $b_i = 0$  с вероятностью  $p'$ , а вероятности  $b_i = \pm 1$  одинаковы, и заменяя величины  $a_i, b_i, a_i^2, b_i^2$  соответствующими средними значениями, получим аналогичные (6), (7) результаты.

Таким образом, модуляции в предположении псевдослучайности и эргодичности модулирующих кодов не оказывает влияния на разрешающую способность сигнала (5) по параметрам  $\tau, \theta$ , а также не изменяет коэффициент корреляции между этими параметрами. Однако применение модуляции позволяет в значительной мере подавить побочные пики АКФ (6) и побочные лепестки энергетической диаграммы направленности  $\Psi(0, \theta_0, \theta)$ .

### ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ МОДЕЛЬ СШП КАНАЛА

Для конструирования и анализа телекоммуникационных систем с СШП сигналами необходима физически обоснованная пространственно-временная модель канала связи. Однако применительно к СШП сигналам импульсного типа такие модели отсутствуют. Поэтому важно разработать такую модель, которая приближенно, но достаточно адекватно описывает вероятностные и пространственно-временные свойства канала связи. На рис. 4

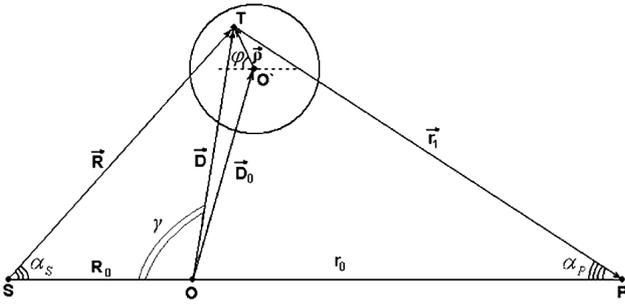


Рис. 4. Схема распространения сигнала в рассеивающем канале

приведена в геометрическом (лучевом) приближении схема распространения сигнала в рассеивающем канале.

Здесь  $S$  — точка измерения СШП сигнала,  $P$  — точка приема, совпадающая с начальным элементом линейной приемной антенной решетки.

Рассматриваемый кластер условно представим пунктирной областью, в которой  $T$  — рассеивающий элемент. Система координат выбрана так, что ось  $ox$  координат соединяет точки  $S$  и  $P$ . Кроме того, будем считать, что эквидистантная антенная решетка лежит в координатной плоскости  $xoy$ . На рис. 6 приведена детализация сечения рассеивающего кластера плоскостью, проходящей через точки  $(S, T, P)$ .

Здесь  $O'$  — центр кластера с радиусом вектором  $\vec{D}_0$ ;  $\vec{D}$  — радиус-вектор рассеивающего центра  $T$ , соответственно  $\vec{\rho} = \vec{D} - \vec{D}_0$  координаты точки  $T$  относительно  $O'$ . В полярной системе координат  $\vec{\rho}$  характеризуется параметрами  $\rho = |\vec{\rho}|$  и углом  $\varphi$ . Угол  $\gamma_0$  — полярный угол центра кластера  $O'$ . Из геометрических соотношений следует, что разность хода

$$\begin{aligned} \Delta &= (R - r_1) - (R_0 - r_0) \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \frac{R_0 + r_0}{R_0 \cdot r_0} D^2 \sin \gamma = \\ &= \frac{1}{2} \frac{R_0 + r_0}{R_0 \cdot r_0} (R \sin \alpha_s) \cdot (r_1 \sin \alpha_p). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь учтено, что  $R = \sqrt{R_0^2 + D^2 - 2R_0D \cos \gamma} \approx R_0 - D \cos \gamma + 0.5(D/R_0) \sin^2 \gamma$ . Аналогично  $r_1 \approx r_0 + D \cos(\gamma) + \frac{1}{2}(D/R_0) \sin^2 \gamma$ . Также из рис. 4 следует, что

$$\begin{aligned} D_s &= D \sin \gamma = D_0 \sin \gamma_0 + \\ &+ \rho \sin \varphi = D_{s0} + d. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8) получаем

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{1}{2} \left( \frac{R_0 + r_0}{R_0 r_0} \right) (D_{s0} + d)^2 = \\ &= p (D_{s0} + d)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $p = \frac{R_0 + r_1}{2R_0 r_1}$ . Параметры  $\{D_{s0}, d\}$  харак-

теризуют расположение кластера и рассеивающего элемента. На рис. 5 приведена геометрия лучей, проходящих на антенную решетку.

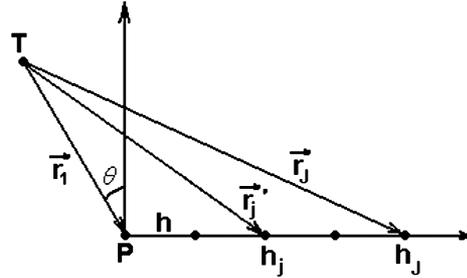


Рис. 5. Геометрия лучей, проходящих на антенную решетку

Здесь  $h$  — шаг решетки,  $J$  — число элементов решетки,  $h_j$  — расстояние  $j$ -го элемента решетки от точки  $P$ . Из геометрических соотношений следует, что

$$\begin{aligned} r_j &= \sqrt{r_1^2 + h_j^2 + 2r_1 h_j \sin \theta} \approx \\ &\approx r_1 + h_j \sin \theta + \frac{1}{2} \frac{(h_j \cos \theta)^2}{r_1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Слагаемое  $0.5(h_j \cos \theta)^2 / r_1$  определяет сферическую поправку при падении волнового фронта на AP,  $h_j \sin \theta$  — определяет линейную задержку фронта волны. Если  $h_j \ll r_1$ , то сферической поправкой можно пренебречь. Тогда с учетом (11) можно записать

$$\begin{aligned} \Delta R_j &= (R + r_j) - (R_0 + r_0) = \\ &= p(D_{s0} + d)^2 + h_j \sin \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Если  $\max(d) < c\tau_{kor}$ , то имеет место многолучевость от компактного кластера. Если  $\max(d) > c\tau_{kor}$ , то возникает распределенная многолучевость от протяженного кластера, где в каждый момент времени суммируются лучи от эллиптической поверхности с уравнением  $R + r_j = g = \text{const}$ . Точнее это эллиптический слой, толщина которого определяется пространственной разрешающей способностью  $c\tau_{kor}$  СШП сигнала. В таком случае распределенная многолучевость от протяженного кластера характеризуется диапазоном рассеяния  $g \in [g^{(1)}, g^{(2)}]$ .

Будем считать, что кластер является компактным и содержит  $K$  рассеивающих элементов с параметрами  $\{A_k, D_{S0}, d_k\}$ . Если предположить что имеется  $M$  кластеров с параметрами  $\{\alpha_m, D_{S0}^{(m)}, \theta_m\}$ ,  $m = 1..M$ , то на каждый элемент антенной решетки поступает сигнал

$$s_j(t) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \sum_{k=1}^K A_k^{(m)} s(t - t_0 - [h_j \sin \theta_m + p(D_{S0}^{(m)} + d_k^{(m)})] / c), \quad (13)$$

где  $t_0 = (R_0 + r_0) / c$ . Если излучаемый сигнал  $s(t) = \delta(t)$  — дельта-функция, то выражение (13) определяет импульсную реакцию рассеивающего канала в рассмотренном выше приближении. Она является обобщением временной модели СШП канала для стандарта IEEE 802.15.3a [2].

Для построения вероятностной модели многолучевого канала связи необходимо задаться распределением параметров  $\{\alpha_m, A_k^{(m)}, D_{S0}^{(m)}, d_k^{(k)}\}$ . В рамках чисто временной модели даны следующие аппроксимации эмпирических распределений задержек от кластеров и рассеивающих элементов внутри кластеров

$$w(T_m | T_{m-1}) = \Lambda \exp[-\Lambda(T_m - T_{m-1})], \quad m > 0; \\ w(\tau_k^{(m)} | \tau_{k-1}^{(m)}) = \lambda \exp[-\lambda(\tau_k^{(m)} - \tau_{k-1}^{(m)})], \quad k > 0. \quad (14)$$

С учетом выражения (13)

$$T_m = p(D_{S0}^{(m)})^2 / c, \\ \tau_k^{(m)} = p(d_k^{(m)}) / c.$$

Величина  $\alpha_m$  имеет логнормальное распределение. Необходимо отметить, что реальная модель СШП сигнала должна базироваться на решении электродинамической задачи рассеяния сигнала с очень большим диапазоном длин волн на распределенных геометрических объектах, что представляет собой крайне сложную задачу. Кроме того, для построения адекватной вероятностной модели принятого сигнала необходимо корректное задание статистики случайных величин  $\{\alpha_m, A_k^{(m)}, D_{S0}^{(m)}, d_k^{(k)}\}$ , что в общем случае сделать затруднительно.

### СУБОПТИМАЛЬНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ОБРАБОТКА МНОГОЛУЧЕВОГО СШП СИГНАЛА

Рассмотрим случай приема на фоне шума СШП сигнала (1) при его многолучевом распространении. Пусть сигнал принимается  $J$  —

элементарной эквидистантной антенной решеткой с шагом  $h$ , находящейся в дальней зоне. Тогда на каждый элемент АР поступает смесь

$$x_j(t) = s\left(t - \tau_0 - (j-1)\frac{h}{c}\sin(\theta_0)\right) + \\ + \sum_{m=1}^M \alpha_m s\left(t - \tau_m - (j-1)\frac{h}{c}\sin(\theta_m)\right) + n_j(t) = \\ = \sum_{m=0}^M \alpha_m \sum_{i=1}^v a_i s_0\left(t - \tau_m - (i + b_i \partial T)T_0 - \right. \\ \left. - (j-1)\frac{h}{c}\sin(\theta_m)\right) + n_j(t), \quad (14)$$

где луч с индексом  $m = 0$  распространяется прямолинейно от источника и для него считаем  $\alpha_0 = 1$ , а  $M$  — число мешающих лучей, каждый из которых характеризуется углом прихода  $\theta_m$ , совокупной задержкой  $\tau_m$  и затуханием  $\alpha_m$ .

Будем считать, что шум — белый гауссовский и обладает следующими свойствами:  $\langle n_j(t) \rangle = 0$ ,  $\langle n_j(t_1)n_p(t_2) \rangle = \delta_{j,p}N_0\delta(t_1 - t_2) / 2$ ,  $j = 1..J$ ,  $p = 1..J$ , где  $\delta_{j,p}$  — символ Кронекера.

Субоптимальная обработка сигнала (14) представляет собой его обработку приемником, рассчитанным на прием одного луча, и сводится к вычислению следующей статистики:

$$M(\tau, \theta) = \frac{2}{N_0} \sum_{j=1}^J \int_0^{T_n} x_j(t) s_j(t, \tau, \theta) dt = \\ = \frac{2}{N_0} \sum_{m=0}^M \alpha_m \sum_{j=1}^J \int_0^{T_n} s\left(t - \tau_m - (j-1)\frac{h}{c}\sin(\theta_m)\right) \times \\ \times s\left(t - \tau - (j-1)\frac{h}{c}\sin(\theta)\right) dt + \\ + \frac{2}{N_0} \sum_{j=1}^J \int_0^{T_n} n_j(t) s(t, \tau, \theta) dt = \\ = q_0^2 \sum_{m=0}^M \alpha_m \Psi(\tau_m - \tau, \theta_m, \theta) + \\ + q_0 N(\tau, \theta) = q_0^2 \Psi_F(\tau, \theta) + q_0 N(\tau, \theta). \quad (15)$$

Рассмотрим свойства шумовой функции  $N(\tau, \theta)$ . Она является суперпозиции линейных функционалов от гауссовских процессов  $n_j(t)$  и также является гауссовской случайной величиной со следующими характеристиками:

$$\langle N(\tau, \theta) \rangle = \\ = \sqrt{\frac{2}{N_0 e}} \sum_{j=1}^J \int_0^{T_n} \langle n_j(t) \rangle s(t, \tau, \theta) dt = 0, \\ \langle N(\tau, \theta) N(\tau', \theta') \rangle = \\ = \frac{2}{N_0 e} \sum_{j=1}^J \sum_{p=1}^J \int_0^{T_n} \int_0^{T_n} \langle n_j(t_1) n_p(t_2) \rangle s(t_1, \tau, \theta) \times \\ \times s(t_2, \tau', \theta') dt_1 dt_2 = \Psi(\tau - \tau', \theta, \theta')$$

Таким образом, корреляционная функция шумовой функции совпадает с АКФ (3), но не совпадает с сигнальной составляющей  $\Psi_F(\tau, \theta)$  выходной статистики (15).

Рассмотрим свойства сигнальной составляющей  $\Psi_F(\tau, \theta)$ . Как следует из (14), сигнальная составляющая  $\Psi_F(\tau, \theta)$  в (15) равна взвешенной сумме АКФ (3) с весами  $\alpha_m$ , т.е. каждый луч формирует парциальный отклик  $\alpha_m \Psi(\tau_m - \tau, \theta_m, \theta)$ , координаты абсолютных максимумов которых не совпадают.

Рассмотрим свойства функции  $\Psi_F(\tau, \theta)$  в случае больших априорных интервалов значений  $\tau_0, \theta_0$ , т.е. значительно превосходящих величины  $\tau_{kor}, \theta_{kor}$ , определенные в (6). Для этого случая будем полагать, что  $|\tau_m - \tau_n| \gg \tau_{kor}$ ,  $|\theta_m - \theta_n| \gg \theta_{kor}$ ,  $m, n = 0..M$ , тогда  $\Psi_F(\tau, \theta)$  будет иметь многопиковую структуру. Помимо центрального пика в точке  $\tau = \tau_0$ ,  $\theta = \theta_0$ , она также обладает множеством побочных пиков в точках  $\tau = \tau_m$ ,  $\theta = \theta_m$ ,  $m = 1..M$ .

Таким образом

$$\Psi_F(\tau, \theta) = \Psi(\tau_0 - \tau, \theta_0, \theta) + \sum_{m=1}^M \alpha_m \Psi(\tau_m - \tau, \theta_m, \theta) \quad (16)$$

поэтому матрица Фишера при приеме многолучевого СШП сигнала при больших априорных интервалах значений  $\tau_0, \theta_0$  совпадает с матрицей Фишера при приеме СШП сигнала точечного источника.

Рассмотрим случай малого априорного интервала величины  $\theta_0$ , т.е. когда угол  $\theta_0$  примерно известен. Будем считать, что мешающие лучи пространственно слабо разрешаемы и не разрешаемы по времени, т.е.  $|\tau_m - \tau_0| \approx 0$ ,  $|\theta_m - \theta_0| < \theta_{kor}$ ,  $m = 1..M$ . Рассмотрим сечение  $\Psi_F(\tau, \theta)$  плоскостью  $\tau = \tau_0$ . При  $\theta \rightarrow \theta_0$  с учетом (4) можно записать

$$\Psi_F(\tau = \tau_0, \theta) = \sum_{m=0}^M \alpha_m \sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^v a_i^2 \rho \left( (j-1) \frac{h}{c} (\sin(\theta_m) - \sin(\theta_0)) \right). \quad (17)$$

Слагаемые в (17) с  $m > 0$  приводят к тому, что абсолютный максимум функции  $\Psi_F(\tau = \tau_0, \theta)$  смещается относительно значения  $\theta_0$ . Вычисление этого смещения в явном виде оказывается затруднительным.

Оценим изменение ширины центрального пика (17) по сравнению с шириной пика АКФ(3). Пусть  $\theta^*$  — координаты абсолютного максимума (17). Вводя обозначения

$\theta_m - \theta^* = \Delta \theta_m$ , учитывая, что  $\sin(\theta_m) - \sin(\theta^*) = \theta_m \cos(\theta^*) \Delta \theta_m$  и разлагая  $\rho(t)$  и ее первые две производные в ряд, оставляя члены не выше второго порядка

$$\rho(t) \approx 1 - 3\beta^2 t^2 / 2,$$

$$\rho'(t) \approx -3\beta^2 t,$$

$$\rho''(t) \approx -3\beta^2 + 15\beta^4 t^2$$

запишем выражения для величины абсолютно-го максимума (17) и его второй производной

$$\begin{aligned} \Psi_F(\tau^*, \theta^*) &= \\ &= \sum_{m=0}^M \alpha_m \sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^v a_i^2 (1 - 1.5\beta^2 \times \\ &\times (j-1)^2 (h/c)^2 \cos^2(\theta^*) (\Delta \theta_m)^2); \\ \Psi_F''_{\theta\theta}(\tau^*, \theta^*) &= \sum_{m=0}^M \alpha_m \sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^v a_i^2 \times \quad (18) \\ &\times ((j-1)^2 (h/c)^2 \cos^2(\theta^*) (-3\beta^2 + \\ &+ 7.5\beta^2 (j-1)^2 (h/c)^2 \cos^2(\theta^*) (\Delta \theta_m)^2 - \\ &- 3\beta^2 (j-1)^2 (h/c)^2 \sin(\theta^*) \cos(\theta^*) \Delta \theta_m). \end{aligned}$$

Будем полагать, что величины  $\Delta \theta_m$  случайны, имеют одинаковое распределение с нулевым средним и дисперсией  $\Theta^2$ . Тогда заменяя в (18) величины  $\Delta \theta_m, (\Delta \theta_m)^2$ , вычислим величину ширину пика  $\Psi_F(\tau = \tau_0, \theta)$

$$\begin{aligned} \theta_{kor} &= \sqrt{-((h/c)^2 \cos^2(\theta^*) (J-1)(2J-1)\rho''(0)/6)^{-1} \times \\ &\times \sqrt{\frac{1 - (J-1)(J-0.5)\Theta^2 (h/c)^2 \cos^2(\theta^*) \beta^2 / 2}{1 - (3J^2 - 3J - 1)\Theta^2 (h/c)^2 \cos^2(\theta^*) \beta^2 / 2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Первый множитель в (18) совпадает с шириной центрального пика АКФ по углу прихода при приеме сигнала от точечного источника в свободном пространстве. Второй множитель характеризует изменение ширины пика функции  $\Psi_F(\tau = \tau_0, \theta)$  при субоптимальной обработке. Так как  $3J^2 - 3J - 1 > (J-1)(J-0.5)$  при всех целых  $J > 1$ , из (19) следует, что пик функции  $\Psi_F(\tau = \tau_0, \theta)$  расширяется при субоптимальной обработке.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радченко Ю.С. Выбор кодов для амплитудной кодовой и внутриблоковой позиционной модуляции сверхширокополосных сигналов / Ю.С. Радченко // Электросвязь. — 2005. — № 2. — С. 31—33.
2. Foerster J. A Channel Model for Ultrawideband Indoor Communication / J. Foerster, M. Penzgras, A. Molich — <http://www.merl.com/papers/docs/TR2004-074.pdf>.

3. *Dabin J.* A statistical ultra-wideband indoor channel model and the effects of antenna directivity on path loss and multipath propagation / J. Dabin, A. Haimovich, H. Grebel // *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*. — 2006. — Т. 24, № 4. — С. 752—758.

4. *Радченко Ю.С.* Анализ характеристик составных сверхширокополосных сигналов с амплитудной

и позиционной кодовой модуляцией / Ю. С. Радченко, С. В. Сохнышев // *Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника*. — 2005. — № 3. — С. 47—55.

5. *Астанин Л.Ю.* Сложные сверхширокополосные импульсные радиолокационные сигналы и возможности их формирования / Л. Ю. Астанин, А. А. Флерова // *Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника*. — 2003. — № 4. — С. 11—20.

---

**Радченко Юрий Степанович** — д.ф.м.н., профессор кафедры радиофизики Воронежского государственного университета; тел.: (4732) 20-89-16, e-mail: rvtitov@yandex.ru

**Титов Роман** — магистрант 2 года обучения кафедры радиофизики ВГУ; тел.: (4732) 20-89-16, e-mail: rvtitov@yandex.ru

**Radchenko Yuri** — Doctor of Science, Professor of Radio Physics Department of Voronezh State University; tel: (4732) 20-89-16, e-mail: radchenko@gdct-group.ru

**Titov Roman** — Student of Radio Physics Department of Voronezh State University; tel: (4732) 20-89-16, e-mail: rvtitov@yandex.ru