ВАЛЕРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ ОБУХОВСКИЙ

Валерий Владимирович ОБУХОВСКИЙ родился 27 апреля 1947 г. в Риге, Латвия. В 1950 г. вместе с родителями переехал в Воронеж. В 1962 году поступил в математический класс первого набора средней школы № 58, которую закончил в 1965 году с серебряной медалью. Огромное значение оказало на В.В. то обстоятельство, что он (как и Ю. И. Сапронов, В. В. Овчинников, В. П. Орлов, Н. А. Бобылев, А. В. Покровский и многие другие) был учеником легендарного "Дабриса" — выдающегося педагога Давида Борисовича Сморгонского. "Учитель прикасается к вечности: никто не может указать, когда кончается его влияние" — эти слова Генри Адамса в полной мере относятся к этому замечательному человеку.

В том же 1965 году В.В. поступил на математико-механический факультет Воронежского госуниверситета. К учебе в ВГУ он всегда относился с большим интересом, хотя многое из того, что изучали на первых курсах, было уже известно из школы. Объективности ради, следует отметить некоторое недоразумение, случившееся с В.В. в конце второго курса. Не посещая лекции по теоретической механике, которые показались ему довольно скучными, В.В. готовился к экзамену по другой программе и получил "тройку" — первую и единственную в жизни. Это событие так подействовало на него, что в дальнейшем он уже не имел никаких других оценок по всем предметам, кроме "пятерок".

Первое соприкосновение со студенческой научной работой у В.В. произошло уже на первом курсе, когда он с небольшой группой энтузиастов под руководством Бориса Николаевича Садовского принялся изучать математическую логику по устрашающего объема книге С. К. Клини "Введение в метаматематику". Однако вскоре его интересы сместились в несколько иную сторону.

Начиная со второго курса он начал участвовать в работе семинара по топологии профессора Ю. Г. Борисовича. Одна из задач, поставленных Юрием Григорьевичем участникам семинара, касалась размерности множеств рациональных векторов в некоторых пространствах последовательностей. Она была успешно решена небольшим студенческим коллективом, в который входили, помимо В. В. Обуховского, Б. Д. Гельман и Ю. И. Сапронов, и эти результаты были опубликованы в 1967 году (см. [1]).

Вскоре профессор Борисович обратил внимание участников семинара на работу американского математика И. Гликсберга, в которой было дано обобщение классической теоремы А. Н. Тихонова о неподвижной точке отображений в локально выпуклых пространствах на случай многозначных отображений, т.е. соответствий, сопоставляющих каждой точке некоторое множество. Задача была сформулирована следующим образом: нельзя ли определить для таких отображений вращение векторного поля — топологическую характеристику, основательно изучавшуюся (и по сей день используемую) в Воронежской математической школе. За эту задачу активно взялись, помимо В.В., Б. Д. Гельман и Э. М. Мухамадиев. В.В. до сих пор с удовольствием вспоминает те бесконечные вечерние пешие круги вдоль Театральной и Алексеевской вокруг квартиры Ю. Г. Борисовича, когда в долгих дискуссиях с Юрием Григорьевичем обосновывалось это понятие. Задача была успешно решена и результатом этой деятельности явились публикации [2], [3].

Надо сказать, что эта работа не сразу получила повсеместное признание в Воронеже. По факультету из уст в уста передавали высказывание П. Кучмента (ныне профессора университета в Вичите, США) о "пустозначных" отображениях, поскольку, дескать, множество их приложений пусто. Это теперь, когда многозначный анализ распространил свое влияние очень широко и является одной из наиболее активно развиваемых областей математики во многих странах, легко указать на его естественные приложения к оптимальным стратегиям в теории игр, к равновесным ценам в математической экономике, к оптимизации негладких функций (даже целая наука появилась — негладкий анализ), к нахождению оптимальных траекторий управляемых систем, к дифференциальным уравнениям с разрывной правой частью да и много к чему еще. А тогда...

Тогда пришлось отправиться в библиотеки, изучать литературу, читать реферативные журналы. И тут сделалось открытие не совсем приятное. Дотошный В.В. раскопал, что у них были предтечи — известные польские математики Я. Яворовский и А. Гранас, которые еще в пятидесятые годы предложили конструкцию топологической степени для некоторых классов многозначных отображений. Чувство досады было глубоким ("В русском флоте в таких случаях стрелялись" — сообщил В.В. мрачному Б. Д. Гельману неприятную весть). Лишь значительно позже пришло понимание, что польские математики использовали для своих построений "слишком сильное оружие" — методы теории гомологий, восходящие к известной теореме Виеториса об изоморфизме. Аппроксимативный метод, предложенный в публикациях [2], [3] значительно проще, геометрически нагляднее и существенно более удобен в приложениях. Остается добавить только, что независимо и практически одновременно аналогичный метод определения топологической степени был предложен известным итальянским математиком А. Челлина.

В 1970 г. В. В. Обуховский окончил математический факультет ВГУ и начал работу ассистентом кафедры алгебры и топологических методов анализа ВГУ, одновременно обучаясь в заочной аспирантуре под руководством проф. Ю. Г. Борисовича. Работать преподавателем сразу понравилось (первые педагогические опыты относились, впрочем, еще к пятому курсу). "За такое удовольствие еще и деньги платят" — удивлялся В.В. В круг обязанностей молодого ассистента, помимо занятий по линейной алгебре, спецкурсов и работы с дипломниками, входило и чтение лекций по высшей математике биологам. Последние так досадили своими вопросами о том, зачем им нужна математика, что пришлось действительно в этом вопросе разобраться, результатом чего явилось выпущенное в дальнейшем совместно с А. И. Фурменко пособие [12].

В те годы в Воронеже, начиная с пионерских работ Б.Н.Садовского, интенсивно исследовались отображения нового типа — уплотняющие операторы и их приложения к различным задачам теории дифференциальных уравнений. В русле этого направления лежала новая работа В. В. Обуховского [5], в которой было введено вращение уплотняющих многозначных векторных полей. Через несколько лет появились публикации американских математиков В. Петришина и П. Фитцпатрика в Трудах Американского математического общества, где аналогичная характеристика также была предложена (спустя много лет, встретившись в США с В. Петришиным, В.В. сурово попенял ему на незнакомство с Трудами математического факультета ВГУ).

Во время обучения в аспирантуре В. В. Обуховский работает над применением операторных методов к эквивариантным многозначным отображениям [6] , к задачам математической экономики [10], к точкам покоя обобщенных динамических систем [9]. Изучая литературу в Библиотеке им. Ленина в Москве, он обращает внимание на то, сколь интенсивно цитируется и используется в целом ряде работ некая загадочная лемма А. Ф. Филиппова. Знакомство с этим замечательным утверждением открыло связь дифференциальных включений (уравнений с многозначной правой частью) с управляемыми системами с обратной связью. Результатом этого явилась работы по периодическим режимам в управляемых системах и дифференциальным включениям [7], [8].

В апреле 1975 г. В. В. Обуховский успешно защитил в ВГУ кандидатскую диссертацию на тему "Уравнения с многозначными операторами и некоторые их приложения".

Незадолго до этого, обратив внимание на интенсивную деятельность в Воронеже по исследованию многозначных отображений, к

Ю. Г. Борисовичу, Б. Д. Гельману и В. В. Обуховскому обращается известный математик Анатолий Дмитриевич Мышкис с предложением написать книгу по теории многозначных отображений и дифференциальных включений. А. Д. Мышкис с давних пор являлся одним из пионеров и энтузиастов этого направления. Его предложение было очень живо воспринято и вскоре работа закипела. Основная идея заключалась в том, чтобы сделать введение в начавшую интенсивно развиваться область "для инженеров", т.е. лиц с не слишком основательной математической подготовкой и в то же время ориентированных на приложения. Книга и ее варианты обсуждались даже в таких экзотических местах, как домик Ю. Г. Борисовича в университетском лагере на Веневитинском кордоне. Рукопись книги через некоторое время была готова, однако ее издание затянулось по независящим от авторов причинам. Лишь в 1986 году книгу удалось выпустить в Издательстве ВГУ [15]. Почти через 20 лет В. В. Обуховский и Б. Д. Гельман подготовили ее новое, существенно расширенное, дополненное и "осовремененное" издание [48], вышедшее в 2005 году в издательстве URSS, Москва.

К концу восьмидесятых годов объем полученных в Воронеже результатов по теории многозначных отображений достиг такого уровня, что решено было написать для "Успехов математических наук" обзорную статью, посвященную теории топологических инвариантов и неподвижным точкам многозначных отображений. Такой обзор, немалую часть которого составили полученные В. В. Обуховским результаты, появился в 1980 году [11]. Эта работа, переведенная вскоре на английский язык, была достаточно высоко оценена специалистами, ссылки на нее весьма часты и по сей день.

Однако размер, хотя и довольно значительный, обзорной статьи в журнале не мог вместить всей информации по теории многозначных отображений, имевшейся к тому времени у авторов. Много лет сведения о работах, в которых в той или иной степени изучались или применялись многозначные отображения, собирались А. Д. Мышкисом. Аналогичную информацию накапливал и В.В., который с середины семидесятых годов становится активным референтом РЖ "Математика", а также "Mathematical Reviews" и "Zentralblatt fur Mathematik". Поэтому охотно было принято предложение ВИНИТИ (большую роль в этом сыграл редактор раздела "Нелинейный анализ" Х. М. Коган) о подготовке подробного обзора по многозначным отображениям и их приложениям для известной серии "Итоги науки и техники". Получив в свое распоряжение библиографию от А. Д. Мышкиса, В. В. Обуховский решил проверить ее и дополнить, изучив с этой целью с самого начала буквально все (!) тома РЖ "Математика" и "Mathematical Reviews", имевшиеся в библиотеке Воронежского университета. Несколько раз приходилось выезжать и в библиотеки Москвы в поисках других источников. Это была огромная работа, растянувшаяся на много месяцев. Разделы теории многозначных отображений, которые при этом покрывались, были весьма обширны: это и общая теория, включая свойства непрерывности и операций над отображениями, теория сечений и аппроксимаций, измеримые многозначные отображения и многозначный интеграл, теория топологической степени и других инвариантов, неподвижные точки, теория дифференциальных включений и, конечно же, многочисленные приложения. Для каждой вновь найденной работы заполнялась специальная карточка, в которую помимо библиографического описания, включались также основные сведения о содержании и проводилась классификация. Ныне, когда получив доступ к хорошей базе данных и введя в поисковик несколько ключевых слов, можно собрать такую информацию в компьютере за несколько минут, очень трудно представить себе, сколько надо было затратить усилий, чтобы собрать "вручную" сведения о 1254 работах, включенных в библиографию обзора [13].

Работа над обзором оказалась не только трудной, но и очень увлекательной, поэтому когда авторы представили свою рукопись в редакцию, оказалось, что они далеко вышли за отведенные им лимиты. Пришлось из готовой уже рукописи изымать целую большую главу, посвященную приложениям.

Сделанная работа понравилась и заказчику и широким кругам математиков, проявлявшим в те годы все усиливающийся интерес к интенсивно развивающейся области математики. Поэтому в течение последовавшего десятилетия предложения о написании обзорных работ поступали от ВИНИТИ неоднократно. В результате появилась еще целая серия обзоров [16]—[18], в которые вошли, конечно, и новые резуль-

таты В. В. Обуховского. Отметим, что в немалой степени благодаря стараниям В.В., охват литературы в новых обзорах отличался прежней тщательностью (например, библиография работы [17] содержит 1232 наименования).

С 1980 года В. В. Обуховский переходит в Воронежский государственный педагогический институт, где работает сначала старшим преподавателем, а затем доцентом кафедры алгебры и геометрии. Здесь он читает лекции по многим дисциплинам, включая геометрию, алгебру, теорию чисел, теорию вероятностей, математическую логику (пригодилось давнишнее увлечение) и даже историю математики. С большой теплотой В.В. вспоминает коллектив кафедры, включая заведующую Н. Ф. Неклюдову, и руководство института, которые с пониманием относились к его научной работе и всячески ее поддерживали.

Тем временем в сферу научных интересов В. В. Обуховского с конца восьмидесятых годов входит исследование полулинейных дифференциальных включений в банаховых пространствах. Внимание многих ученых к этому классу объектов связано с тем обстоятельством, что включения такого типа представляют удобную и естественную модель для изучения управляемых процессов в системах, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных. Хорошо известно, что для дифференциальных уравнений в бесконечномерных банаховых пространствах одного лишь условия непрерывности правой части недостаточно для существования решений — нужны некоторые дополнительные условия, среди которых выделяется условие типа Садовского—Амброзетти, выраженное в терминах меры некомпактности Хаусдорфа. В применении к полулинейным дифференциальным включениям это условие приводит к тому, что многозначный интегральный оператор, неподвижные точки которого дают решения задачи Коши, оказывается уплотняющим относительно специальной меры некомпактности в банаховом пространстве непрерывных функций. Теория топологической степени уплотняющих многозначных отображений, разработанная В. В. Обуховским еще в первой половине семидесятых годов, наконец нашла важные и интересные приложения!

В работе [19] В. В. Обуховским было показано, что условие Амброзетти—Садовского в случае управляемых систем выполнено при очень естественных условиях типа липшицевости правой части по фазовым переменным и компактности по управляющим параметрам. Там же была доказана теорема существования решения и описаны свойства решений. Попытка перенести эти методы на случай интегральных многозначных операторов, "отыскивающих" периодические решения дифференциальных включений, сначала не удавалась, поскольку все наиболее известные типы интегральных операторов такого рода заведомо оказывались не уплотняющими. Работая над этой проблемой совместно с М. И. Каменским, все же удалось отыскать в одной из старых статей Ю. Г. Борисовича интегральный оператор, который показался подходящим для указанной цели. Проверка подтвердила предположения и периодическая задача для полулинейных дифференциальных включений параболического типа была исследована в работах В. В. Обуховского и М. И. Каменского [20], [21].

Деятельность В. В. Обуховского в данном направлении получила поддержку со стороны профессоров М. А. Красносельского, Н. А. Бобылева, В. Б. Колмановского, академика Н. Н. Красовского и других ученых. В.В. вспоминает как ему пришлось рассказывать о своих результатах Марку Александровичу Красносельскому на кухне его квартиры в Москве, а Владимиру Борисовичу Колмановскому во время долгих прогулок по улицам Флоренции, как после двухчасового доклада на семинаре Николая Николаевича Красовского в Екатеринбурге пришлось еще ехать домой к прикованному к инвалидному креслу А. И. Субботину и повторять все заново...

Естественным завершением этого периода деятельности явилась успешная защита В. В. Обуховским докторской диссертации "Топологические методы в теории нелинейных управляемых систем" в Институте проблем управления РАН 14 октября 1993 года в Москве. Помимо официальных оппонентов — В. И. Благодатских, В. Б. Колмановского, Н. А. Бобылева, на защите выступили М. А. Красносельский, А. Д. Мышкис, Ю. Г. Борисович, поддержавшие работу В. В. Обуховского. Мало кто-либо еще, помимо В.В., может похвастать тем, что защищал диссертацию в условиях почти что военного положения и комендантского часа — защита происходила буквально несколько дней спустя извест-

ных событий противостояния правительства и Верховного Совета. Еще одной характерной приметой того времени явилось следующее обстоятельство: диссертация была утверждена очень быстро, но В.В. узнал об этом лишь в апреле следующего года, уже находясь в США. Оказалось, что за несколько недель, прошедших от защиты до утверждения диссертации, стоимость почтовых марок, наклеенных на оставленные в ВАКе открытки возросла втрое в результате галопирующей инфляции и прижимистые ваковские чиновники не стали их отправлять.

В том же 1993 году В. В. Обуховский предложил на конкурс программы "Фулбрайт" проект цикла лекций и исследовательской работы в США. Отбор был достаточно жесткий - победителей, одним из которых стал В.В., было всего 12 в Российской Федерации по всем областям знаний. С января по май 1994 В. В. Обуховский работает в Университете Рутгерс, штат Нью-Джерси, США, читая лекции и сотрудничая с такими учеными, как Р. Нуссбаум, В. Петришин, К. Куперберг. Очень интересной была поездка в г. Аубурн, штат Алабама, где В. В. Обуховский выступил на международной конференции по топологии и динамическим системам.

Еще ранее, в 1989—1990 годах доклады В. В. Обуховского на международных конференциях в Русе, Болгария и Бахотеке, Польша привлекают внимание итальянских математиков П. Дзекка, П. Нистри, М. Фури, работавших в близких направлениях. За этим последовало приглашение посетить университет Флоренции, куда В.В. впервые приехал в октябре 1991 г. Так началось многолетнее плодотворное сотрудничество В. В. Обуховского с итальянскими математиками из Флоренции и Перуджи в области применения топологических методов в нелинейных задачах теории дифференциальных включений и управляемых систем, которое продолжается и по настоящее время. Итоги этой работы в девяностые годы были подведены в монографии "Уплотняющие многозначные отображения и полулинейные дифференциальные включения в банаховом пространстве" [34], написанной совместно с М. И. Каменским и П. Дзекка и вышедшей в немецком издательстве Walter de Gruyter в 2001 году.

Книга содержит систематическое введение в теорию топологической степени для многозначных отображений уплотняющего типа с выпуклыми и ацикличными значениями. Исследованы различные меры некомпактности в функциональных пространствах и полугруппы уплотняющего типа. С помощью развитых топологических методов последовательно изучены самые общие типы полулинейных дифференциальных включений в банаховом пространстве с различными видами многозначных нелинейностей, получены достаточные условия существования решений и исследованы топологические свойства интегральных воронок. Рассмотрены приложения к задачам оптимизации для нелинейных управляемых систем с обратной связью. В качестве примеров рассматриваются математические модели передаточной линии и гибридной системы с сухим трением. Большое внимание в книге уделено разработке двух подходов к периодической задаче для включений данного типа - метода многозначного интегрального оператора и метода многозначного оператора сдвига.

Говоря о международном признании работ В. В. Обуховского, нельзя не отметить, что в 1998 году он получил очень престижный грант Министерства иностранных дел Италии, а в 2001 году — грант Немецкого общества академических обменов (DAAD) для научной работы в Мюнхенском техническом университете. В 2007 году он приглашен для чтения лекций и научной работы в университет им. Николая Коперника в Торуне, Польша и университет им. Сун Ят-сена на Тайване.

Профессор В. В. Обуховский принимал участие в работе международных научных конференций во многих странах, в их числе — Международные конгрессы математиков (Берлин 1998; Пекин 2002), Европейский конгресс математиков (Стокгольм 2004), Всемирный конгресс по нелинейному анализу (Афины, 1996), Конференции по методам нелинейного анализа (Канада, Уайтхорс, 1997 и Эдмонтон, 1999), Симпозиум по нелинейному анализу(Польша, Торунь, 1999), Всемирный конгресс по прикладной математике и моделированию (Швейцария, Лозанна, 2000), Международный конгресс по качественной теории дифференциальных уравнений (Италия, Сиена, 2000), Международная конференция по нелинейным операторам (Румыния, Клуж-Напока, 2004), Международные конференции по дифференциальным и функционально-дифференциалым

уравнениям (Москва 2002, 2005), Международная конференция по теории управления и математическому моделированию (Ижевск, 2006) и многие другие. В организации и работе международных научных конференций по нелинейному анализу и дифференциальным уравнениям, проводившихся в Воронеже в 2000 и 2005 годах он принимал активное участие в качестве ученого секретаря.

С сентября 1998 г. В. В. Обуховский вновь работает на кафедре алгебры и топологических методов анализа ВГУ в должности профессора. В ВГУ он читает лекции по теории чисел (по этому курсу выпущено пособие [49]) и линейной алгебре, ведет спецкурсы по многозначному анализу, теории дифференциальных включений и другим актуальным проблемам. Руководит курсовыми и дипломными проектами, а также аспирантурой. Среди учеников В. В. Обуховского, защитивших в последние годы диссертации — С. В. Корнев (2004), И. Бенедетти (Италия) (2004), Х. Р.Ал-Хашеми (Ирак) (2006), А. Ю. Гликлих (2006).

В. В. Обуховский является Соросовским профессором (1998—2001). Член редколлегии международных журналов "Discussiones Mathematicae / Differential Inclusions and Optimal Control" и "Fixed Point Theory. An International Journal on Fixed Point Theory, Computation and Applications". С 1996 года является научным руководителем грантов Российского фонда фундаментальных исследований.

В круг научных интересов профессора В. В. Обуховского в последние годы входят исследование свойств множеств решений операторных включений ([35], [37], [38]), изучение дифференциальных включений с бесконечным запаздыванием ([40], [53]), обобщенных краевых задач для дифференциальных и функционально-дифференциальных включений различного типа ([41], [55]), развитие метода многозначных линейных операторов и его применение к вырожденным дифференциальным включениям и управляемым системам ([42], [52]), применение топологических методов к изучению вариационных неравенств с многозначными операторами ([59]). Особо следует выделить циклы работ с В. Г. Звягиным и итальянскими коллегами по индексу совпадения многозначных возмущений нелинейных фредгольмовых операторов и его приложениям ([39], [50], [51]), по применению методов многозначного анализа в оптимизационных задачах гидродинамики ([46], [56]) и по обобщению теоремы Ландесмана-Лазера на случай уравнений с разрывными нелинейностями ([58]), а также цикл работ с С.В.Корневым по развитию метода направляющих потенциалов в периодической задаче для дифференциальных включений ([43], [44], [47], [57]).

Интересы Валерия Владимировича Обуховского не замыкаются на одной математике. Он принимает участие в общественной жизни, знает современную литературу, кино, театр. Увлекается фотографией, является большим знатоком и ценителем джазовой и классической музыки.

Желаем Валерию Владимировичу Обуховскому дальнейшей плодотворной научной деятельности, здоровья, успехов в жизни!

ЛИТЕРАТУРА

1. О размерности некоторых множеств в бесконечномерных пространствах. Сб. работ студентов и аспирантов по матем. ВГУ, Воронеж, 1967, 17—24 (с Б. Д. Гельманом и Ю. И. Сапроновым).

2. О вращении многозначных векторных полей. Докл. АН СССР. 187 (1969), № 5, 971—973 (с Ю. Г. Борисовичем, Б. Д. Гельманом, Э. Мухамадиевым).

3. О вращении многозначных векторных полей. Тр. Семинара по функц. анализу. Воронежск. ун-т. 12 (1969), 69—84 (с Ю. Г. Борисовичем, Б. Д. Гельманом, Э. Мухамадиевым).

4. О некоторых топологических инвариантах многозначных отображений с невыпуклыми образами. Тр. Семинара по функц. анализу. Воронежск. ун-т. 12 (1969), 85—95 (с Ю. Г. Борисовичем и Б. Д. Гельманом).

5. О некоторых принципах неподвижной точки для многозначных уплотняющих операторов. Тр. мат. фак. Воронеж. ун-та. 4 (1971), 70—79.

6. Об эквивариантных многозначных отображениях. Докл. АН СССР. 205 (1972), № 1, 16—18 (с Я. А. Израилевичем).

7. Периодические решения управляемых систем. Тр. мат. фак. Воронеж. ун-та. 7 (1972), 68—76.

8. К вопросу о периодических решениях дифференциальных уравнений с многозначной правой частью. Тр. мат. фак. Воронеж. ун-та. 10 (1973), 74—82.

9. Асимптотические теоремы о неподвижной точке и точки покоя динамических систем без единственности. Сб. работ аспирантов по теории функций и дифф. уравнениям. Воронеж, 1974, 30—38.

10. Об одном условии положительного равновесия в модели конкурентной экономики. Труды 6-й Зимн. школы по мат. программир. и смежн. вопр.,

Дрогобыч, 24 янв. — 5 февр. 1973. М., 1975, 183—189.

11. Топологические методы в теории неподвижных точек многозначных отображений. Успехи мат. наук. 35 (1980), № 1, 59—126 (с Ю.Г. Борисовичем, Б.Д. Гельманом, А.Д. Мышкисом).

12. О биологической интерпретации основных понятий математического анализа. Изд-во ВЛТИ, Воронеж, 1980 (с А. И. Фурменко).

13. Многозначные отображения. Итоги науки и техники. Матем. анализ. Т. 19. ВИНИТИ, М., 1982, 127—231 (с Ю. Г. Борисовичем, Б. Д. Гельманом, А. Д. Мышкисом).

14. О топологической степени для одного класса некомпактных многозначных отображений. Функц. анализ (Ульяновск). 23 (1984), 82—93.

15. Введение в теорию многозначных отображений. Изд-во ВГУ, Воронеж, 1986 (с Ю. Г. Борисовичем, Б. Д. Гельманом, А. Д. Мышкисом).

16. Многозначный анализ и операторные включения. Итоги науки и техники. Соврем. пробл. мат. Новейшие достижения. Т.29. ВИНИТИ, М., 1986, 151—211 (с Ю. Г. Борисовичем, Б. Д. Гельманом, А. Д. Мышкисом).

17. О новых результатах в теории многозначных отображений. I. Топологические характеристики и разрешимость операторных включений. Итоги науки и техники. Матем. анализ. Т. 25 ВИНИТИ, М., 1987, 123—197(с Ю. Г. Борисовичем, Б. Д. Гельманом, А. Д. Мышкисом).

18. О новых результатах в теории многозначных отображений. II. Анализ и приложения. Итоги науки и техники. Матем. анализ. Т. 29 ВИНИТИ, М., 1991, 107—159 (с Б. Д. Гельманом).

19. О полулинейных функционально-дифференциальных включениях в банаховом пространстве и управляемых системах параболического типа. Автоматика. 3 (1991), 73—81.

20. On periodic solutions of differential inclusions with unbounded operators in Banach spaces. Zb. Rad. Prirod.-Mat. Fak. Ser. Mat. 21 (1991), no. 1, 173—191 (с М. И. Каменским).

21. Condensing multioperators and periodic solutions of parabolic functional-differential inclusions in Banach spaces. Nonlinear Anal. 20 (1993), no. 7, 781—792 (с М.И.Каменским).

22. On the solvability of systems of inclusions involving noncompact operators. Trans. Amer. Math. Soc. 342 (1994), no. 2, 543—562 (с P. Nistri, P. Zecca).

23. Optimal feedback control for a semilinear evolution equation. J. Optim. Theory Appl. 82 (1994), no. 3, 503—517 (с М. И. Каменским, P. Nistri, P. Zecca).

24. О задаче оптимизации для управляемых систем параболического типа. Труды Матем. ин-та РАН. 211 (1995), 95—101 (с Ю. Г. Борисовичем).

25. Об операторе сдвига по траекториям управляемых систем. Дифф. уравнения. 32 (1996), № 6, 747-754 (с М.И. Каменским).

26. On the topological structure of the solution set for a semilinear functional-differential inclusion in a Banach space. Topology in nonlinear analysis (Warsaw, 1994). Banach Center Publ., 35, Polish Acad. Sci., Warsaw, 1996, 159—169 (с G. Conti, P. Zecca).

27. Viability for feedback control systems in Banach spaces via Carathéodory closed-loop controls. Differential Equations Dynam. Systems 4 (1996), no. 3—4, 367—378 (с P. Nistri, P. Zecca).

28. Differential inclusions on proximate retracts of Hilbert spaces. Internat. J. Non-Linear Differential Equat. Theory, Methods, Appl. 3 (1997), 13—26 (с L. Górniewicz, P. Nistri).

29. On the translation multioperator along the solutions of semilinear differential inclusions in Banach spaces. Canad. Appl. Math. Quart. 6 (1998), no. 2, 139—155 (с М. И. Каменским и P. Zecca).

30. On semilinear differential inclusions with lower semicontinuous nonlinearities. Ann. Mat. Pura Appl. (4), 178 (2000), 235—244 (с М. И. Каменским и P. Zecca).

31. On a controllability problem for systems governed by semilinear functional differential inclusions in Banach spaces. Topol. Methods Nonlinear Anal. 15 (2000), no. 1, 141—151 (с P. Rubbioni).

32. The topological degree theory for a class of noncompact multimaps. Ann. Mat. Pura Appl. (4) 178 (2000), 103—113 (с G. Conti, P. Zecca).

33. On some properties of dissipative functional differential inclusions in a Banach space. Topol. Methods Nonlinear Anal. 15 (2000), no. 2, 369—384 (с P. Zecca).

34. Condensing multivalued maps and semilinear differential inclusions in Banach spaces. Walter de Gruyter, Berlin—New York, 2001 (с М. И. Каменским и P. Zecca).

35. On stability of fixed points of multivalued maps. Topol. Methods Nonlinear Anal. 17 (2001), no. 1, 133—141 (с Т. С. Старовой).

36. On some classes of operator inclusions with lower semicontinuous nonlinearities. Topol. Methods Nonlinear Anal. 17 (2001), no. 1, 143—156 (с R. Bader и М. И. Каменским).

37. On the topological dimension of the solutions sets for some classes of operator and differential inclusions. Discuss. Math. Differ. Incl. Control Optim. 22 (2002), no. 1, 17—32 (с R. Bader, Б. Д. Гельманом и М. И. Каменским).

38. A Kneser type property for the solution set of a semilinear differential inclusion with lower semicontinuous nonlinearity. Set valued mappings with applications in nonlinear analysis. Ser. Math. Anal. Appl., 4, Taylor and Francis, London, 2002, 369—381 (с P. Zecca).

39. On coincidence index for multivalued perturbations of nonlinear Fredholm maps and some applications. Abstr. Appl. Anal. 7 (2002), no. 6, 295—322 (с P. Zecca и В.Г.Звягиным).

40. Existence and continuous dependence results for semilinear functional differential inclusions with infinite delay. Nonlinear Anal. Ser. A: Theory Methods. 51 (2002), no. 5, 765—782 (с C. Gori, M. Ragni, P. Rubbioni).

41. On boundary value problems for degenerate differential inclusions in Banach spaces. Abstr. Appl. Anal. 2003, no. 13, 769—784 (с P. Zecca).

42. Multivalued linear operators and differential inclusions in Banach spaces. Discuss. Math. Differ. Incl. Control Optim. 23 (2003), 53—74 (с А. Г. Баскаковым и P. Zecca).

43. О негладких многолистных направляющих функциях. Дифф. уравнения. 39(2003), № 11, 1497—1502 (с С. В. Корневым).

44. О некоторых развитиях метода негладких многолистных направляющих функций. Матем. модели и операторные уравнения, вып. 2, ВГУ, Воронеж, 2003, 75-89 (с С. В. Корневым).

45. О некоторых вариантах теории топологической степени для невыпуклозначных мультиотображений. Труды матем. ф-та (новая серия). Воронеж, ВорГУ, 8 (2004), 56—74 (с С. В. Корневым).

46. Optimal feedback control in the problem of the motion of a viscoelastic fluid. Topol. Methods Nonlinear Anal. 23 (2004), no. 2, 323—337 (с P. Zecca и В. Г. Звягиным).

47. On some developments of the method of integral guiding functions, Functional Differential Equat. 12 (2005), no. 3—4, 303—310 (с С. В. Корневым).

48. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. КомКнига, Москва, 2005 (с Ю. Г. Борисовичем, Б. Д. Гельманом, А. Д. Мышкисом).

49. Лекции и задачи по теории чисел. Части 1, 2. ВГУ, Воронеж, 2005 (с С. В. Корневым и Н. Н. Удоденко).

50. Об ориентированном индексе совпадений для нелинейных фредгольмовых включений. Доклады РАН 406 (2006), no.4, 1—4 (с P. Zecca и В. Г. Звягиным).

51. An oriented coincidence index for nonlinear Fredholm inclusions with nonconvex-valued perturbations. Abstr. Appl. Anal. 2006, Art. ID 51794, 21 pp. (с P. Zecca и В. Г. Звягиным).

52. On solutions of differential inclusions in homogeneous spaces of functions. J. Math. Anal. Appl. 324 (2006), 1310—1323 (с А. Г. Баскаковым и P. Zecca).

53. On some properties of semilinear functional differential inclusions in abstract spaces. J. Concr. Appl. Math. 4 (2006), no. 2, 183-214 (с C. Gori, M. Ragni, P. Rubbioni).

54. On some approximation methods in the theory of operator inclusions. Fixed Point Theory 7 (2006), no. 2, 245—261 (с Б. Д. Гельманом и Х. Р. Ал-Хашеми).

55. О некоторых граничных задачах для функционально-дифференциальных включений в банаховых пространствах. Соврем. математика. Фундам. направления 15 (2006), 36-44 (с М. М. Басовой).

56. Optimization of the motion of a visco-elastic fluid via multivalued topological degree method. Dynamic Syst. and Appl. 16 (2007), 89-104 (с C. Gori, P. Rubbioni и В. Г. Звягиным).

57. Негладкие направляющие потенциалы в задачах о вынужденных колебаниях. Автоматика и телемеханика 1(2007), 3—10 (с С. В. Корневым).

58. On some generalizations of the Landesman-Lazer theorem. Fixed Point Theory 8(2007), no.1, 69—85 (с P. Zecca и В. Г. Звягиным).

59. On the index of solvability for variational inequalities in Banach spaces. Set-Valued Anal. (с I. Benedetti) (в печати).

Б. Д. Гельман
Ю. Е. Гликлих
В. Г. Звягин
С. В. Корнев
Н. Н. Удоденко