

### ФИЗИКА

УДК 621.382.029.6

*Бобрешов А. М., Дыбой А. В., Нестеренко Ю. Н.,  
Разуваев Ю. Ю.*

#### **СТРУКТУРА ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА В GaAs ПТШ НА ГРАНИЦЕ МЕЖДУ АКТИВНЫМ СЛОЕМ И ПОДЛОЖКОЙ, ЛЕГИРОВАННОЙ ХРОМОМ**

С помощью численного моделирования проанализирована структура объемного заряда на границе полуизолирующей подложки, допированной хромом, и канала в GaAs ПТШ. Использована четырехуровневая модель полуизолирующего GaAs с учетом глубоких уровней. Показана определяющая роль глубоких акцепторных уровней в формировании объемного заряда.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** полевой транзистор с затвором Шотки, арсенид галлия, объемный заряд, полуизолирующая подложка, глубокие уровни, численное моделирование.

УДК 535.37

*Гриднев А. Е.*

#### **ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ КОНЦЕНТРАТОРОВ ПОЛЯ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ АНОДНЫХ ОКСИДОВ АЛЮМИНИЯ КАК РЕЗУЛЬТАТ УДАРНОЙ ИОНИЗАЦИИ**

Исследовалось электролюминесцентное свечение в ходе роста анодных оксидов алюминия барьерного типа в различных электролитах. Развитие ответственных за свечение многолавинных электронных процессов приводит к формированию объемных зарядов в пленке, образующих систему локальных концентраторов поля вблизи границы оксид/электролит. Возникающая геометрия поля определяется использованным электролитом и соответствует ячеистой морфологии анодных оксидов алюминия.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** анодные оксидные пленки, электролюминесценция, электронные лавины, концентраторы поля, пористый оксид алюминия.

УДК 681.514:519.246

*Захаров А. В.*

#### **ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СКАЧКООБРАЗНОГО СЛУЧАЙНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ С НЕИЗВЕСТНЫМ МОМЕНТОМ ПОЯВЛЕНИЯ**

Выполнен синтез алгоритмов совместной оценки параметров гауссовского случайного возмущения по методу максимального правдоподобия. Найден асимптотически точные выражения для характеристик оценок. Границы применимости этих выражений установлены экспериментально методом статисти-

ческого моделирования на ЭВМ.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** случайное возмущение, метод максимального правдоподобия, совместная оценка, средняя ошибка, рассеяние.

УДК 538.915

*Захарченко А. А., Петров Б. К., Курганский С. И.,  
Клинских А. Ф.*

#### **ЭЛЕКТРОННАЯ СТРУКТУРА И КОНДАКТАНС ОДНОСЛОЙНЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК СТРУКТУРНОГО ТИПА «ARMCHAIR» В ПРИБЛИЖЕНИИ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ**

В работе представлена модель однослойных углеродных нанотрубок с металлическим типом проводимости, построенная в приближении свободных электронов, описан метод расчёта электронной структуры и кондактанса, основанный на этой модели, и представлены результаты расчёта электронной структуры и кондактанса однослойных углеродных нанотрубок структурного типа «armchair», полученные в рамках представленной модели.

УДК 541.124; 538.67

*Иванков Ю. В., Иванова О. А., Иванкова Е. Ю.,  
Левин М. Н.*

#### **ВЛИЯНИЕ СЛАБЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ЗАСЕЛЕННОСТЬ СПИНОВЫХ СОСТОЯНИЙ РАДИКАЛЬНЫХ ПАР**

В работе рассчитаны временные зависимости заселенностей спиновых состояний радикальной пары и амплитуды переходов между ними для постоянных магнитных полей с учетом обменного взаимодействия. Вышеуказанные величины найдены непосредственно из решения уравнения Лиувилля для спиновой матрицы плотности радикальной пары. В ходе расчетов установлен осциллирующий характер релаксации парциальных заселенностей спиновых уровней при монотонном уменьшении полной заселенности.

УДК 532.783:534.6

*Ларионов А. Н., Чернышёв В. В., Ларионова Н. Н.*

#### **АНИЗОТРОПНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКА И ВЯЗКОСТЬ НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ ВАРИАЦИИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ**

Представлено теоретическое обоснование акустического метода определения коэффициентов вязкости нематических жидких кристаллов. Анализируется влияние термодинамических параметров состояния на диссипативные коэффициенты и комбинации диссипативных коэффициентов нематических жидких кристаллов и их смесей.

УДК 539.043:621.382

*Левин М. Н., Татаринцев А. В., Ажжубеков А. Э.*

### **НЕСТАЦИОНАРНАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ГЛУБОКИХ УРОВНЕЙ С ВЫБОРОМ ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПО L-КРИВОЙ**

Предложено использовать подход L-кривой при выборе параметра регуляризации в методе Laplace-DLTS для исключения неконтролируемых ошибок и повышения достоверности получаемых результатов. Возможности метода продемонстрированы численным анализом модельного релаксационного сигнала, содержащего три экспоненты с близкими значениями показателей и малую шумовую составляющую. Показано, что предложенный вариант Laplace-DLTS с использованием L-кривой для выбора параметра регуляризации или LL-DLTS обладает большей надежностью по сравнению с методом Laplace-DLTS с выбором параметра регуляризации по невязке.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** МОП-структуры, спектроскопия, глубокие уровни, численный анализ, модельный релаксационный заряд, L-кривая, метод Laplace-DLTS.

УДК 532

*Мельников Г. А., Мелихов Ю. Ф., Ларионов А. Н.,  
Вервейко В. Н., Вервейко М. В.*

### **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИК-СПЕКТРОВ КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМ**

В рамках теории эффективного поля и предложенного соотношения для функции распределения кластеров по числу содержащихся в них частиц разработана методика расчета вращательных спектров в ИК-области для простых и органических жидкостей. Проведен сравнительный анализ прогнозируемого спектра частот с имеющимися экспериментальными данными и результатами компьютерных расчетов с применением различных модельных потенциалов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** теория эффективного поля, кластер, вращательный спектр, простая жидкость, органическая жидкость, спектр частот, модельный потенциал.

УДК 535.373.2/.4

*Новиков П. В., Латышев А. Н., Овчинников О. В.,  
Минаков Д. А., Смирнов М. С.*

### **ЭФФЕКТ УМЕНЬШЕНИЯ ВЫСВЕЧЕННОЙ СВЕТΟΣУММЫ ВСПЫШКИ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ В МОНОКРИСТАЛЛАХ ZnS**

Используя метод фотостимулированной вспышки люминесценции, наблюдаемой после затухания стационарного свечения, в монокристалле ZnS исследован механизм уменьшения светосумм, высвечиваемых с глубоких электронных ловушек. Получен ряд свидетельств о том, что наиболее вероятным

каналом релаксации светосумм вспышки является уменьшение концентрации ионизированных центров свечения за счет рекомбинации на них электронов, освобождаемых с электронных ловушек глубиной 0,12 эВ. При этом рекомбинация электронов, локализованных на уровнях вспышки с дырками, освобождаемыми с мелких ловушек, на процесс релаксации светосумм также имеет место.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** вспышка люминесценции, светосумма, сульфид цинка.

УДК 621.391

*Парфенов В. И., Сергеева Е. В.*

### **ПРИМЕНЕНИЕ ДИСКРИМИНАНТНОЙ ПРОЦЕДУРЫ ПРИ СИНТЕЗЕ И АНАЛИЗЕ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, ОСНОВАННОЙ НА МАНИПУЛЯЦИИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА**

Рассмотрена система приема-передачи информации, основанная на манипуляции статистическими характеристиками (коэффициентами эксцесса и асимметрии) стохастического несущего колебания. Задача извлечения полезной информации из принятого колебания сформулирована в терминах задачи обнаружения изменения свойств случайных процессов (задача «разладки»). Для извлечения полезной информации использован дискриминантный метод анализа. Рассмотрены некоторые варианты построения дискриминантных функций. Путем математического моделирования на ЭВМ рассматриваемого алгоритма найдены характеристики дискриминантной процедуры анализа. Выполнено сравнение полученных характеристик с характеристиками оптимальных алгоритмов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** случайный сигнал, дискриминантный анализ, коэффициенты эксцесса и асимметрии, алгоритмы обнаружения и оценки.

УДК 621.391

*Нахмансон Г. С., Стародубцева Е. А.*

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЕМА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННОГО ШИРОКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА КОРРЕЛЯЦИОННЫМ ПРИЕМНИКОМ В ИНФОРМАЦИОННОМ КАНАЛЕ СИСТЕМ РАДИОСВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ**

Приведены структурные схемы разработанных алгоритмов приема ФМШПС в информационном канале СРС применительно к наиболее часто встречающимся случаям приема на практике. Учтены флуктуации фазы опорного сигнала, обусловленные шумами канала синхронизации. Показано, что результаты статистического эксперимента хорошо согласуются с теоретическими расчетами.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** фазоманипулированный широкополосный сигнал, системы радиосвязи, син-

хронизация, отношение сигнал-шум, вероятность ошибки.

УДК 621.391

*Радченко Ю. С., Милляев С. В.*

**ОЦЕНКА ВЕКТОРА СДВИГА ФРАГМЕНТОВ  
ИЗОБРАЖЕНИЙ В АСИНХРОННОМ  
СПЕКТРАЛЬНОМ БАЗИСЕ**

В работе рассмотрены алгоритмы оценки вектора сдвига фрагментов динамических изображений в спектральной области. Алгоритмы оценки основаны на неинвариантности обобщенных спектров изображений к сдвигу сигнала. В качестве базисных функций выбраны полиномы Чебышева и функции Эрмита. Исследована структура экстремального функционала при анализе различного числа спектральных мод. Предложена процедура нахождения экстремума в виде «спектрального дискриминатора».

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** обработка изображений, спектральный анализ сигналов, вектор смещения изображения, алгоритмы оценки сдвига.

УДК 539.26-405

*Руднева В. Е., Руднева Вал. Е., Середин П. В.,  
Домашевская Э. П.*

**ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ  
НА ЭЛЕМЕНТНЫЙ СОСТАВ  
И СОГЛАСОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ  
В ЭПИТАКСИАЛЬНЫХ ТРОЙНЫХ ТВЕРДЫХ  
РАСТВОРАХ ГЕТЕРОСТРУКТУР  
 $Ga_xIn_{1-x}P/GaAs$  (100)**

Исследовано влияние температуры подложки и скорости потока фосфина при эпитаксиальном выращивании твердых растворов (ТР) вблизи половинного состава  $x \sim 0,5$  в гетероструктурах  $Ga_xIn_{1-x}P/GaAs$  (100) на элементный состав ТР и величину параметров. Определены параметры решеток эпитаксиальных ТР в зависимости от технологических условий их получения (температура роста слоя и количество фосфина  $PH_3$  в потоке газа). Определен интервал изменений значений  $x = 0,49 \div 0,56$ , а также обнаружен распад твердых растворов в некоторых образцах. В результате проведенных исследований гетероструктур  $Ga_xIn_{1-x}P/GaAs$  (100) с различными стехиометрическими соотношениями  $x$  были найдены оптимальные условия получения ТР с наиболее согласованными параметрами решетки. Наиболее согласованными параметрами ЭТР с подложкой обладает образец ЕМ 794 со значением  $x = 0,52$ , полученный при температуре подложки  $T = 700$  °С и скорости потока фосфина в реакторе  $PH_3 = 20$  мл/с.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** эпитаксиальные гетероструктуры, спинодальный распад, полупроводники.

УДК 537.311: 538.971

*Середин П. В., Домашевская Э. П., Гордиенко Н. Н.,  
Готов А. В., Журбина И.А., Арсентьев И.Н.,  
Шишков М. В.*

**ВЛИЯНИЕ БУФЕРНОГО ПОРИСТОГО СЛОЯ  
GaAs И ЛЕГИРОВАНИЯ ДИСПРОЗИЕМ  
В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ  
 $GaInP:Dy/por-GaAs/GaAs$  (100)**

В образцах с пористым буферным слоем остаточные внутренние напряжения, вызванные рассогласованием параметров кристаллических решеток поверхностного тройного твердого раствора GaInP и подложки GaAs, перераспределяются в пористый слой, который в данном случае играет роль «губки» и способствует полному исчезновению внутренних напряжений.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** эпитаксиальные гетероструктуры, пористые слои, легирование, внутренние напряжения.

УДК 546.882`821`87`42`21

*Солодуха А. М., Григорян Г. С.*

**ВЛИЯНИЕ ГРАНИЦ ЗЕРЕН  
НА ДИНАМИЧЕСКУЮ  
ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ  
СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ КЕРАМИКИ  
ТИТАНАТОВ БАРИЯ–СТРОНЦИЯ**

Методом импедансной спектроскопии исследованы зависимости диэлектрической проницаемости и электрического сопротивления от температуры и частоты тестового сигнала для образцов твердых растворов сегнетоэлектрической керамики  $(Ba, Sr)TiO_3$ . Определена энергия активации процессов проводимости и диэлектрической релаксации. Установлены области температур в параэлектрической фазе образцов, где имеет место положительный температурный коэффициент сопротивления (ПТКС). На основе модели Хейванга произведен расчет плотности электронных состояний на границе кристаллитов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** сегнетоэлектрическая керамика, импедансная спектроскопия, ПТКС.

УДК 621.391

*Трифонов А. П., Куцов Р. В.*

**ОБНАРУЖЕНИЕ ОБЪЕКТА  
С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ  
ДВИЖЕНИЯ ПО ЕГО ИЗОБРАЖЕНИЮ**

Для аппликативной модели взаимодействия изображения движущегося объекта и фона выполнены синтез и анализ максимально правдоподобных алгоритмов обнаружения объекта в условиях априорной неопределенности относительно параметров

движения. Рассмотрены случаи априорного незнания величины скорости, направления движения и вектора скорости. Исследовано влияние априорного незнания параметров движения и характера распределения интенсивности изображения движущегося объекта на эффективность обнаружения.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** обнаружение, аппликативная модель, максимально правдоподобный алгоритм, неизвестные параметры, скорость, направление движения, вектор скорости, неоднородное изображение.

УДК 537.622

Щекоцихин А. В., Домашевская Э. П., Карнов С. И.,  
Стогней О. В.

### МЕЖАТОМНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И МОДЫ ИК-СПЕКТРОВ В АМОРФНЫХ

НАНОКОМПОЗИТАХ  $(\text{Co}_{45}\text{Fe}_{45}\text{Zr}_{10})_x(\text{SiO}_2)_{1-x}$

На основе идентификации мод колебательных ИК-спектров, установлено межатомное взаимодействие между элементами металлической компоненты и диэлектрической матрицы в аморфных гранулированных композитах со сложным составом металлической компоненты  $((\text{Co}_{45}\text{Fe}_{45}\text{Zr}_{10})_x(\text{SiO}_2)_{100-x})$ . Установлена корреляция между интенсивностью мод колебаний и магниторезистивными свойствами аморфных нанокompозитов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ИК-спектр, корреляция, магниторезистивные свойства, металлическая компонента, диэлектрическая компонента, интенсивность моды.

### МАТЕМАТИКА

УДК 517.953+517.982.4

Куликов А. А.

### ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ В-ГИПОЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В работе изучаются специальные пространства основных и обобщенных функций, используемые в общей теории сингулярных дифференциальных уравнений, содержащих оператор Бесселя. Соответствующие результаты применяются при исследовании фундаментальных решений В-гипоэллиптических уравнений с постоянными коэффициентами, а также вопросов локальной разрешимости и гладкости обобщенных решений В-гипоэллиптических уравнений с переменными коэффициентами.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** уравнения в частных производных, общая теория, обобщенные решения, гипоэллиптичность, переменные коэффициенты, сингулярность, оператор Бесселя.

УДК 517.546

Кирьяцкий Э. Г.

### ОБ ОДНОЙ ФОРМУЛЕ В КЛАССЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ В КРУГЕ ФУНКЦИЙ И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

В данной работе рассматриваются голоморфные в единичном круге  $E$  функции:  $f(z)$  и  $f(\omega(z;\zeta))$ , где  $\omega(z;\zeta) = (z + \zeta)/(1 + \bar{\zeta}z)$ . Установлена формула, связывающая между собой коэффициенты Тейлора этих функций. С помощью этой формулы оцениваются коэффициенты функций, принадлежащих различным классам.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** голоморфная функция, разделенная разность, производная, коэффициенты функций, класс функций.

УДК 517.988.68

Перов А. И.

### ПРИНЦИП ОБОБЩЕННЫХ СЖИМАЮЩИХ ОТОБРАЖЕНИЙ В ПСЕВДОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

При изучении систем уравнений (алгебраических, дифференциальных или интегральных) иногда удобно пользоваться не обычными метрическими пространствами с числовыми метриками и классическим принципом сжимающих отображений, а псевдометрическими пространствами, в которых псевдорасстояние измеряется с помощью неотрицательных элементов некоторого линейного частично упорядоченного пространства со сходимостью, и принципом обобщенных сжимающих отображений, где в качестве мажоранты для приращения операторов выступают полуаддитивные отображения конуса неотрицательных элементов в себя, являющиеся абсолютно устойчивыми.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** псевдометрическое пространство, полуаддитивное отображение, обобщенное сжимающее отображение, принцип сжимающих отображений.

УДК 621.391

Корзунина В. В., Лопасов М. С.

### ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАЧАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В МЕТОДЕ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В статье рассматриваются аспекты численного решения упруго-пластической задачи механики. Описывается модификация метода начальных напряжений, позволяющая решить упруго-пластическую задачу, в случае, когда физическая специфика задачи позволяет применять гипотезу простого нагружения. Приведен численный пример расчета напряженно-деформированного состояния цилиндрической заготовки при ее изгибе с растяжением по жесткому пуансону.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** упруго-пластическая задача, численное решение, метод начальных напряжений.

УДК 517.2

*Толпаев В. А., Колесников А. В.*

**УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА  
p-АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ  
С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ  $p = p_1(x)p_2(y)$**

Для  $p$ -аналитических функций Г. Н. Положего с характеристиками  $p(x, y)$  в виде произведения  $p = p_1(x) \cdot p_2(y)$  указываются их новые представления через потенциал  $w(x, y)$ , удовлетворяющий специальному эллиптическому уравнению с переменными коэффициентами, выражаемыми через  $p_1(x)$  и  $p_2(y)$ .

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** комплексные переменные, обобщенные аналитические функции, потенциал, эллиптическая система уравнений, гармонические функции, метагармонические функции.

УДК 517.9

*Кобычев К. С.*

**ОЦЕНКА ОГРАНИЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ  
ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ  
В МЕТРИКЕ  $C([0, 2\pi], H)$  ЧЕРЕЗ ИХ ОЦЕНКИ  
В  $L([0, 2\pi], H)$**

В работе содержится априорная оценка ограниченных решений периодической краевой задачи; приводится интегральное представление периодической функции. Как следствие рассматривается случай оператора с постоянными коэффициентами.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** периодическая функция, дифференциальный оператор, оценка нормы, ряд Фурье, обратный оператор, банахова алгебра, банахово пространство, пространство Соболева.

УДК 517.946

*Баев А. Д.*

**ОБ АПРИОРНОЙ ОЦЕНКЕ РЕШЕНИЙ  
ОБЩЕЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ В ПОЛОСЕ ДЛЯ  
ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО  
УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА**

В работе устанавливается априорная оценка решений общей краевой задачи для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка в весовых пространствах С. Л. Соболева.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** вырождающееся эллиптическое уравнение высокого порядка, общая краевая задача, априорная оценка решений.

УДК 517.9

*Воротников Д. А.*

**О НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ  
УРАВНЕНИЙ АНОМАЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ  
В ПОЛИМЕРАХ**

Изучается система уравнений в частных производных, описывающая распространение жидкости в полимере. Построены слабые решения начально-краевой задачи для этой системы в ограниченной области.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** аномальная диффузия, системы полимер—жидкость, топологическая степень, слабое решение, нелинейные УЧП.

УДК:517.988.6

*Гельман А. Б.*

**ОБ ОДНОМ КЛАССЕ МНОГОЗНАЧНЫХ  
ОТОБРАЖЕНИЙ С НЕКОМПАКТНЫМИ  
ОБРАЗАМИ**

В настоящей статье изучается новый класс многозначных отображений с выпуклыми замкнутыми, но некомпактными образами. Для отображений из этого класса удается доказать новые теоремы о неподвижных точках, которые в конце статьи применяются к изучению разрешимости операторных уравнений с сюръективными операторами.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** многозначное отображение, однозначная аппроксимация, неподвижная точка, топологическая степень, сюръективный оператор.

УДК 517.9

*Нгуен Мань Нунг, Нгуен Тань Ань*

**РЕГУЛЯРНОСТЬ РЕШЕНИЯ ВТОРОЙ  
НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ  
ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ  
В ОБЛАСТЯХ С КОНИЧЕСКИМИ ТОЧКАМИ**

В статье устанавливается корректность и регулярность решений вторых начально-краевых задач для общих параболических уравнений высшего порядка в бесконечных цилиндрах с основаниями, содержащими конические точки.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** параболическое уравнение, начально-краевая задача, негладкая область, обобщенное решение, регулярность.

УДК 517.988.8

*Шепилова Е. В.*

**О ПРИБЛИЖЕННОМ РЕШЕНИИ  
УРАВНЕНИЯ ТИПА ШРЕДИНГЕРА  
ПРОЕКЦИОННО-РАЗНОСТНЫМ МЕТОДОМ  
С МОДИФИЦИРОВАННОЙ СХЕМОЙ  
КРАНКА—НИКОЛСОН ПО ВРЕМЕНИ**

Линейная нестационарная задача типа Шредингера в сепарабельном гильбертовом пространстве решается приближенно проекционно-разностным методом. Дискретизация задачи по пространству проводится методом Галеркина с ориентацией на конечномерные подпространства типа конечных элементов, а по времени используется модифицированная схема Кранка—Николсон. Установлены оценки погрешности приближенных решений, которые позволяют получать не только сходимость приближенных решений к точному, но и дают числовые характеристики скорости сходимости.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** уравнение типа Шредингера, проекционно-разностный метод, схема Кранка—Николсон.

УДК 517.9

*Карпова А. П., Сапронов Ю. И.*

**РЕЗОНАНСНЫЕ БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ  
ФРЕДГОЛЬМОВЫХ УРАВНЕНИЙ  
С КРУГОВОЙ СИММЕТРИЕЙ  
И НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА**

Изучены бифуркации решений гладких слабо  $SO(2)$ -эквивариантных фредгольмовых уравнений из особой точки с 4-мерным вырождением. При исследовании использован метод Ляпунова—Шмидта и теория инвариантов ортогонального действия окружности в  $\mathbb{R}^4$ . Основной результат — описание алгебраической структуры главной части ключевого уравнения и порожденного им амплитудного уравнения. Описаны приложения к проблеме вычисления амплитуд периодических решений, бифурцирующих из точек покоя при наличии резонансов. Среди рассмотренных примеров — уравнения колебаний упругой балки на упругом основании, автономные системы обыкновенных дифференциальных уравнений и обобщенные системы гидродинамического типа. Материал статьи развивает и дополняет более ранние результаты исследований Б. М. Даринского, Ю. И. Сапронова и В. А. Смольянова.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** бифуркация, метод Ляпунова—Шмидта, круговая симметрия, резонанс, цикл.

УДК 517.9

*Долженков А. А.*

**НЕЛОКАЛЬНЫЙ БИФУРКАЦИОННЫЙ  
АНАЛИЗ ДВОЙНОГО СГ-УРАВНЕНИЯ  
МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ  
ЛЯПУНОВА—ШМИДТА**

В данной работе рассмотрен подход к нелокальному изучению класса бифуркационных задач вариационного исчисления, включающего в себя большинство эталонных задач солитонной математики и их естественных обобщений, выходящих за рамки этой науки. Основным примером — двойное СГ-уравнение. В основе предложенного подхода — модифицированный метод Ляпунова—Шмидта и методы символьных и численных вычислений, реализованных в системе компьютерной математики Maple.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** бифуркация, метод Ляпунова—Шмидта, двойное СГ-уравнение.

УДК 51-72;519.216.2;514.85

*Азарина С. В., Гликлик Ю. Е., Обуховский А. В.*

**МЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ  
СО СЛУЧАЙНЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ  
НА НЕЛИНЕЙНЫХ КОНФИГУРАЦИОННЫХ  
ПРОСТРАНСТВАХ**

Рассматриваются механические системы, заданные на нелинейных конфигурационных пространствах — гладких многообразиях — в терминах второго закона Ньютона и подверженные случайным

возмущениям силы или скорости. Для математически корректного описания и исследования таких систем используется аппарат производных в среднем.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** механические системы, случайные возмущения силы, случайные возмущения скорости, многозначные силы, производные в среднем, дифференциальные включения, уравнение Ланжевена.

УДК 517.954

*Критская Е. А., Смагин В. В.*

**О СЛАБОЙ РАЗРЕШИМОСТИ  
ВАРИАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ  
ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА  
С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ**

В гильбертовом пространстве для абстрактного линейного параболического уравнения с нелокальным интегральным условием на решение доказана с помощью аппроксимации точной задачи по Галеркину теорема существования и единственности слабого решения.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** гильбертово пространство, метод Галеркина, параболическое уравнение.

УДК 517.946

*Глушко А. В., Рябенко А. С.*

**О МАЛЫХ ОДНОМЕРНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ  
КОЛЕБАНИЯХ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ  
ЖИДКОСТИ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ**

В работе изучается начально-краевая задача, описывающая малые колебания стратифицированной жидкости в полупространстве. Доказано существование и единственность решения, а также построены асимптотики решения при  $t \rightarrow \infty$ .

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** асимптотика, локализация, оценка решения, стабилизация решения, вязкая стратифицированная жидкость.

УДК 517.958

*Кузнецов А. В.*

**ГРАНИЧНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ  
В НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ  
ДЛЯ МОДЕЛИ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ  
С ПОЛНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ**

В данной работе рассматривается неоднородная начально-краевая задача и задача граничного оптимального управления, связанные с системой уравнений, описывающей движение вязкоупругой несжимаемой жидкости типа Джеффриса в ограниченной области в  $\mathbb{R}^n$ ,  $n = 2, 3$ . Доказано глобальное существование слабого решения и слабого оптимального решения для произвольных достаточно гладких начальных данных.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** неоднородные начально-краевые задачи, граничное оптимальное управление, гидродинамика вязкоупругих жидкостей, модель Джеффриса.

УДК 517.9

*Даринский Б. М., Колесникова И. В.,  
Костин Д. В., Сапронов Ю. И.*

**ВЕТВЛЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЕЙ В ТОЧКАХ  
МИНИМУМА С ОДНОРОДНЫМИ  
ОСОБЕННОСТЯМИ ЧЕТВЕРТОГО  
И ШЕСТОГО ПОРЯДКОВ**

Дан обзор результатов исследований по задаче о геометрическом строении каустик и раскладах бифурцирующих экстремалей фредгольмова функционала (с параметрами) в окрестности точки минимума с однородной особенностью 4-го или 6-го порядка. Изучены главным образом случаи симметрии относительно пары и тройки коммутирующих инволюций. Результаты получены на основе редукции к ключевой функции на  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$  (определенной посредством модифицированного метода Ляпунова—Шмидта) и фундаментальных теорем теории особенностей гладких функций.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** фредгольмов функционал, экстремаль, бифуркация, каустика, метод Ляпунова—Шмидта, min-особенности.

УДК 517.9

*Прядко И. Н., Садовский Б. Н.*

**О ГРАФИЧЕСКОЙ МЕТРИКЕ  
НА МНОЖЕСТВЕ ФУНКЦИЙ**

В статье определена новая «графическая» метрика на множестве всех многозначных функций, действующих из одного метрического пространства в другое. Функции не обязательно определены на одном и том же множестве, например, сеточная аппроксимация в этой метрике может быть близка к исходной функции. Рассмотрены примеры, иллюстрирующие существенные особенности новой метрики. В качестве прикладного примера доказана теорема о непрерывной зависимости выхода неидеального реле от непрерывных входов с равномерной нормой.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** графическая метрика, метрика Хаусдорфа, неидеальное реле, непрерывная зависимость выхода от входа.

УДК 517.925

*Кривошеева О. В.*

**НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ  
О ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВАХ**

В работе получены некоторые новые утверждения о дифференциальных неравенствах первого порядка.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** дифференциальные неравенства первого порядка, производные числа Дини, приращение функции в банаховом пространстве.