

ПРИМЕНЕНИЕ ДИСКРИМИНАНТНОЙ ПРОЦЕДУРЫ ПРИ СИНТЕЗЕ И АНАЛИЗЕ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, ОСНОВАННОЙ НА МАНИПУЛЯЦИИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

В. И. Парфенов, Е. В. Сергеева

Воронежский государственный университет

Рассмотрена система приема-передачи информации, основанная на манипуляции статистическими характеристиками (коэффициентами эксцесса и асимметрии) стохастического несущего колебания. Задача извлечения полезной информации из принятого колебания сформулирована в терминах задачи обнаружения изменения свойств случайных процессов (задача «разладки»). Для извлечения полезной информации использован дискриминантный метод анализа. Рассмотрены некоторые варианты построения дискриминантных функций. Путем математического моделирования на ЭВМ рассматриваемого алгоритма найдены характеристики дискриминантной процедуры анализа. Выполнено сравнение полученных характеристик с характеристиками оптимальных алгоритмов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: случайный сигнал, дискриминантный анализ, коэффициенты эксцесса и асимметрии, алгоритмы обнаружения и оценки.

ВВЕДЕНИЕ

Задача поиска нестационарностей в наблюдаемой реализации случайного процесса широко встречается при обработке информации в радиофизике, гидроакустике, сейсмологии и т. д. Основными проблемами, встречающимися при решении данной задачи, называемой также задачей «разладки» [1], являются обнаружение и оценка момента изменения свойств наблюдаемого сигнала. Факторами, существенно усложняющими решение данной задачи, является полное или частичное отсутствие априорной информации о статистике наблюдаемого процесса, а также наличие шума. Отметим также, что многие задачи электрической связи могут быть сформулированы аналогичным образом, как задача «разладки», и, следовательно, могут быть решены схожими методами.

Рассмотрим, в частности, систему передачи и приема цифровой информации, предложенную в [2] и достаточно подробно исследованную в [3]. В подобной системе передачи информации в качестве несущего колебания используют стохастический (случайный) сигнал. Такие сигналы удовлетворяют требованиям по скрытности и электромагнитной совместимости, т. к. для любого телекоммуникационного канала информационный сигнал будет воспринимать-

ся как однородный шум. Для передачи цифровой информации в таких системах можно, например, использовать модуляцию статистическими параметрами стохастической несущей. В частности, в [3] рассмотрен способ модуляции, основанный на изменении статистических параметров с помощью специально подобранного симметричного нелинейного преобразования коэффициента эксцесса случайного процесса. При этом передающее устройство содержит два канала, один из которых пропускает сигнал от генератора несущего колебания без изменений, а во втором находится нелинейный преобразователь. Далее исходный (на выходе первого канала) и видоизмененный (на выходе второго канала) сигналы подаются на коммутатор, управляемый бинарным цифровым сигналом, несущим информацию. В результате на выходе коммутатора имеет место последовательность цифровых посылок с разными значениями эксцесса распределения, соответствующими битам «0» и «1». Для выравнивания мощности сигналов, соответствующих обоим битам, во втором канале целесообразно разместить фильтр для вырезания лишних частотных составляющих в спектре такого сигнала. В приемном устройстве требуется обнаружить и оценить моменты времени, соответствующие изменениям коэффициента эксцесса случайного процесса. Аналогичным образом может быть построено

устройство приема-передачи цифровой информации, если вместо манипуляции коэффициентом эксцесса использовать манипуляцию коэффициентом асимметрии.

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, ОСНОВАННОЙ НА МАНИПУЛЯЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОМ ЭКССЕССА

Обозначим $\{\xi_1(t)\}$ — случайный процесс с известными статистическими характеристиками. В частности, для простоты положим, что этот процесс является нормальным центрированным случайным процессом с экспоненциальной функцией корреляции $K_\xi(\tau) = \sigma_\xi^2 \exp(-\alpha|\tau|)$. Симметричное нелинейное преобразование, изменяющее коэффициент эксцесса такого процесса, было выбрано в виде $y = ax + bx^3$ [3], где параметры a и b подбираются исходя из достижения требуемого коэффициента эксцесса процесса. Процесс на выходе подобного нелинейного преобразователя, как отмечалось ранее, подается на соответствующим образом подобранный фильтр. В результате имеем случайный процесс $\{\xi_2(t)\}$ с той же дисперсией σ_ξ^2 , что и процесс $\{\xi_1(t)\}$. Введем в рассмотрение также процесс $\{n(t)\}$, который описывает шум в канале связи и предполагается широкополосным нормальным процессом с равномерным спектром мощности в рабочей полосе системы. Далее, введем в рассмотрение две статистические гипотезы:

$$\begin{aligned} H_0 : \quad & x(t) = \xi_1(t) + n(t), 0 \leq t \leq T, \\ H_1 : \quad & x(t) = n(t) + \begin{cases} \xi_1(t), 0 \leq t \leq t_0, \\ \xi_2(t), t_0 < t \leq T. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Гипотеза H_0 соответствует случаю отсутствия изменения свойств на интервале наблюдения T . Если длительность T равна удвоенной длительности одного бита передаваемой информации, то эта гипотеза означает, что на данном интервале передаются последовательно два отрезка сигналов, соответствующие двум «нулевым» битам. При гипотезе H_1 на интервале T последовательно передаются сигналы, соответствующие «нулевому» и «единичному» битам. Сформулируем теперь задачу в терминах «разладки». Необходимо по наблюдаемой реализации $x(t)$ определить, происходит ли на интервале длительностью T изменение статистических свойств у наблюдаемого процесса, или

таких изменений нет, и если они происходят, то оценить соответствующий момент времени.

Для решения поставленной задачи применим методы дискриминантного анализа. В общем случае суть дискриминантного анализа заключается в следующем [4, 5]. Имеются качественно разнородные заданные группы объектов. Дискриминантный анализ позволяет построить такие дискриминантные функции, которые наилучшим образом характеризуют различия между этими группами объектов. В нашем случае есть два случайных процесса с разными статистическими характеристиками. Необходимо построить такую процедуру, которая определяет наличие изменения свойств в наблюдаемых данных, другими словами, определяет, имеется ли в наблюдаемых данных один стационарный случайный процесс или на этом интервале происходит изменение («скачок») статистических характеристик, т. е. наблюдается «разладка».

Решение о наличии нестационарного поведения процесса на анализируемом интервале осуществляется при помощи дискриминантной функции $d[x(t), \mathbf{a}]$, где $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_m)$ — набор дискриминирующих параметров. Эти параметры находятся при помощи различных процедур, максимизирующих некоторую меру различия объектов. Наиболее широкое распространение получил критерий Фишера, который заключается в нахождении функции

$$H(t) = \frac{[M_1(t) - M_2(t)]^2}{D_1(t) + D_2(t)}, \quad (2)$$

представляющей собой нормированную разность средних значений дискриминантной функции $d[x(t), \mathbf{a}]$ на соседних интервалах $[t; t + T_0]$ и $[t + T_0; t + 2T_0]$. В (2) обозначено

$$\begin{aligned} M_i(t) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d[x(t + n\Delta + (i-1)T_0), \mathbf{a}], \\ D_i(t) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{d[x(t + n\Delta + (i-1)T_0), \mathbf{a}] - M_i(t)\}^2, \end{aligned} \quad (3)$$

$i = 1, 2,$

где $t \in [0; T - 2T_0]$, Δ — интервал дискретизации, $N = [T_0 / \Delta]$ — число дискретных отсчетов в окне длительности T_0 .

Таким образом, процесс $x(t)$ будет нестационарным на интервале T , если

$$\max H(t) > H_i, \quad (4)$$

где пороговое значение H_i должно выбираться из некоторого заранее заданного условия. В

наиболее простых случаях в качестве дискриминантной функции $d[x(t), \mathbf{a}]$ используется либо сам входной процесс, либо квадрат отклонения от среднего значения $(x(t) - \langle x(t) \rangle)^2$. В первом случае выявление нестационарности производится по разности средних значений в двух смежных окнах, во втором случае — по разности дисперсий в смежных окнах. Учитывая то, что в рассматриваемой задаче наблюдаемые процессы являются центрированными и их дисперсии одинаковы, следует ожидать, что подобные процедуры не дадут положительного эффекта. Так как процессы $\{\xi_1(t)\}$ и $\{\xi_2(t)\}$ отличаются моментами четвертого порядка, рассмотрим в качестве дискриминантной функции функцию вида $d[x(t)] = x^4(t)$. Как показывают расчеты, применение классической функции $H(t)$ вида (2) в данной задаче не приводит к удовлетворительным результатам. Значительно лучшие результаты получаются, если использовать следующую модифицированную функцию:

$$H(t) = [M_1(t) - M_2(t)] / D_1(t). \quad (5)$$

При этом алгоритм обнаружения «разладки» остается прежним (4).

Результаты, приведенные ниже, получены путем математического моделирования на ЭВМ. Вначале определялось пороговое значение H_t в алгоритме (4). С этой целью задавалось фиксированное значение вероятности ошибки первого рода ($\alpha_1 = 10^{-3}$) и порог определялся из

соотношения $\alpha_1 = P[\max H(t) > H_t | H_0]$. Отметим, что для каждого значения отношения сигнал/шум (ОСШ) $z = \sigma_\xi / \sigma_n$ (где σ_ξ и σ_n — среднеквадратические отклонения процессов $\{\xi_1(t)\}$ и $\{n(t)\}$ соответственно) пороговые значения H_t будут разными.

Далее определялась вероятность ошибки второго рода при обнаружении изменения свойств $\beta_1 = P[\max H(t) < H_t | H_1]$. Некоторые результаты моделирования дискриминантного алгоритма обнаружения (4), (5) приведены на рис. 1.

На этом рисунке «квадратиками» и «кружками» изображены зависимости $\beta_1(z)$, характеризующие эффективность обнаружения модифицированного дискриминантного алгоритма (4), (5) при величине окна $T_0 = 0.4T$ и $T_0 = 0.2T$ соответственно. На этом же рисунке для сравнения «треугольниками» показана зависимость $\beta_0(z)$, где $\beta_0 = P[\gamma < \gamma_t | H_1]$ — вероятность ошибки второго рода при обнаружении момента изменения свойств по оценке коэффициента эксцесса γ наблюдаемого процесса [3] при выполнении гипотезы H_1 (назовем этот алгоритм оптимальным). Здесь γ_t — пороговое значение коэффициента эксцесса, которое находится по заданной вероятности ошибки первого рода $\alpha_0 = 10^{-3} = P[\gamma > \gamma_t | H_0]$. Из рис. 1 следует, что дискриминантный алгоритм (4), (5) проигрывает в эффективности обнаружения оптимальному алгоритму при любых размерах

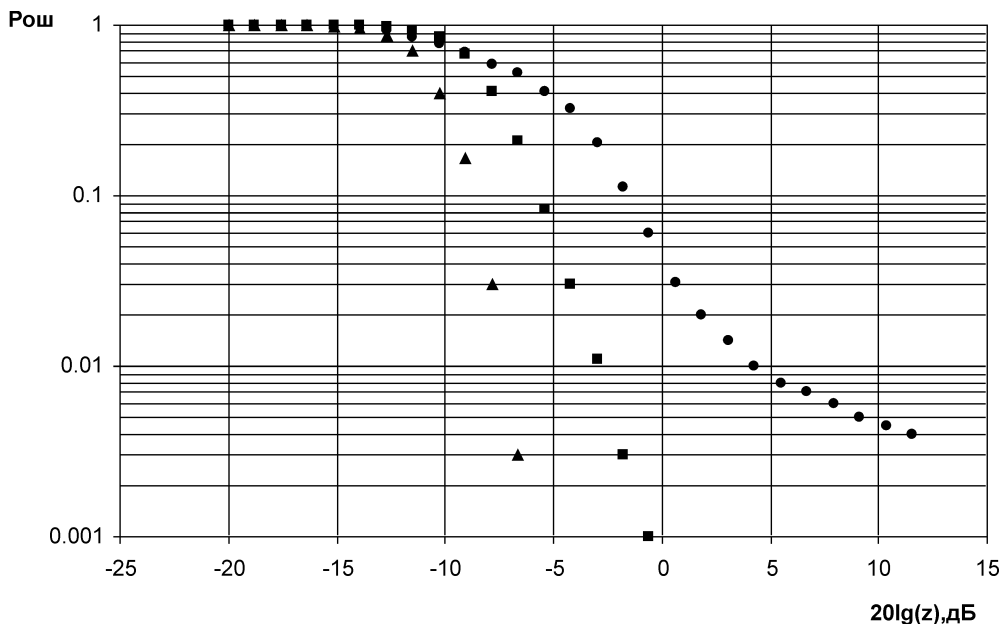


Рис. 1. Зависимость вероятности пропуска сигнала от ОСШ для дискриминантного и оптимального алгоритмов

окон. Величина окна, как показывают исследования, оказывает значительное влияние на эффективность обнаружения. Так, при $T_0 = 0.4T$ вероятность пропуска значительно меньше, чем при $T_0 = 0.2T$. Этот факт можно объяснить тем, что с уменьшением величины окна уменьшается точность оценки момента четвертого порядка, а, следовательно, ухудшается эффективность дискриминантной процедуры анализа.

Таким образом, дискриминантный алгоритм (4), (5) всегда проигрывает в эффективности обнаружения оптимальному алгоритму. В то же время дискриминантные функции можно успешно использовать при решении задачи оценки момента изменения свойств наблюдаемого процесса, т. е. момента времени, в который происходит смена случайного процесса, соответствующего «нулевому» биту, другим, соответствующим «единичному» биту. Очевидно, оценка данного момента времени может быть найдена в соответствии с алгоритмом

$$t^* = \arg \max H(t) \quad (6)$$

при выполнении гипотезы H_1 (1), где функция $H(t)$ определена в (5). На рис. 2 «квадратиками» и «ромбиками» изображены нормированные зависимости условного рассеяния оценки (6) $V(t^* | t_0) / T^2 = \langle (t^* - t_0)^2 | t_0 = T/2 \rangle / T^2$ от ОСШ z для двух окон величиной $T_0 = 0.4T$ и $T_0 = 0.2T$ соответственно.

Очевидно, что уменьшение величины окна приводит к ухудшению точности оценки (6).

Это объясняется опять-таки ухудшением точности оценки момента четвертого порядка при уменьшении числа отсчетов.

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, ОСНОВАННОЙ НА МАНИПУЛЯЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОМ АСИММЕТРИИ

До сих пор рассматривалась телекоммуникационная система, основанная на манипуляции коэффициентом эксцесса случайного процесса. Очевидно, аналогично может быть реализована система, основанная на манипуляции коэффициентом асимметрии случайного процесса. Рассчитаем эффективность подобной системы, если для ее реализации используются элементы дискриминантного анализа. В этом случае процесс $\{\xi_2(t)\}$ в (1) отличается от гауссовского процесса своим коэффициентом асимметрии. Следовательно, в качестве дискриминантной функции целесообразно выбрать функцию вида $d[x(t)] = x^3(t)$. Алгоритм обнаружения изменения свойств, как и ранее, должен заключаться в формировании функции (2) либо модифицированной функции $H(t)$ (5) и сравнении ее максимального значения с порогом, выбираемым по заданной вероятности ошибки первого рода. Однако, как показывают расчеты, характеристики дискриминантного алгоритма в этом случае существенно проигрывают оптимальному алгоритму при любой величине окна

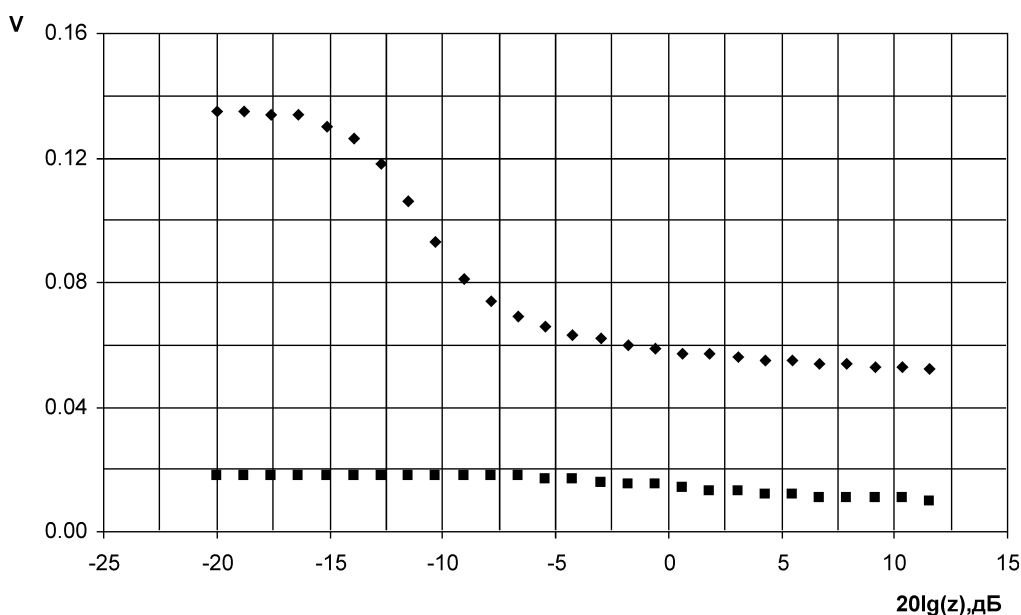


Рис. 2. Рассеяние оценки момента изменения свойств сигнала для алгоритма, основанного на манипуляции коэффициентом эксцесса

и поэтому здесь не приводятся. Точность оценки момента изменения свойств t^* (6) также рассчитывалась с помощью математического моделирования на ЭВМ. На рис. 3 изображены зависимости нормированного рассеяния оценки (6) от ОСШ при $T_0 = 0.4T$ («квадратиками») и $T_0 = 0.2T$ («ромбиками») соответственно.

ВЫВОДЫ

Дискриминантные процедуры анализа являются весьма эффективными и достаточно простыми методами, используемыми при исследовании нестационарных случайных процессов, особенно кусочно-стационарных, статистические свойства которых остаются постоянными на некоторых интервалах и изменяются скачком при переходе с одного интервала на другой. Наибольшей эффективностью они обладают в тех случаях, когда процессы на соседних интервалах отличаются моментами первого либо второго порядка. Однако их эффективность резко падает, если процессы на соседних интервалах отличаются моментами достаточно высоких порядков (больших двух). В этом случае для повышения эффективности обнаружения и оценки момента изменения свойств требуется модифицировать эти алгоритмы. И даже в этом случае значительно лучшими характеристиками будут обладать алгоритмы, основанные на оценке (измерении) параметров, которыми различаются процессы на соседних интервалах.

В частности, если процессы отличаются моментами четвертого порядка, то целесообразно для решения задач обнаружения и оценки момента изменения свойств использовать алгоритм, основанный на оценке коэффициента эксцесса и сравнении его с пороговым значением. Результаты работы позволяют определить границы применимости алгоритмов дискриминантного анализа в таких сложных условиях и оценить проигрыш в их эффективности по сравнению с оптимальными процедурами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / М. Бассвиль, А. Вилски, А. Банвенист и др. ; под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста. — М. : Мир, 1989. — 278 с.
2. Залогин Н.Н. Манипуляция характеристиками шумоподобного сигнала в широкополосной системе связи / Н. Н. Залогин, В. В. Кислов // Радиотехника. — 2005. — № 3. — С. 13—17.
3. Парфенов В. И. Исследование системы передачи информации, основанной на манипуляции коэффициентом эксцесса стохастического процесса / В. И. Парфенов, Е. В. Сергеева // Радиолокация, навигация, связь : материалы XIII Международ. науч.-техн. конф. — Воронеж, 2007. — Т. 1. — С. 436—444.
4. Дубров А. М. Многомерные статистические методы / А. М. Дубров, В. С. Мхитарян, Л. И. Трошин. — М. : Финансы и статистика, 2003. — 350 с.
5. Клекка У. Р. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ / У. Р. Клекка. — М. : Финансы и статистика, 1989. — 264 с.

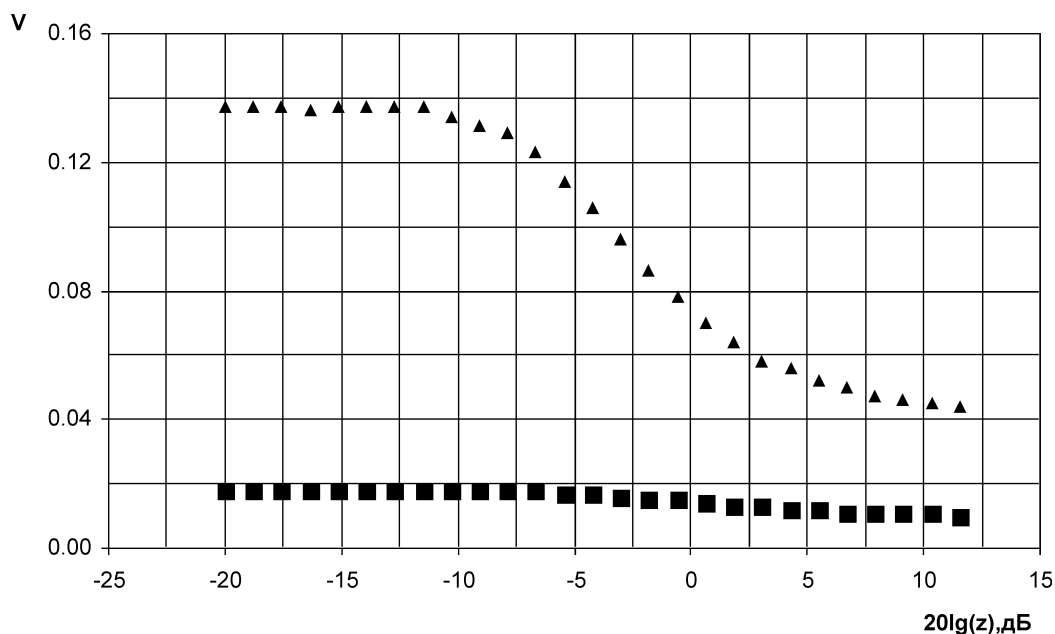


Рис. 3. Рассеяние оценки момента изменения свойств сигнала для алгоритма, основанного на манипуляции коэффициентом эксцесса