

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И УЛЬТРАЗВУКА С НЕПРЕРЫВНЫМ ОГРАНИЧЕННЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Г. С. Нахмансон, П. Л. Маньков

Воронежский государственный университет

Рассматривается взаимодействие когерентного оптического излучения и ультразвука с ограниченным непрерывным частотным спектром в области высоких частот с учетом неоднородностей среды взаимодействия. Проведен расчет статистических характеристик интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения в зависимости от коэффициента широкополосности ультразвука и расстройки центральной частоты его спектра относительно частоты Брэгга. Показано, что при радиусах корреляции неоднородностей много меньших длины акустооптического взаимодействия их влиянием на эффективность дифракции можно пренебречь.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы дифракции когерентного оптического излучения на ультразвуке в фотоупругих средах активно исследуются с середины 70-х годов. Первоначально основное внимание уделялось исследованию констант взаимодействия, колебательным спектрам кристаллов и другим физическим характеристикам твердых тел. С появлением источников звука с частотами в сотни мегагерц и выше явление взаимодействия света и звука, получившее название акустооптического взаимодействия (АОВ), приобрело важное практическое значение с одной стороны для управления световым излучением, с другой для оптической обработки информации в виде акустооптических устройств, работающих в реальном масштабе времени [1–4]. Несмотря на большое количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных АОВ, практически все результаты были получены применительно к ультразвуку, представляющему квазигармоническую волну с узким спектром, либо совокупность отдельных гармоник.

В последнее время при решении прикладных задач в области радиолокации, связи и т.д. намечился переход к широкому использованию широкополосных сигналов, в связи с чем оценка возможностей применения для обработки таких сигналов акустооптических устройств требует исследования особенностей АОВ при широкополосном ультразвуке. На практике качество выполняемых акустооптическими

устройствами операций может ухудшаться из-за наличия микронеоднородностей в среде взаимодействия, вызывающих появление случайной пространственной флуктуирующей составляющей диэлектрической проницаемости среды АОВ и соответственно приводящих к тому, что распределение светового поля при прохождении среды взаимодействия становится случайным. Для анализа распределения дифрагированного оптического излучения необходимо знать вклад, вносимый указанными микронеоднородностями. В [5] рассматривалось влияние микронеоднородностей среды взаимодействия только на среднее значение распределения интенсивности оптического излучения на выходе акустооптического устройства обработки. Однако при анализе случайных компонент реальных процессов необходимо рассматривать как минимум два момента: среднее значение и дисперсию. Поэтому исследование особенностей брэгговской дифракции оптического излучения на широкополосном ультразвуке с учетом влияния микронеоднородностей среды АОВ и поведения статистических характеристик распределения интенсивности дифрагированного излучения представляет практический интерес.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу дифракции плоской монохроматической световой волны на плоской акустической волне $s(x, t)$ с непрерывным ограниченным частотным спектром, занимающим полосу частот $\Delta\omega$, распространяющейся со скоростью V вдоль положительного направления оси x в изотропной фотоупругой среде,

ограниченной плоскостями $z = 0$ и $z = L$ (рис. 1). На среду взаимодействия под углом Брэгга θ_B к оси z в плоскости xOz падает плоская световая волна

$$E(x, z, t) = E_0 \exp[j(k_0 x \sin \theta_B + k_0 z \cos \theta_B - \nu t)], \quad (1)$$

с амплитудой E_0 , частотой ν и волновым числом $k_0 = 2\pi n / \lambda$, n — показатель преломления невозмущенной среды АОВ; λ — длина световой волны в вакууме. Угол Брэгга определяется из условия

$$\sin \theta_B = -K_B / 2k_0,$$

K_B и ω_B — волновое число и частота спектральной составляющей ультразвука, для которой выполняется условие Брэгга [1].

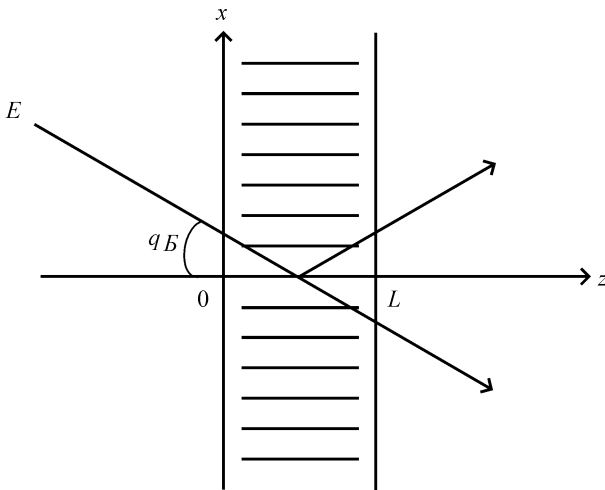


Рис. 1. Геометрия акустооптического взаимодействия

Пусть ультразвук возбуждается электрическим сигналом

$$s(t) = U(t) \cos \omega_0 t$$

с огибающей $U(t)$, имеющей постоянную спектральную плотность в пределах ширины спектра ультразвука $\Delta\omega$, т.е.

$$U(\omega) = \begin{cases} U_0, & -\Delta\omega/2 \leq \omega \leq +\Delta\omega/2, \\ 0, & \omega < -\Delta\omega/2, \omega > +\Delta\omega/2, \end{cases}$$

и центральной частотой спектра ультразвука ω_0 . Тогда показатель преломления невозмущенной среды АОВ при наличии микронеоднородностей можно представить как [6]

$$n(\vec{r}) = n_0 + n_{\text{сн}}(\vec{r}),$$

где n_0 — величина показателя преломления среды АОВ при отсутствии микронеоднородностей; $n_{\text{сн}}(\vec{r})$ — составляющая показателя прелом-

ления, обусловленная наличием неоднородностей и представляющая пространственную случайную функцию с нулевым средним значением $\langle n_{\text{сн}}(\vec{r}) \rangle = 0$ и функцией корреляции [7, 8]

$$\langle n_{\text{сн}}(\vec{r}_1) n_{\text{сн}}(\vec{r}_2) \rangle = \sigma_n^2 \exp\left(-\frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2}{\rho_0^2}\right), \quad (3)$$

$\vec{r} = \{x, y, z\}$ — радиус-вектор рассматриваемых точек среды АОВ, σ_n^2 — дисперсия флуктуирующей составляющей показателя преломления, а ρ_0 — радиус пространственной корреляции флуктуирующей составляющей показателя преломления. Необходимым условием эффективной дифракции является $n_{\text{сн}}(\vec{r}) \ll n_0$. Кроме того, предполагается, что неоднородности мелкошапные (т.е. их радиус корреляции $\rho_0 \ll \Lambda$, Λ — длина ультразвуковой волны) и многократным рассеянием можно пренебречь [7, 8].

РАСЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИНТЕНСИВНОСТИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ДИФРАГИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

При воздействии акустической волны изменение показателя преломления среды АОВ можно представить как

$$n(x, z, t) = n(x, z) + \Delta n(x, z) s(x, t),$$

где $\Delta n(x, z) = \Delta n_0 + \Delta n_{\text{сн}}(x, z)$, причем $\Delta n_{\text{сн}}(x, z) \ll \ll \Delta n_0$.

При $\Delta n(x, z) / n(x, z) \ll 1$ решение задачи дифракции сводится к решению скалярного волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{n_0^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{2n_0 n_{\text{сн}}(x, z)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{2n(x, z) \Delta n(x, z)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} s(x, t) E. \quad (4)$$

Первое слагаемое в правой части (4) описывает рассеянную составляющую, обусловленную рассеянием недифрагированного света на неоднородностях среды АОВ. Так как рассеянная составляющая максимальна в области максимума недифрагированного излучения [5], при дальнейшем рассмотрении ее можно не учитывать. С учетом этого, пренебрегая $\Delta n_{\text{сн}}(x, z)$ в виду его малости по сравнению с Δn_0 волновое уравнение (4) можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{n_0^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{2n_0^2 [1 + \mu(x, z)] \Delta n_0}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} s(x, t) E, \quad (5)$$

где $\mu(x, z) = n_{\text{сн}}(x, z) / n_0$. Представляя оптические и акустические поля в виде разложения по плоским монохроматическим волнам и решая волновое уравнение (5) аналогично [1,9], получаем в первом приближении теории возмущений выражение для распределения амплитуд дифрагированного излучения

$$E^{(1)}(k_x, L, \nu) = j \frac{\pi k^2}{k_z} U_0 \delta\left(k_x - k_{\text{Бx}} - \frac{\nu - \nu_0}{V}\right) \times \left\{ L \sin c\left(\frac{\eta L}{2}\right) \exp\left(\frac{j\eta L}{2}\right) + \int_0^L \mu(x, z) \exp(j\eta z) dz \right\}, \quad (6)$$

где

$$\eta \approx \frac{\pi Q}{L} \left(1 + \frac{\Delta\omega_0}{\omega_{\text{Б}}}\right) \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega}\right) \times \left[\frac{\Delta\omega_0}{\omega_{\text{Б}}} + \left(1 + \frac{\Delta\omega_0}{\omega_{\text{Б}}}\right) \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right],$$

$Q = \lambda_0 L f_{\text{Б}}^2 / n V^2$ — волновой параметр акусто-оптического взаимодействия ($f_{\text{Б}} = \omega_{\text{Б}} / 2\pi$; L — длина акустооптического взаимодействия) [1]; $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_{\text{Б}}$ — расстройка центральной частоты спектра ультразвука относительно частоты Брэгга. В фигурных скобках (6) первый член соответствует распределению амплитуд дифрагированного излучения при отсутствии микронеоднородностей в среде АОВ, а второй — учитывает их влияние.

Проводя обратное преобразование Фурье от $E^{(1)}(k_x, L, \nu)$ по пространственной частоте, нетрудно получить выражение для амплитудного пространственного распределения дифрагированного светового пучка при $\nu_0 + \omega_0 - \Delta\omega / 2 \leq \nu \leq \nu_0 + \omega_0 + \Delta\omega / 2$

$$E^{(1)}(k_x, L, \nu) = j \frac{k^2 V}{2k_z} U_0 \left\{ L \sin c\left(\frac{\eta L}{2}\right) \exp\left(\frac{j\eta L}{2}\right) + \int_0^L \mu(x, z) \exp(j\eta z) dz \right\} \times \exp\left[j \left(k_{\text{Бx}} + \frac{\nu - \nu_0}{V} (k_x - k_{\text{Бx}}) \right) x \right].$$

Тогда распределение спектральной плотности амплитуд дифрагированных волн в дальней зоне может быть представлено как

$$E^{(1)}(\xi, \nu) = j \frac{k^2 U_0}{2k_z \lambda R_{\text{н}}} \int_0^D \exp(j\alpha x) dx \times \left\{ L \sin c\left(\frac{\eta L}{2}\right) \exp\left(\frac{j\eta L}{2}\right) + \int_0^L \mu(x, z) \exp(j\eta z) dz \right\}$$

и соответственно распределение интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения

$$I^{(1)}(\xi, \nu) = \left(\frac{U_0 D L k^2}{2k_z \lambda R_{\text{н}}} \right)^2 \left\{ \sin^2 c\left(\frac{\eta L}{2}\right) \times \sin^2 c\left(\frac{\alpha D}{2}\right) + \frac{1}{D^2 L^2} \times \right.$$

$$\left. \int_0^D \int_0^D dx_1 dx_2 \exp[j\alpha(x_1 - x_2)] \times \int_0^L \int_0^L dz_1 dz_2 \mu(x_1, z_1) \mu(x_2, z_2) \exp[j\eta(z_1 - z_2)] \right\} + 2 \operatorname{Re} \frac{1}{DL} \sin c\left(\frac{\eta L}{2}\right) \sin c\left(\frac{\alpha D}{2}\right) \exp\left(\frac{j\eta L}{2}\right) \times \exp\left(\frac{j\alpha D}{2}\right) \int_0^D dx \exp(-j\alpha x) \times \int_0^L dz \mu(x, z) \exp(-j\eta z) \left. \right\}.$$

где $\alpha = \omega_x + \frac{\nu - \nu_0}{V} (k_x - k_{\text{Бx}})$, $\omega_x = k_{\text{Бx}} - \frac{2\pi}{\lambda R_{\text{н}}} \xi$.

В этом случае выражения для статистических характеристик распределения интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения: среднего значения и дисперсии определяются как

$$\langle I(\xi, \nu) \rangle = m_0 + m_{\text{сн}}; \quad (7)$$

$$\sigma_I^2 = \left(\frac{U_0 D L k^2}{2k_z \lambda R_{\text{н}}} \right)^4 \times \left\{ \sigma_{\text{н}}^4 \pi^2 \phi^4 \gamma^2 [1 + \sin^2 c(\eta L) \sin^2 c(\alpha D)] \times \exp\left[-\frac{\phi^2}{2} (\eta^2 L^2 + \alpha^2 D^2 \gamma^2)\right] + 2\pi \sigma_{\text{н}}^2 \phi^2 \gamma \sin^2 c\left(\frac{\eta L}{2}\right) \sin^2 c\left(\frac{\alpha D}{2}\right) \times [1 + \sin c(\eta L) \sin c(\alpha D)] \times \exp\left[-\frac{\phi^2}{4} (\eta^2 L^2 + \alpha^2 D^2 \gamma^2)\right] \right\}. \quad (8)$$

$$\text{В (7), (8) } \phi = \frac{\rho_0}{L}, \quad \gamma = \frac{L}{D}, \quad \alpha D = 2\pi \left(\frac{f_x - f_{0x}}{\Delta f_{xm}} + \frac{\Delta f_x}{\Delta f_{xm}} \frac{f - f_0}{\Delta f} \right), \quad f_x = \frac{\omega_x}{2\pi}, \quad \Delta f_{xm} = \frac{1}{D},$$

детерминированная составляющая m_0 , обусловленная дифракцией света на ультразвуковой волне, и случайная составляющая m_A , обусловленная рассеянием света на микронеоднородностях среды АОВ, определяются соответственно как

$$m_0 = \left(\frac{U_0 D L k^2}{2k_z \lambda R_n} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\eta L}{2} \right) \sin^2 \left(\frac{\alpha D}{2} \right),$$

$$m_{сл} = \left(\frac{U_0 D L k^2}{2k_z \lambda R_n} \right)^2 \sigma_n^2 \pi \phi^2 \gamma \times \exp \left(-\frac{\phi^2}{4} [\eta^2 L^2 + \alpha^2 D^2 \gamma^2] \right).$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 и 3 представлены соответственно зависимости нормированного среднего значения случайной составляющей распределения интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения $\hat{m}_{сл} = \frac{m_{сл} (2k_z \lambda R_n)^2}{\pi \sigma_n^2 (U_0 D L k^2)^2}$ и нормированной дисперсии $\hat{\sigma}_I^2 = \frac{\sigma_I^2 (2k_z \lambda R_n)^4}{2\pi \sigma_n^2 (U_0 D L k^2)^4}$ от расстройки по частоте относительно цент-

ральной частоты спектра ультразвука, нормированной на ширину его спектра $(f - f_0) / \Delta f$, при значениях параметров $Q = 5$, $\phi = 0,1$, $\gamma = 0,5$ и $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = 0$ с учетом того, что $\rho_0 / L \ll 1$. Сплошные кривые соответствуют значению коэффициента широкополосности $\Delta\omega / \omega_0 = 0,1$, пунктирные — $\Delta\omega / \omega_0 = 0,2$. Кривые 1, 4 соответствуют значениям параметра $\Delta\omega_0 / \omega_n = 0; 2, 5 — \Delta\omega_0 / \omega_n = 0,15; 3, 6 — \Delta\omega_0 / \omega_n = -0,15$. Из хода кривых видно, что при совпадении центральной частоты спектра с частотой Брэгга $\Delta\omega_0 = 0$ увеличение коэффициента широкополосности приводит к более быстрому уменьшению среднего значения и дисперсии случайной составляющей распределения интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения с отклонением частоты ультразвука от центральной частоты его спектра. Расстройка центральной частоты спектра относительно частоты Брэгга $\Delta\omega_0$ приводит к уменьшению среднего значения и дисперсии, которое при увеличении коэффициента широкополосности проявляется сильнее для $\Delta\omega_0 < 0$ в области высоких частот, а для $\Delta\omega_0 > 0$ в области низких частот. На рис. 4 и 5 представлены аналогичные зависимости для значений параметров $Q = 5$, $\phi = 0,1$, $\gamma = 0,5$, $\Delta\omega_0 / \omega_0 = 0,1$. Сплошные кривые соответствуют значению параметра $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = 0,2$, пунктирные — $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = -0,2$. Кривые 1, 4 соответствуют значениям параметра $\Delta\omega_0 / \omega_n = 0; 2, 5 — \Delta\omega_0 / \omega_n = 0,15; 3, 6 — \Delta\omega_0 / \omega_n = -0,15$. Как следует из поведения кривых, при отсутствии

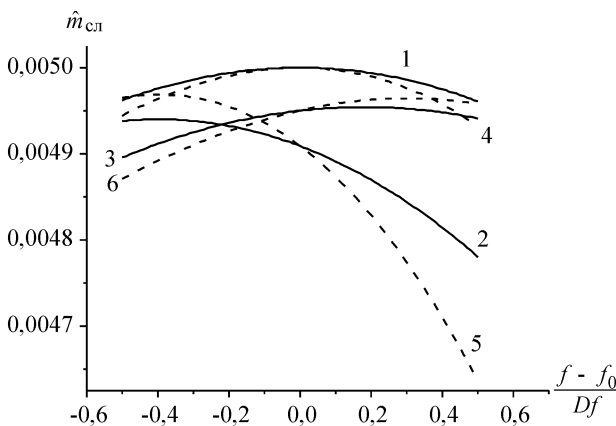


Рис. 2. Зависимость нормированного среднего значения случайной составляющей распределения интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения от расстройки по частоте относительно центральной частоты спектра ультразвука при $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = 0$.

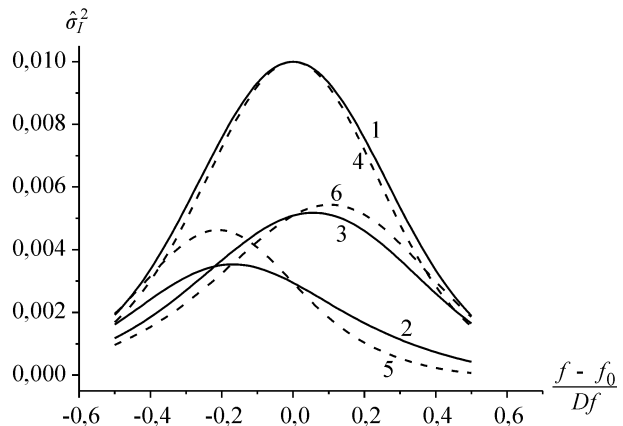


Рис. 3. Зависимость нормированной дисперсии случайной составляющей распределения интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения от расстройки по частоте относительно центральной частоты спектра ультразвука при $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = 0$.

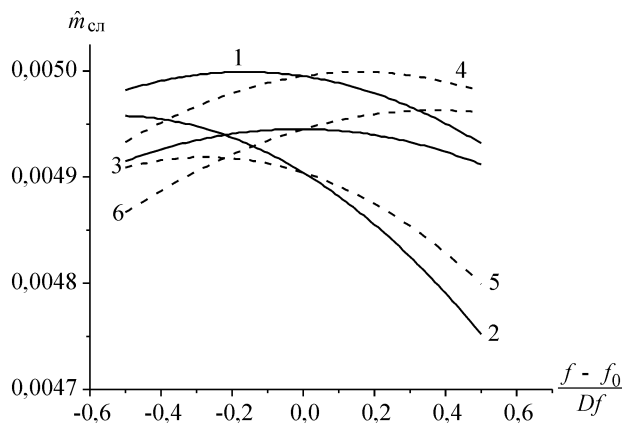


Рис. 4. Зависимость нормированного среднего значения случайной составляющей распределения интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения от расстройки по частоте относительно центральной частоты спектра ультразвука при $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = \pm 0, 2$.

расстройки центральной частоты спектра ультразвука относительно частоты Брэгга $\Delta\omega_0 = 0$ максимальные значения средних значений и дисперсии не зависят от смещения точки наблюдения относительно центральной частоты спектра ультразвука ω_0 и остаются постоянными в пределах ширины его спектра. При наличии расстройки центральной частоты спектра ультразвука относительно частоты Брэгга величины максимумов \hat{m}_A и $\hat{\sigma}_I^2$ уменьшаются при увеличении величины расстройки $\omega_0 - \omega_B$, причем более сильное ослабление при $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = 0, 2$ наблюдается для отрицательной расстройки $\omega_0 - \omega_B$, а при $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = -0, 2$ для положительной расстройки $\omega_0 - \omega_B$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При рассмотрении акустооптического взаимодействия когерентного оптического излучения и ультразвука с ограниченным непрерывным спектром в области высоких частот с учетом микронеоднородностей среды взаимодействия показано, что составляющая интенсивности дифрагированного оптического излучения на микронеоднородностях среды акустооптического взаимодействия пропорциональна отношению радиуса корреляции микронеоднородностей к длине акустооптического взаимодействия. При радиусах корреляции микронеоднородностей много меньших длины акустооптического взаимодействия их влиянием на эффективность дифракции можно пренебречь. Вы-

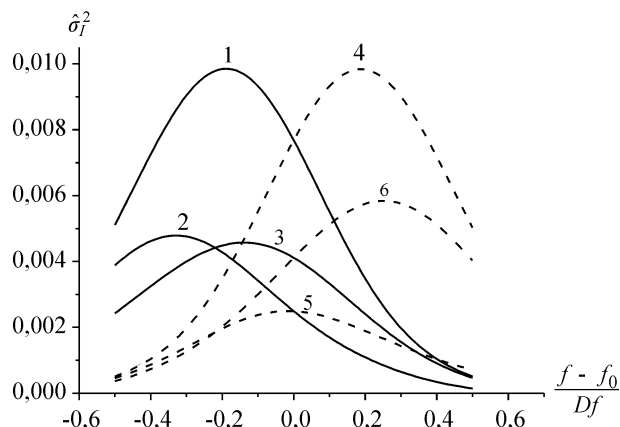


Рис. 5. Зависимость нормированной дисперсии случайной составляющей распределения интенсивности спектральной плотности дифрагированного излучения от расстройки по частоте относительно центральной частоты спектра ультразвука при $(f_x + f_{0x}) / \Delta f_{xm} = \pm 0, 2$.

численные статистические характеристики интенсивностей спектральной плотности дифрагированного излучения существенно образом зависят от величины расстройки центральной частоты спектра ультразвука относительно частоты Брэгга. Среднее значение и дисперсия максимальны при нулевой расстройке и уменьшаются при ее появлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакиев В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. — 280 с.
2. Гуляев Ю.В., Проклов В.В., Шкердин Г.Н. Дифракция света на звуке в твердых телах // УФН. 1978. Т. 124, № 1. С. 61—111.
3. Корнел А. Акустооптика. М.: Мир, 1993. — 240 с.
4. Оптическая обработка радиосигналов в реальном времени. Под ред. С. В. Кулакова. М.: Радио и связь, 1989. — 136 с.
5. Кремер И.Я., Голуб В.А., Нахмансон Г.С. Внутренние помехи в акустооптических устройствах обработки сигналов // Известия ВУЗов. Радиофизика. 1979. Т. 22, № 7. С. 848—854.
6. Гудмен Д. Статистическая оптика. М.: Мир, 1988. — 527 с.
7. Miyazaki Y. // Japan J. Appl. Phys. 1974. Vol. 13, № 8. P. 1238.
8. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.
9. Нахмансон Г.С., Маньков П.Л. Особенности брэгговской дифракции когерентного оптического излучения на ультразвуке с ограниченным частотным спектром // Конденсированные среды и межфазные границы. 2005. Т. 7, № 4. С. 458—462.