

# ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМА ЛИХТЕРА

В. И. Костылев, М. П. Сличенко

Воронежский государственный университет

Проведен анализ работы энергетического обнаружителя в случае негауссовского шумового фона. Получены аналитические выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги энергетического обнаружителя при приеме неизвестных сигналов на фоне шума Лихтера.

## ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Среди множества классических задач обработки радиофизических наблюдений наиболее актуальными являются задачи приема сигналов, случайные искажения которых описываются негауссовскими моделями. Одна из моделей такого рода была предложена Я. И. Лихтером в 1956 г. для описания атмосферных радиосигналов в СНЧ (30—300 Гц) диапазоне. Теоретические исследования [1] выполнены в предположении, что поле атмосферных помех состоит из двух компонент: сравнительно слабого шумового фона  $v_{ш1}$  и отдельных редких, случайно распределенных во времени и по амплитуде импульсов  $v_n$ . В импульсной компоненте сосредоточена значительная часть энергии, поэтому она оказывает существенное влияние на прием и обработку информационных сигналов.

Тогда высокочастотные колебания, вызываемые атмосферными помехами в приемнике, можно записать в виде

$$v(t) = v_n(t) + v_{ш1}(t), \quad (1)$$

$$v_n(t) = V_1(t) \cdot v_{ш2}(t), \quad (2)$$

где  $V_1(t)$  — прямоугольные импульсы единичной амплитуды, возникающие в случайные моменты времени, со средней частотой  $\nu$ ,  $v_{ш2}$  — высокочастотное шумовое заполнение этих импульсов,  $v_{ш1}$  — шумовая компонента  $v(t)$ . Далее для простоты примем, что длительность всех импульсов  $V_1(t)$  одинакова и равна  $\lambda$  (имеет смысл средней длительности импульсов). Наконец, предположим ещё, что  $v_{ш1}$  и  $v_{ш2}$  имеют вид нормально-флюктуационных шумов, причем интенсивность импульсной компоненты превосходит интенсивность шумового фона:

© Костылев В. И., Сличенко М. П., 2006

$$w_{ш1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp(-x^2 / 2\sigma_1^2), \quad (3)$$

$$w_{ш2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp(-x^2 / 2\sigma_2^2), \quad (4)$$

где  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  — дисперсии шумовых компонент шума Лихтера и  $\sigma_1 \ll \sigma_2$ .

Так как по предположению импульсы  $V_1$  появляются редко и, следовательно, вероятность взаимного наложения импульсов очень мала, то плотность вероятности напряжения  $V_1$  можно выразить следующим образом [1]:

$$w_{V_1}(x) = (1 - \nu\lambda)\delta(x) + \nu\lambda\delta(x - 1), \quad (5)$$

где  $\delta(x)$  — дельта-функция. Первый член (5) отражает тот факт, что нулевое значение напряжения  $V_1$  имеет конечную вероятность  $(1 - \nu\lambda)$  или бесконечно большую плотность вероятности, а второй член показывает, что вероятность амплитудного значения напряжения  $V_1$  конечна.

Можно показать [1], что плотность вероятности  $w_v(v)$  напряжения  $v(t)$  имеет вид:

$$w_v(v) = \frac{(1 - \nu\lambda)}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{\nu\lambda}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right), \quad (6)$$

где

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2.$$

Далее в настоящей работе приняты следующие обозначения для дисперсий шумового фона и импульсной компоненты шума Лихтера:

$$\sigma_\phi^2 \equiv \sigma_1^2, \quad \sigma_n^2 \equiv \sigma^2. \quad (7)$$

Обозначим  $\alpha = \nu\lambda$ .

Легко видеть, что эффективное значение напряжения  $v$ , равное

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\sigma_\phi^2 + \alpha\sigma_n^2},$$

является сложной величиной, зависящей от всех параметров функции распределения. Это обстоятельство и объясняет, почему эффективное напряжение само по себе не годится для полной характеристики атмосферных помех.

Распространенность случайных возмущений импульсного характера и простой физический смысл модели Лихтера позволяют предположить, что данную модель можно использовать и в значительно более широком классе задач. Использование модели Лихтера может быть полезно при изучении атмосферных помех в волноводе Земля-ионосфера, при исследовании промышленных радиопомех, при решении задач электромагнитной совместимости, при синтезе устойчивых алгоритмов обработки неоднородных данных. Подчеркнем ещё раз, что простой физический смысл модели Лихтера, её параметров и возможных обобщений позволяет использовать их при постановке широкого класса задач, в которых в той или иной степени присутствуют случайные возмущения импульсного характера.

### ВЕРОЯТНОСТЬ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ

В настоящей работе предполагается, что входной шум Лихтера имеет постоянную спектральную плотность мощности в пределах полосы  $\Delta f$  пропускания ФНЧ. С помощью представления о выборках энергии на конечном отрезке реализации шума можно приближенно выразить в виде суммы квадратов статистически независимых случайных величин с нулевыми средними и одинаковыми дисперсиями. Если шум является полосовым случайным процессом, то решающую статистику на выходе энергетического обнаружителя можно представить в виде [2]

$$V' = \int_0^T y^2(t) dt = \int_0^T (l_c(t) \cos \omega_c t - l_s(t) \sin \omega_c t)^2 dt, \quad (8)$$

где  $\omega_c$  — опорная угловая частота,  $l_c(t)$  и  $l_s(t)$  — синфазная и квадратурная составляющие шума Лихтера, а  $y(t)$  — случайный процесс на входе перемножителя энергетического обнаружителя.

При достаточно больших значениях  $T\Delta f$  выражение (8) можно приближенно представить в следующем виде:

$$V' = \sum_{i=1}^{T\Delta f} \{l_{ci}^2 + l_{si}^2\}, \quad (9)$$

$$\text{где } l_{ci} \equiv \frac{1}{\sqrt{2\Delta f}} l_c\left(\frac{i}{\Delta f}\right), \quad l_{si} \equiv \frac{1}{\sqrt{2\Delta f}} l_s\left(\frac{i}{\Delta f}\right).$$

Найдем плотность вероятности решающей статистики (9). Для этого рассмотрим следующую статистику:

$$\Xi = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad (10)$$

где  $x_i$  — статистически независимые случайные величины, являющиеся выборочными значениями шума Лихтера в моменты времени  $t_i = i / \Delta f$ . Видно, что статистика (10) отличается от статистики (9) лишь постоянным множителем, однако, это не играет роли в последующих выкладках, причем  $n = 2T\Delta f$ .

Найдем характеристическую функцию  $\Theta_{\Xi}(j\eta)$  статистики (10). Учитывая, что отсчеты статистически независимы (это следует из вида спектральной плотности мощности шума в пределах полосы пропускания ФНЧ), можем написать:

$$\Theta_{\Xi}(j\eta) = \prod_{i=1}^n \Theta_i(j\eta), \quad (11)$$

где

$$\Theta_i(j\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(j\eta \cdot x_i^2) \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma_{\Phi}^2}} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\sigma_{\Phi}^2}\right) + \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi\sigma_{\Pi}^2}} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\sigma_{\Pi}^2}\right) \right) dx_i. \quad (12)$$

После громоздких вычислений получаем выражение для характеристической функции статистики (10):

$$\Theta_{\Xi}(j\eta) = \sum_{k=0}^n C_n^k (1-\alpha)^k \alpha^{n-k} (1-2j\eta\sigma_{\Phi}^2)^{-(k/2)} \times (1-2j\eta\sigma_{\Pi}^2)^{-(n-k/2)}. \quad (13)$$

Учитывая, что характеристическая функция гамма распределения с  $\nu$  степенями свободы и параметром  $a$  имеет вид

$$\Theta_{\nu,a}(j\eta) = (1-j\eta a)^{-\nu},$$

а плотность вероятностей —

$$W_{\gamma}(z, a, \nu) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} e^{-z/a} \left(\frac{z}{a}\right)^{\nu-1} \frac{1}{a},$$

получим следующее выражение для плотности вероятности статистики  $\Xi$ :

$$W_{\Xi}(z) = A \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{C_n^k (1-\alpha)^k \alpha^{n-k}}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n-k}{2}\right)} \frac{D(z, n, k)}{2^{n/2} \sigma_{\Phi}^k \sigma_n^{n-k}} + \frac{(1-\alpha)^n \exp(-z/2\sigma_{\Phi}^2) z^{\frac{n}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) (2\sigma_{\Phi}^2)^{\frac{n}{2}}} + \frac{\alpha^n \exp(-z/2\sigma_n^2) z^{\frac{n}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) (2\sigma_n^2)^{\frac{n}{2}}} \right\}. \quad (14)$$

Здесь  $C_n^k$  — биномиальный коэффициент,  $A$  — нормировочная константа,  $\Gamma(m)$  — гамма-функция,  $D(z, n, k)$  —  $D$ -функция, определяемая следующим образом:

$$D(z, n, k) = \exp(-z/2\sigma_n^2) \int_0^z \exp\left(-\frac{x}{2} \left[ \frac{1}{\sigma_{\Phi}^2} - \frac{1}{\sigma_n^2} \right]\right) \times (z-x)^{\frac{n-k}{2}-1} x^{\frac{k}{2}-1} dx.$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что при  $\alpha = 0$  и  $\alpha = 1$  (при наличии лишь шумовой или импульсной компоненты шума Лихтера соответственно) статистика превращается в статистику  $\chi_n^2$  (хи-квадрат) с  $n$  степенями свободы. Для нормировочной константы получим следующее выражение:

$$A = \left( (1-\alpha)^n + \alpha^n + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{R=0}^{\infty} C_n^k \left[ \frac{\sigma_n}{\sigma_{\Phi}} \right]^k \times \right. \\ \left. \times (1-\alpha)^k (\alpha)^{n-k} \left( 1 - \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_{\Phi}} \right)^2 \right)^R \frac{1}{R!} \frac{\Gamma\left[\frac{k}{2} + R\right]}{\Gamma\left[\frac{k}{2}\right]} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Нетрудно убедиться, что при  $\sigma_n = \sigma_{\Phi}$   $A = 1$ , при  $\alpha = 0$   $A = (1-\alpha)^n = 1$ , при  $\alpha = 1$   $A = \alpha^n = 1$ . Сделав некоторые математические преобразования, можно получить:

$$W_{\Xi}(z) = A \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} C_n^k \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_{\Phi}} \right)^k (1-\alpha)^k \alpha^{n-k} \times \right. \\ \left. \times W_{\gamma} \left( z, 2\sigma_n^2, \frac{n}{2} \right) M \left( \frac{k}{2}, \frac{n}{2}, \frac{z}{2\sigma_n^2} - \frac{z}{2\sigma_{\Phi}^2} \right) \right\} + \\ + A \left\{ (1-\alpha)^n W_{\gamma} \left( z, 2\sigma_{\Phi}^2, \frac{n}{2} \right) + \alpha^n W_{\gamma} \left( z, 2\sigma_n^2, \frac{n}{2} \right) \right\}, \quad (16)$$

где

$$M(a, b, c) = \frac{\Gamma(b)}{\Gamma(a)\Gamma(b-a)} \int_0^1 \exp(ct) t^{a-1} (1-t)^{b-a-1} dt$$

— вырожденная гипергеометрическая функция Куммера [4].

Учитывая, что  $n = 2T\Delta f$ , перепишем (16) в следующем виде:

$$W_{\Xi}(z) = A \left\{ \sum_{k=1}^{2T\Delta f-1} C_{2T\Delta f}^k \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_{\Phi}} \right)^k (1-\alpha)^k \alpha^{2T\Delta f-k} \times \right. \\ \left. \times W_{\gamma} \left( z, 2\sigma_n^2, T\Delta f \right) M \left( \frac{k}{2}, T\Delta f, \frac{z}{2\sigma_n^2} - \frac{z}{2\sigma_{\Phi}^2} \right) \right\} + \\ + (1-\alpha)^{2T\Delta f} W_{\gamma} \left( z, 2\sigma_{\Phi}^2, T\Delta f \right) + \\ + \alpha^{2T\Delta f} W_{\gamma} \left( z, 2\sigma_n^2, T\Delta f \right). \quad (17)$$

На рис. 1 представлена зависимость плотности вероятности решающей статистики для различных значений параметра  $\alpha$ .

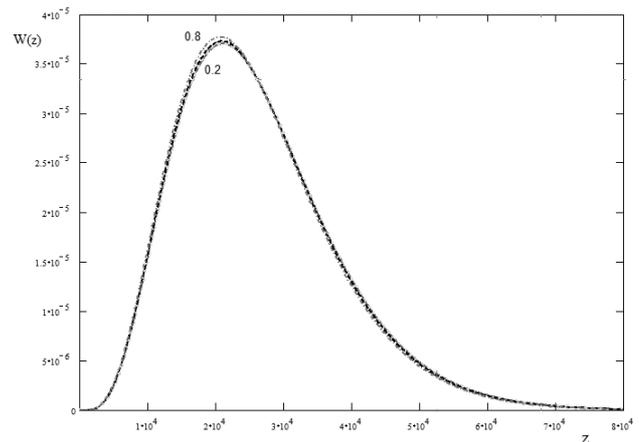


Рис. 1. Плотность вероятности решающей статистики  $\Xi$  при числе степеней свободы  $2T\Delta f = 100$  и параметре  $\alpha = 0.2; 0.8$

Интегрируя (17), можно получить выражение для вероятности ложной тревоги (ошибки 1 рода) энергетического обнаружителя  $F(h)$ :

$$F(h) = \int_h^{\infty} W_{\Xi}(z) dz, \\ F(h) = 1 - A \left\{ [(1-\alpha)^n + \alpha^n] P \left( \frac{n}{2}, h \right) + \right. \\ \left. + h \sum_{k=1}^{n-1} C_n^k (1-\alpha)^k \alpha^{n-k} W_{\gamma} \left( h, 2\sigma_n^2, \frac{n-k}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \int_0^1 (1-t)^{\frac{n-k}{2}-1} P \left( \frac{k}{2}, \frac{ht}{2\sigma_{\Phi}^2} \right) \exp \left( \frac{ht}{2\sigma_{\Phi}^2} \right) dt \right\},$$

где  $n = 2T\Delta f$ ,  $P(v, h)$  — нормированная неполная гамма-функция.

На рис. 2 представлена зависимость вероятности ложной тревоги  $F$  от значения порога  $h$  для двух различных значений степени свободы  $n$ . Видно, что для обеспечения заданного значения вероятности ложной тревоги при увеличении степеней свободы необходимо увеличивать и требуемый порог. Из рис. 3 и 4 следует, что с ростом числа степеней свободы уменьшается влияние параметра  $\alpha$  на решающую статистику на выходе обнаружителя.

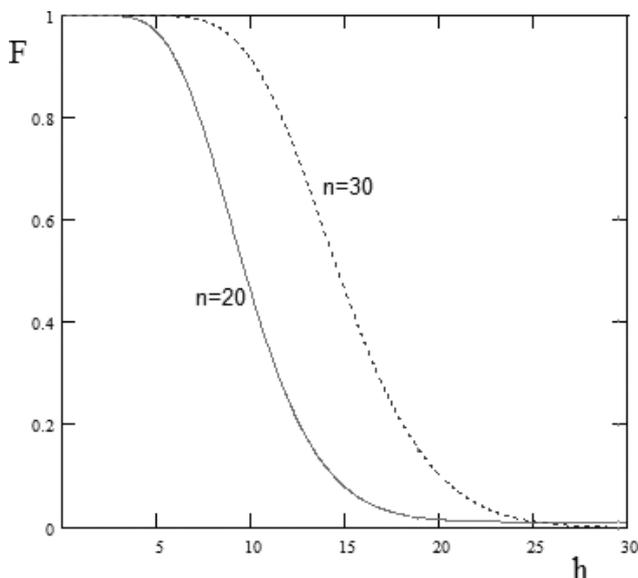


Рис. 2. Зависимость вероятности ложной тревоги  $F$  энергетического обнаружителя от значения порога  $h$  при  $\alpha = 1/2$  с числом степеней свободы  $2T\Delta f = 20$  и  $2T\Delta f = 30$

### ВЕРОЯТНОСТЬ ПРАВИЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ НА ФОНЕ ШУМА ЛИХТЕРА

Входной сигнал энергетического обнаружителя [3]

$$x_{in}(t) = \zeta s(t) + n_{in}(t),$$

где  $\zeta = 0; 1$ , представляет собой при гипотезе  $H_1$  смесь обнаруживаемого сигнала  $s(t)$  и шума Лихтера  $n_{in}(t)$ , а при гипотезе  $H_0$  — только шума. Значения бинарного параметра  $\zeta$  совпадают с индексом гипотезы.

Полосовой фильтр предназначен для ограничения энергии шума, поэтому ширина полосы пропускания фильтра нижних частот совпадает с шириной спектра обнаруживаемого детерминированного неизвестного сигнала  $s(t)$ . В случае же широкополосного сигнала полоса ФНЧ выбирается таким образом, чтобы внести как мож-

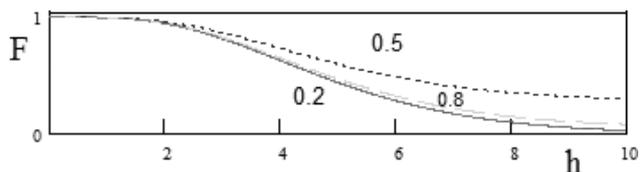


Рис. 3. Вероятность ложной тревоги  $F(h)$  энергетического обнаружителя при числе степеней свободы  $2T\Delta f = 10$  и значениях параметра  $\alpha = 0.2, 0.5, 0.8$

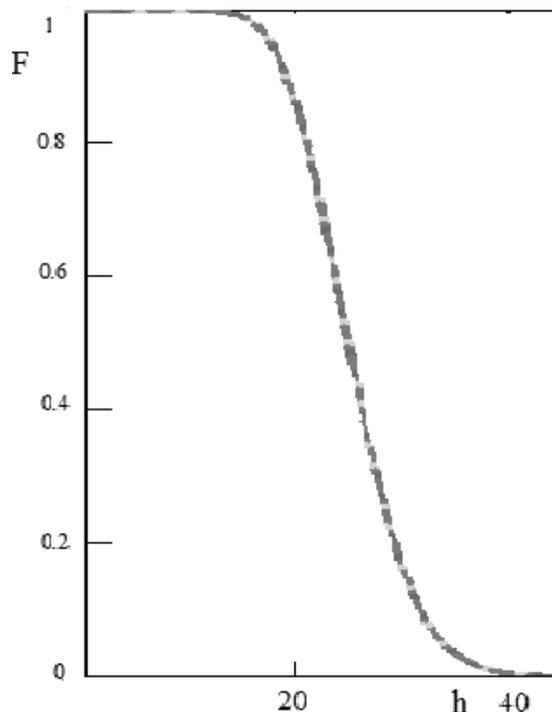


Рис. 4. Вероятность ложной тревоги при  $2T\Delta f = 100$  и  $\alpha = 0.2, 0.5$  (графики вероятности ложной тревоги практически совпадают; с ростом степеней свободы уменьшается влияние параметра  $\alpha$ )

но меньшие искажения сигнала на выходе (например, по критерию 95 % энергии сигнала). В этом случае искажением сигнала с достаточной степенью точности можно пренебречь. При этом выходной сигнал фильтра имеет вид

$$x(t) = \zeta s(t) + n(t),$$

где  $n(t)$  — профильтрованный шум. Далее сигнал подается на вход соединенных последовательно перемножителя и энергетического приемника. Задачей последнего является сформировать на своем выходе напряжение, пропорциональное энергии обрабатываемой реализации  $x(t)$ , т. е.

$$u(t) = l(t - T)\Xi,$$

где  $l(x)$  — единичная ступенчатая функция Хевисайда,  $T$  — длительность интервала време-

ни обработки сигнала  $x(t)$  в интеграторе энергетического приемника. Решающая статистика на выходе энергетического обнаружителя  $\Xi$  имеет следующий вид:

$$\Xi = E_T[x(t)] \cdot \Delta f, \quad (18)$$

где  $E_T[x(t)]$  — энергия реализации  $x(t)$  на выходе обнаружителя за интервал времени длительностью  $T$ .

Далее, используя теорему отсчетов Котельникова, энергию  $E_T[x(t)]$  можно представить в виде

$$E_T[x(t)] = \frac{1}{\Delta f} \sum_{k=0}^n \left| x\left(\frac{k}{\Delta f}\right) \right|^2,$$

где  $n = T\Delta f$  — база обработки сигнала. Выходной сигнал энергетического приемника подается на пороговое устройство, осуществляющее его сравнение с пороговым уровнем  $h$ . Соответственно, при  $\Xi \geq h$  принимается решение о наличии сигнала, а при  $\Xi < h$  — о его отсутствии. Значение порога  $h$  обеспечивает заданную вероятность ложной тревоги, полученную в первом пункте.

Для получения плотности вероятности решающей статистики поступим следующим образом. Учитывая постоянство спектральной плотности мощности шума Лихтера в пределах полосы пропускания ФНЧ, легко убедиться (используя теорему Винера—Хинчина), что данные отсчеты выходного сигнала являются статистически независимыми случайными величинами. Поэтому справедливо следующее выражение:

$$\Theta(j\eta | H_1) = \prod_{i=1}^n \Theta_i(j\eta), \quad (19)$$

где  $\Theta_i(j\eta)$  — характеристическая функция случайной величины  $\left| x\left(\frac{i}{\Delta f}\right) \right|^2$ , а  $\Theta(j\eta | H_1)$  — характеристическая функция статистики на выходе энергетического обнаружителя. После несколько громоздких преобразований получим:

$$\Theta(j\eta | H_1) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{\alpha}{\sqrt{1-2j\eta\beta}} \cdot \exp\left[\frac{j\eta S_i^2}{1-2j\eta\beta}\right] + \frac{1-\alpha}{\sqrt{1-2j\eta\gamma}} \exp\left[\frac{j\eta S_i^2}{1-2j\eta\gamma}\right] \right\}, \quad (20)$$

где  $S_i \equiv S\left(\frac{i}{\Delta f}\right)$ ,  $\gamma \equiv \sigma_n^2 > \sigma_\Phi^2 \equiv \beta$ .

Выражение (20) для характеристической функции позволяет сделать вывод о том, что при наличии шума Лихтера с равномерной спектральной плотностью мощности в пределах полосы ФНЧ статистика отличается от нецентрального распределения хи-квадрат, причем плотность вероятностей статистики зависит от значений обнаруживаемого сигнала в отсчетные моменты времени. Тем самым энергия сигнала не является определяющим фактором решающего распределения. Всё вышесказанное оказывается следствием того, что в каждый момент времени реализация шума не является гауссовским процессом. Конечно, за исключением случаев, когда параметр  $\alpha$  принимает одно из следующих значений: 0 или 1. Иначе говоря,

$$N_{02}\Delta f = \alpha\sigma_\Phi^2 + (1-\alpha)\sigma_n^2, \quad (21)$$

где  $N_{02}$  — двусторонняя спектральная плотность мощности шума Лихтера.

В настоящей работе в качестве обнаруживаемого неизвестного сигнала принята следующая модель:

$$s(t) = \begin{cases} A, & t \in [t_0; t_0 + \tau], \\ 0, & t \notin [t_0; t_0 + \tau], \end{cases}$$

где  $\tau$  — длительность импульса. Считаем, что момент появления импульса  $t_0$  нам неизвестен.

Выберем полосу пропускания фильтра, учитывая, что в частотном интервале  $|f_{\max}| \leq 1/\tau$  сосредоточена основная энергия сигнала ( $f_{\max} = \Delta f/2$ ). Тогда для полосы пропускания ФНЧ получим следующее выражение:  $\Delta f = 2/\tau$ . Следовательно, база обработки

$$n = T\Delta f = 2\left(\frac{T}{\tau}\right). \quad (22)$$

Введем  $k$  — число отсчетов, попадающих в интервал длительностью  $\tau$ . После необходимого анализа, авторами настоящей работы была получена следующая связь между величинами  $k$  и  $\tau$ :

$$k = m + 1, \text{ при } \begin{cases} ((m + 1/2)/\Delta f) \leq \tau < ((m + 1)/\Delta f), \\ (m/\Delta f) \leq \tau < ((m + 1/2)/\Delta f), \end{cases} \quad (a)$$

$$k = m, \text{ при } (m/\Delta f) \leq \tau < ((m + 1/2)/\Delta f), \quad (b)$$

где  $m$  — целая часть от величины  $\tau\Delta f$ .

Причем (a) соответствует случаю, когда начало импульса совпадает с каким-то отсчетом;

(b) соответствует случаю, когда начало импульса лежит между отсчетами. В нашем случае считаем, что начало импульса попадает между отсчетами (что более вероятно) и поэтому  $k=2$ .

Теперь можно попытаться следующим образом преобразовать формулу (20):

$$\Theta(j\eta | H_1) = \left\{ \frac{\alpha}{\sqrt{1-2j\eta\beta}} + \frac{1-\alpha}{\sqrt{1-2j\eta\gamma}} \right\}^{n-k} \times \left\{ \frac{\alpha}{\sqrt{1-2j\eta\beta}} \exp\left[\frac{j\eta A^2}{1-2j\eta\gamma}\right] + \frac{1-\alpha}{\sqrt{1-2j\eta\gamma}} \exp\left[\frac{j\eta A^2}{1-2j\eta\beta}\right] \right\}^k. \quad (23)$$

Проведя очень громоздкие преобразования, можно получить следующее выражение для характеристической функции (23):

$$\Theta(j\eta | H_1) = \sum_{p=0}^{n-k} \sum_{m=0}^k \frac{C_k^m C_{n-k}^p (1-\alpha)^{p+m} \alpha^{n-p-m} \exp\left(\frac{j\eta(k-m)A^2}{1-2j\eta\beta}\right) \exp\left(\frac{j\eta mA^2}{1-2j\eta\gamma}\right)}{(1-2j\eta\beta)^{\frac{n-p-m}{2}} (1-2j\eta\gamma)^{\frac{p+m}{2}}}.$$

Раскладывая экспоненту в ряд и сравнивая полученные выражения с характеристической функцией гамма-распределения, можно получить:

$$\Theta(j\eta | H_1) = \sum_{p=0}^{n-k} \sum_{m=0}^k \sum_{\vartheta, \omega=0}^{\infty} \frac{C_k^m C_{n-k}^p (1-\alpha)^{p+m} \alpha^{n-p-m}}{\vartheta! \omega!} \times \exp\left(\frac{-mA^2}{2\gamma}\right) \exp\left(\frac{-(k-m)A^2}{2\beta}\right) \times \left\{ \frac{mA^2}{2\gamma} \right\}^{\vartheta} \left\{ \frac{(k-m)A^2}{2\beta} \right\}^{\omega} \times \Theta_{\gamma}\left(2\gamma, \frac{p+m+2\vartheta}{2}, j\eta\right) \times \Theta_{\gamma}\left(2\beta, \frac{n-p-m+2\omega}{2}, j\eta\right), \quad (24)$$

где  $\Theta_{\gamma}(a, \nu, j\eta) \equiv \Theta_{\nu, a}(j\eta)$  — характеристическая функция гамма распределения с параметром  $a$  и числом степеней свободы  $\nu$ . Следовательно, плотность вероятностей решающей статистики есть ни что иное, как линейная комбинация сверток плотностей вероятностей двух гамма распределений с разными параметрами и степенями свободы. Проводя громоздкие математические преобразования, получаем плотность вероятностей распределения с характеристической функцией (24):

$$W(z) = \sum_{p=0}^{n-k} \sum_{m=0}^k \sum_{\vartheta, \omega=0}^{\infty} \frac{C_k^m C_{n-k}^p (1-\alpha)^{p+m} \alpha^{n-p-m}}{\vartheta! \omega!} \times \exp\left(\frac{-mA^2}{2\gamma}\right) \exp\left(\frac{-(k-m)A^2}{2\beta}\right) \times \left\{ \frac{mA^2}{2\gamma} \right\}^{\vartheta} \left\{ \frac{(k-m)A^2}{2\beta} \right\}^{\omega} R(z, \gamma, \beta, p, m, \vartheta, \omega, n), \quad (25)$$

где

$$R(z, \gamma, \beta, p, m, \vartheta, \omega, n) = \int_0^z W_{\gamma}\left(x, 2\gamma, \frac{p+m+2\vartheta}{2}\right) \times W_{\gamma}\left(z-x, 2\beta, \frac{n-p-m+2\omega}{2}\right) dx.$$

Интегрируя (25) в пределах от  $h_F$  до  $\infty$ , получаем вероятность правильного обнаружения статистики:

$$D(F, \alpha, \beta, \gamma) = \int_{h_F}^{\infty} W(z) dz,$$

где порог  $h_F$  обеспечивает заданную вероятность ложной тревоги  $F_0$ , т. е. является корнем уравнения

$$F(h_F) = F_0.$$

Вероятность правильного обнаружения при фиксированной вероятности ложной тревоги является функцией трех переменных, полностью характеризующих модель шума Лихтера. Далее в настоящей работе на рис. 5 приведена зависимость вероятности правильного обнаружения  $D$  (для разных значений вероятностей

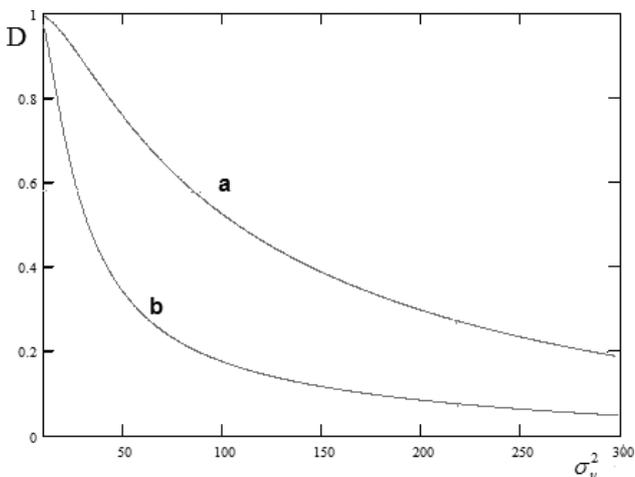


Рис. 5. Зависимость вероятности правильного обнаружения  $D$  от параметра  $\sigma_n^2$  при а)  $F_0 = 10^{-4}$  и б)  $F_0 = 10^{-3}$

ложной тревоги) от параметра  $\gamma \equiv \sigma_n^2$ , характеризующего интенсивность импульсной составляющей шума Лихтера на входе энергетического обнаружителя.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из рис. 5 видно, что при одном и том же значении дисперсии импульсной составляющей шума Лихтера вероятность правильного обнаружения, соответствующая меньшему значению заданной вероятности ложной тревоги, больше вероятности правильного обнаружения, соответствующей большему значению ошибки первого рода. Здесь величина обратная дисперсии шумовой компоненты при фиксированных прочих параметрах играет роль отношения сигнал-шум (ОСШ). Само же это отношение является функцией от нескольких параметров:  $\alpha$ , характеризующего вклад импульсной компоненты, а также  $\sigma_\phi, \sigma_n$ . Основываясь на (21), можно сделать следующий вывод: спектральная

плотность мощности шума Лихтера не является определяющим фактором для решающей статистики (в отличие от того случая, когда шум является белым гауссовским). С ростом степеней свободы влияние параметра  $\alpha$  на характеристику обнаружения уменьшается.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лихтер Я.И. О некоторых статистических свойствах атмосферных радиопомех / Я. И. Лихтер // Радиотехника и электроника. — 1956. — Т. 1, № 10. — С. 1295—1302.
2. Urkowitz H. Energy Detection of Unknown Deterministic signals / H. Urkowitz // Proc. IEEE. — 1967. — Vol. 55. — P. 523—531.
3. Костылев В.И. Характеристики энергетического обнаружения квазидетерминированных радиосигналов / В. И. Костылев // Известия вузов. Радиофизика. — 2000. — Т. XLIII, № 9.
4. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И. М. Стиган. — М.: Наука, 1979.