

ОБНАРУЖЕНИЕ ФЛУКТУИРУЮЩЕГО ИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ВРЕМЕНЕМ ПРИХОДА И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ

А. В. Захаров

Воронежский государственный университет

Исследованы алгоритмы обнаружения быстро флуктуирующего радиоимпульса с прямоугольной модулирующей функцией при неизвестных времени прихода и интенсивности импульса. Показано, что оптимальный алгоритм обнаружения, синтезированный по методу максимального правдоподобия, достаточно сложен для практической реализации и приводит к многоканальной структуре обнаружителя. Для случая слабого сигнала предложен простой асимптотически оптимальный алгоритм обнаружения, реализуемый в виде одноканального обнаружителя. Показано, что характеристики этого обнаружителя при приеме сильного сигнала могут быть улучшены при расширении полосы пропускания входного фильтра устройства обнаружения.

ВВЕДЕНИЕ

Задача обнаружения импульсных сигналов на фоне случайных помех часто возникает в различных приложениях радиофизики и радиотехники [1–3]. Такая задача актуальна в радио- и гидролокации, в радиоуправлении, в радиосвязи, навигации и телеметрии, в технической диагностике, при управлении производственными процессами и др. Проблема обнаружения импульсных сигналов возникает в радиоастрономии, гидроакустике, в сейсмологии и геологии, в спектроскопии и в других областях физики и техники.

На практике принимаемые сигналы могут иметь случайную амплитудную и фазовую модуляцию, т. е. представляют собой реализации случайных процессов. Такая модуляция сигналов часто обусловлена случайными замираниями в среде распространения, воздействием мультипликативных (модулирующих) помех либо возникают в силу стохастической природы излучающего сигнал объекта. При этом флуктуирующие сигналы часто являются суперпозицией большого числа независимых элементарных сигналов и, следовательно, могут рассматриваться как гауссовские случайные процессы.

Модель флуктуирующего импульса. Одним из видов флуктуирующих импульсных сигналов является гауссовский случайный импульс [4, 5]

$$s(t) = a(t)I[(t - \lambda_0) / \tau_0] \cos[v_0 t - \varphi(t)] = \xi(t)I[(t - \lambda_0) / \tau_0]. \quad (1)$$

Здесь $\xi(t) = a(t) \cos[v_0 t - \varphi(t)]$ — узкополосный стационарный центрированный гауссовский случайный процесс (стохастическая несущая), $a(t)$ и $\varphi(t)$ — случайные процессы, описывающие законы амплитудных и фазовых флуктуаций сигнала и имеющие соответственно релеевское и равномерное распределения [3], $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$, $I(x) = 0$ при $|x| \geq 1/2$ — модулирующая функция, задающая прямоугольную форму огибающей импульса при отсутствии флуктуаций, λ_0 — время прихода, τ_0 — длительность, а v_0 — несущая частота импульса.

Спектральную плотность $G(\omega)$ процесса $\xi(t)$ представим в виде [4]:

$$G(\omega) = \frac{\gamma_0}{2} \left\{ g\left(\frac{v_0 - \omega}{\Omega_0}\right) + g\left(\frac{v_0 + \omega}{\Omega_0}\right) \right\}, \quad (2)$$

где $\Omega_0 = \int_0^\infty G^2(\omega) d\omega / \max_\omega G^2(\omega)$ — эквивалентная ширина полосы частот, γ_0 — спектральная мощность (интенсивность), а функция $g(x)$ задает форму спектральной плотности и нормирована так, что $\max g(x) = 1$, $\int_{-\infty}^\infty g^2(x) dx = 1$. При этом $v_0 \gg \Omega_0$ в силу узкополосности несущей $\xi(t)$. Считаем, что флуктуации сигнала (1) являются быстрыми [4], т. е. время корреляции случайного процесса $\xi(t)$ значительно больше длительности τ_0 импульса (1). Тогда [4, 5]

$$\mu_0 = \tau_0 \Omega_0 / 2\pi \gg 1. \quad (3)$$

При выполнении (3) параметры γ_0 и Ω_0 характеризуют интенсивность и ширину полосы частот флуктуирующего импульса (1).

Примерами флуктуирующего импульса (1) являются сигналы в радио и гидроакустических

каналах со случайными замираниями [6, 7], импульсные сигналы, искаженные модулирующей помехой [8] или отраженные от сложного физического объекта с множеством блестящих точек [9, 10]. Импульсные сигналы (1) встречаются в радиоастрономии, в геофизике, в спектроскопии и в других областях физики. Последовательность случайных импульсов (1) может применяться в качестве шумовой несущей в системах скрытной передачи сигналов [11].

Постановка задачи обнаружения сигнала

Обнаружение сигналов обычно производится на фоне случайных шумов (помех). При этом наблюдению и обработке может быть доступна лишь смесь сигнала и шума. Простейшей, но важной моделью шума в приемной аппаратуре является аддитивный гауссовский белый шум [1–3].

Будем считать, что флуктуирующий импульс $s(t)$ (1) принимается в течение интервала времени $t \in [T_1; T_2]$ на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 , причем сигнал и шум статистически независимы. При наличии сигнала (1) на входе обнаружителя (гипотеза H_1) обработке доступна аддитивная смесь сигнала и шума

$$x(t) = s(t) + n(t), \quad t \in [T_1; T_2], \quad (4)$$

а при отсутствии сигнала (гипотеза H_0) — только шум

$$x(t) = n(t), \quad t \in [T_1; T_2]. \quad (5)$$

Обнаружение импульсных сигналов часто производится в условиях, когда неизвестно время прихода сигналов. Это может быть обусловлено неопределенностью времени излучения сигнала и (или) случайной задержкой сигнала при его распространении от излучающего объекта к приемному устройству. В ряде систем связи время прихода импульсов модулируется в соответствии с передаваемым сообщением и также априори не известно. При этом может быть известен лишь интервал возможных значений времени прихода, причем длина этого интервала, характеризующая неопределенность времени прихода сигнала, может быть велика. Кроме времени прихода сигнала часто неизвестна и его интенсивность (средняя мощность). Это объясняется случайным ослаблением сигнала при его распространении в физических средах или по каналам связи.

Будем считать, что время прихода λ_0 сигнала (1) априори неизвестно, но известен интервал $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ его возможных значений. При этом интервал наблюдения (обработки) $[T_1; T_2]$ выбирается из условий $T_1 < \Lambda_1 - \tau_0 / 2$ и $T_2 > \Lambda_2 + \tau_0 / 2$. Это значит, что сигнал (1) полностью расположен в пределах интервала наблюдения $[T_1; T_2]$ при любом времени прихода $\lambda_0 \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$. Интенсивность γ_0 сигнала (1) также считаем неизвестной, учитывая условие $\gamma_0 > 0$.

В процессе обнаружения флуктуирующего сигнала (1) с неизвестными временем прихода и интенсивностью необходимо по наблюдаемой реализации $x(t)$ вынести решение в пользу одной из гипотез (H_1 или H_0) о наличии или отсутствии сигнала $s(t)$ (1) в наблюдаемых данных $x(t)$.

В [9, 10, 12] рассмотрены алгоритмы обнаружения флуктуирующего сигнала (1) с априори известными параметрами по методу максимального правдоподобия (МП), а также найдены асимптотические выражения для характеристик обнаружения. В [4, 5] выполнены синтез и анализ МП алгоритма обнаружения флуктуирующего импульса (1) с неизвестным временем прихода. Далее рассмотрен случай, когда неизвестны как время прихода, так и интенсивность флуктуирующего сигнала (1).

1. ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ

Общий случай. Для синтеза алгоритма обнаружения используем метод максимального правдоподобия и адаптивный подход [4, 13]. Согласно методу МП [2, 3, 12, 13], необходимо по наблюдаемым данным $x(t)$ формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) $L(\lambda, \gamma)$ как функцию всех возможных значений λ и γ неизвестных времени прихода λ_0 и интенсивности γ_0 сигнала. Затем, согласно адаптивному подходу [4, 13], следует определить величину L_M абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОР $L(\lambda, \gamma)$ по переменным λ и γ в пределах априорных интервалов $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$ и $\gamma > 0$. Тогда обнаружение сигнала (1) производится на основе сравнения величины L_M с заданным порогом обнаружения h . Если порог h превышен, то принимается решение в пользу гипотезы H_1 о наличии сигнала в наблюдаемых данных, в противном случае принимается решение в пользу гипотезы H_0 об отсутствии сигнала. Таким образом,

обобщенный МП алгоритм обнаружения сигнала (1) запишется в виде [4, 13]

$$L_M = \sup_{\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2], \gamma > 0} L(\lambda, \gamma) > h \Rightarrow H_1, \quad L_M \leq h \Rightarrow H_0. \quad (6)$$

Величина порога h выбирается в соответствии с принятым критерием оптимальности обнаружения [1–4, 9, 13]. Например, можно использовать критерий Неймана–Пирсона, при котором порог h выбирается по допустимой вероятности ложной тревоги [1–4, 9, 13].

Воспользовавшись результатами [4, 5] при выполнении (3) получаем

$$L(\lambda, \gamma) = M(\lambda, q) / N_0 - \Gamma(q), \quad (7)$$

$$M(\lambda, q) = \int_{\lambda - \tau_0/2}^{\lambda + \tau_0/2} y^2(t, q) dt, \quad (8)$$

$$\Gamma(q) = \mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + qg(x)] dx,$$

где $q = \gamma / N_0$, а $y(t, q) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(t - u, q)du$ — отклик линейного фильтра с импульсной характеристикой (ИХ) $h(t, q)$ на наблюдаемые данные $x(t)$, причем передаточная функция (ПФ) $H(\omega, q)$ этого фильтра удовлетворяет условию

$$|H(\omega, q)|^2 = \frac{qg[(v_0 - \omega) / \Omega_0]}{1 + qg[(v_0 - \omega) / \Omega_0]} + \frac{qg[(v_0 + \omega) / \Omega_0]}{1 + qg[(v_0 + \omega) / \Omega_0]}. \quad (9)$$

При этом величину $q_0 = \gamma_0 / N_0$, равную отношению спектральных мощностей сигнала и шума, можно интерпретировать как входное отношение сигнал/шум.

При практической реализации алгоритма обнаружения (6) необходимо формировать логарифм ФОП $L(\lambda, \gamma)$ (7) как функцию *двух*

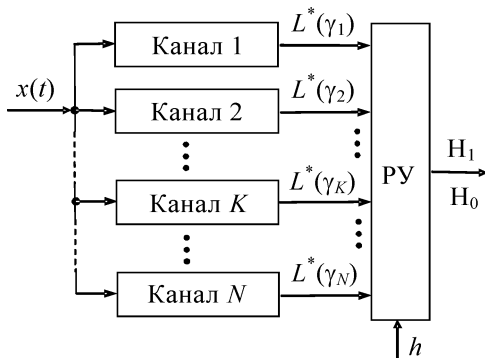


Рис. 1. Общая блок-схема МП обнаружителя

переменных λ и γ . Это приводит к многоканальной структуре МП обнаружителя.

Блок-схема многоканального МП обнаружителя флуктуирующего импульса (1) с неизвестными временем прихода и интенсивностью показана на рис. 1, 2. Принимаемый сигнал $x(t)$ поступает на входы N каналов обнаружителя (рис. 1). Каждый канал формирует сечение $L(\lambda, \gamma_j)$ логарифма ФОП (7) как функцию времени прихода $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$ при фиксированном значении $\gamma = \gamma_j$. На выходе канала формируется величина $L^*(\gamma_j) = \sup L(\lambda, \gamma_j)$ абсолютного максимума логарифма ФОП по переменной $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$ при выбранном значении $\gamma = \gamma_j$. Разные каналы обнаружителя рассчитаны на различные значения $\gamma = \gamma_j$ из заданного ряда значений $\gamma_j, j = 1, 2, \dots, N$. Постоянные сигналы $L^*(\gamma_j)$ с выходов всех каналов обнаружителя поступают на вход решающего устройства РУ, которое фиксирует наибольший из сигналов и сравнивает его с заданным порогом h . Если порог превышен, то принимается решение в пользу гипотезы H_1 о наличии обнаруживаемого сигнала (1) в наблюдаемых данных $x(t)$. Иначе принимается решение в пользу гипотезы H_0 об отсутствии сигнала.

Все каналы обнаружителя на рис. 1 построены по одной схеме и отличаются лишь параметрами входящих в нее блоков. Блок-схема одного из каналов (K -ого канала) обнаружителя показана на рис. 2. Здесь Φ_K — линейный входной фильтр с ПФ $H(\omega, q_K)$ (9), где $q_K = \gamma_K / N_0$, КВ — квадратор, И — интегратор, осуществляющий интегрирование в пределах от момента времени T_1 до текущего времени t , ЛЗ — линия задержки на длительность τ_0 сигнала (1), «-» — вычитающее устройство, ПД — пиковый детектор, а Γ_K — источник постоянного сигнала.

$$A_K = \mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + q_K g(x)] dx. \quad (10)$$

Интегратор И, линия задержки ЛЗ и вычитающее устройство (исключая его вычитающий вход для сигнала A_K) образуют фильтр, согласованный с прямоугольным видеоимпульсом

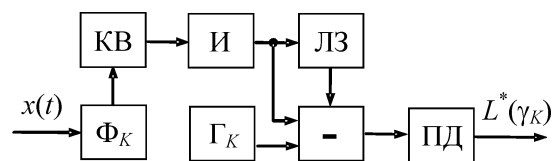


Рис. 2. Блок-схема канала МП обнаружителя

$I(t/\tau_0)$ [2, 3]. Этот фильтр реализует операцию интегрирования сигнала в пределах скользящего интервала $[t - \tau_0; t]$, где t — текущий момент времени. После вычитания постоянного сигнала A_K (10) на входе ПД формируется сигнал $u_K(t) = L(t - \tau_0/2, \gamma_K)$, представляющий собой задержанное на $\tau_0/2$ сечение логарифма ФОП (7) при фиксированном значении $\gamma = \gamma_K$. Тогда пиковый детектор ПД на рис. 2 определяет величину абсолютного максимума входного сигнала $u_K(t)$ на интервале $[\Lambda_1 + \tau_0/2; \Lambda_2 + \tau_0/2]$.

Каналы на рис. 1 отличаются входными фильтрами, имеющими ПФ $H(\omega, q_j)$ при разных q_j , а также величинами A_j (10) выходных сигналов блоков G_j .

Практическая реализация устройства МП обнаружения (рис. 1, 2) может наталкиваться на существенные трудности. *Во-первых*, для удовлетворительной реализации процедуры (6) поиска величины абсолютного максимума логарифма ФОП (7) по переменной γ необходимо формировать большое количество сечений логарифма ФОП по этой переменной. Тогда требуемое количество N каналов обнаружителя (рис. 1) будет велико, что значительно усложнит аппаратную или программную реализацию обнаружителя. *Во-вторых*, проблема обоснованного выбора ряда значений γ_j для построения каналов обнаружителя оказывается весьма сложной. Универсальных методов решения этой задачи не существует. Выбор фиксированных значений γ_j параметров каналов можно провести на основе анализа характеристик эффективности обнаружителя. Однако аналитически найти характеристики обнаружения сигнала (1) при использовании МП алгоритма (6) не представляется возможным.

Случай полосового сигнала. Структура МП обнаружителя флуктуирующего импульса (1) с неизвестными временем прихода и интенсивностью существенно упрощается, если форму спектральной плотности (2) стохастической несущей импульса можно аппроксимировать прямоугольной функцией. Тогда $g(x) = I(x)$, где $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$, $I(x) = 0$ при $|x| \geq 1/2$ и, согласно (2),

$$G(\omega) = \frac{\gamma_0}{2} \left\{ I\left(\frac{\nu_0 - \omega}{\Omega_0}\right) + I\left(\frac{\nu_0 + \omega}{\Omega_0}\right) \right\}. \quad (11)$$

Флуктуирующий импульс (1) с прямоугольной спектральной плотностью (11) стохастической несущей $\xi(t)$ будем называть *полосовым*.

При выполнении (11) логарифм ФОП (7) можно представить в виде

$$L(\lambda, \gamma) = qM_B(\lambda) / N_0(1 + q) - \Gamma_B(q), \quad (12)$$

$$\Gamma_B(q) = \mu_0 \ln(1 + q),$$

$$M_B(\lambda) = \int_{\lambda - \tau_0/2}^{\lambda + \tau_0/2} y_B^2(t) dt, \quad (13)$$

где $y_B(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h_B(t - u)du$ — отклик фильтра с ИХ $h_B(t)$ на наблюдаемые данные $x(t)$, причем ПФ $H_B(\omega)$ фильтра удовлетворяет условию

$$|H_B(\omega)|^2 = I[(\nu_0 - \omega)/\Omega_0] + I[(\nu_0 + \omega)/\Omega_0]. \quad (14)$$

Если интенсивность γ_0 импульса (1) известна, то МП алгоритм обнаружения можно представить в виде [4, 5]

$$L_0 = \sup_{\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]} L(\lambda, \gamma_0) > h \Rightarrow H_1, \quad L_0 \leq h \Rightarrow H_0, \quad (15)$$

где L_0 — величина абсолютного максимума логарифма ФОП (12) по переменной λ при $\gamma = \gamma_0$ ($q = q_0$). Алгоритм МП обнаружения (15) с учетом представления (12) логарифма ФОП (7) можно переписать как

$$M_0 = \sup_{\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]} M_B(\lambda) > h_0 \Rightarrow H_1, \quad M_0 \leq h_0 \Rightarrow H_0, \quad (16)$$

где $h_0 = N_0[h + \Gamma_B(q_0)](1 + q_0)/q_0$, а решающая статистика $M_B(\lambda)$ определяется из (13). На практике порог обнаружения h_0 в (16) удобно выбирать не из порога h , а независимо от него в соответствии с принятым критерием оптимальности обнаружения [1—4, 13]. При этом значение порога h_0 может не зависеть от интенсивности γ_0 принимаемого сигнала. Это справедливо, например, при обнаружении по критерию Неймана—Пирсона [1—4, 13].

Алгоритм обнаружения (16) при независимом от γ_0 выборе порога h_0 не требует априорной информации об интенсивности сигнала (1). Следовательно, МП алгоритм (16) можно использовать для обнаружения полосового сигнала (1) с неизвестными временем прихода и интенсивностью.

Алгоритм обнаружения (16) может быть реализован в виде устройства, блок-схема которого показана на рис. 3. Здесь Φ_0 — линейный фильтр с ПФ $H_B(\omega)$ (14), а назначение других блоков такое же, как на схеме рис. 2. Решающее устройство РУ сравнивает выходной сигнал детектора ПД с заданным порогом h_0 . Если порог превышен, то принимается решение в пользу гипотезы H_1 о наличии обнаруживаемого сигнала в наблюдаемых данных $x(t)$. Иначе при-

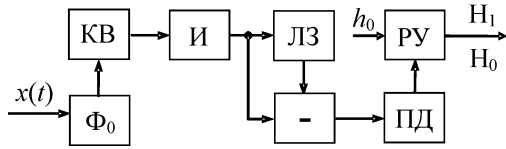


Рис. 3. Блок-схема МП обнаружителя полосового сигнала и АО обнаружителя

нимается решение в пользу гипотезы H_0 об отсутствии сигнала.

Таким образом, алгоритм (16) реализуется в виде *одноканального* обнаружителя. Практическая реализация этого обнаружителя значительно проще, чем многоканального МП обнаружителя на рис. 1, 2.

Однако алгоритм обнаружения (16) синтезирован лишь для случая полосового сигнала (1) с прямоугольной спектральной плотностью (11) несущей. На практике спектральная плотность несущей флуктуирующего импульса (1) может отличаться от прямоугольной. В этом случае МП обнаружитель реализуется в виде достаточно сложного многоканального устройства (рис. 1, 2). Поэтому на основе МП алгоритма (6) целесообразно синтезировать более простые субоптимальные алгоритмы обнаружения флуктуирующего импульса (1).

2. АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ СЛАБОГО СИГНАЛА

Структура МП обнаружителя флуктуирующего сигнала (1) с неизвестными временем прихода и интенсивностью существенно упрощается, если интенсивность γ_0 сигнала значительно меньше спектральной мощности N_0 аддитивного шума. Флуктуирующий импульс (1) с интенсивностью $\gamma_0 \ll N_0$ будем называть «слабым». Случай $q_0 = \gamma_0 / N_0 \ll 1$ «слабого» сигнала весьма интересен для практики, так как обнаружить такой сигнал наиболее сложно.

Синтез алгоритма обнаружения. Запишем выражение для логарифма ФОП (7) в случае приема «слабого» сигнала. При этом форму $g(x)$ спектральной плотности (2) будем считать произвольной. Учтем, что ПФ $H(\omega, q)$ (9) при $q \rightarrow 0$ переходит в ПФ $\sqrt{q}H_C(\omega)$, где

$$|H_C(\omega)|^2 = g\left(\frac{\nu_0 - \omega}{\Omega_0}\right) + g\left(\frac{\nu_0 + \omega}{\Omega_0}\right). \quad (17)$$

Функция $\Gamma(q)$ (8) при $q \rightarrow 0$ переходит в произведение $q\Gamma_C$, где $\Gamma_C = \mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx$. Тогда асимптотическую аппроксимацию логарифма ФОП (7) для «слабого» сигнала ($q \ll 1$) можно представить в виде

$$L(\lambda, \gamma) = qM_C(\lambda) / N_0 - q\Gamma_C, \quad (18)$$

$$M_C(\lambda) = \int_{\lambda - \tau_0/2}^{\lambda + \tau_0/2} y_C^2(t) dt, \quad (19)$$

где $y_C(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h_C(t-u)du$ — отклик фильтра

с ИХ $h_C(t)$ на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$, причем ПФ $H_C(\omega)$ этого фильтра удовлетворяет условию (17). Точность представления (18) возрастает с уменьшением отношения q .

Считаем, что время прихода λ_0 сигнала (1) априори неизвестно, но известен интервал $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ его возможных значений. Если интенсивность γ_0 импульса (1) известна, то алгоритм обнаружения «слабого» сигнала (1) можно записать в виде (15), где логарифм ФОП определяется из (18). Этот алгоритм аналогично (16) можно представить в виде

$$M_0 = \sup_{\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]} M_C(\lambda) > h_0 \Rightarrow H_1, \quad M_0 \leq h_0 \Rightarrow H_0, \quad (20)$$

где порог обнаружения h_0 выбирается в соответствии с принятым критерием оптимальности обнаружения [1–4, 13]. При этом значение порога h_0 будем выбирать не зависимо от интенсивности γ_0 принимаемого сигнала. Это возможно, например, при обнаружении по критерию Неймана—Пирсона [1–4, 13].

Алгоритм обнаружения (20) не требует априорной информации о величине интенсивности сигнала (1). Поэтому алгоритм (20) будем использовать в случае *неизвестных времени прихода λ_0 и интенсивности γ_0* сигнала (1).

Алгоритм обнаружения (20) может быть реализован в виде одноканального устройства, блок-схема которого совпадает с представленной на рис. 3 схемой МП обнаружителя полосового сигнала. При этом, согласно (19), в качестве входного фильтра Φ_0 на рис. 3 следует использовать линейный фильтр с ПФ $H_C(\omega)$ (17). Характеристики и назначение остальных блоков обнаружителя такие же, как и для МП обнаружителя полосового сигнала. Практическая реализация одноканального обнаружителя на рис. 3 значительно проще, чем многоканального МП обнаружителя на рис. 1, 2.

Отметим, что синтез алгоритма обнаружения (20) выполнен для случая «слабого» сигнала, когда интенсивность импульса (1) значительно меньше, чем спектральная мощность аддитивного шума. Поэтому алгоритм обнаружения (20) и соответствующий ему обнаружитель на рис. 3 являются *асимптотически оптимальными* (АО) при $q_0 \rightarrow 0$. Если отношение q_0 велико, то характеристики алгоритма обнаружения (20) могут быть хуже, чем для МП алгоритма (6). Обоснованный вывод о целесообразности использования АО алгоритма (20) можно сделать на основе анализа характеристик его эффективности.

Отметим, что при обнаружении полосового сигнала, когда $g(x) = I(x)$ и спектральная плотность стохастической несущей сигнала удовлетворяет условию (11), АО алгоритм (20) переходит в МП алгоритм (16). Тогда для полосового сигнала (1) алгоритм (20) является *оптимальным* при всех значениях γ_0 .

Характеристики обнаружения. Эффективность алгоритмов обнаружения сигналов характеризуют вероятностями ошибок обнаружения: вероятностью ложной тревоги (ВЛТ) α и вероятностью пропуска сигнала (ВПС) β [1–4, 9, 12, 13]. Вероятностью ложной тревоги α называется вероятность принятия решения о наличии обнаруживаемого сигнала в наблюдаемых данных при условии, что сигнал отсутствует (верна гипотеза H_0). Вероятностью пропуска сигнала β называется вероятность принятия решения об отсутствии сигнала при условии, что сигнал присутствует в наблюдаемых данных (верна гипотеза H_1).

Вероятности ошибок АО алгоритма обнаружения (20) определяются вероятностными свойствами его решающей статистики (19). Рассмотрим характеристики функционала (19).

Обозначим $S_R(\lambda) = \langle M_C(\lambda) \rangle$ — регулярная, а $N_R(\lambda) = M_C(\lambda) - \langle M_C(\lambda) \rangle$ — флуктуационная составляющие функционала (19) при справедливости каждой из гипотез H_R , $R = 0, 1$. Здесь $\langle \rangle$ означает усреднение по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$ при фиксированных значениях λ_0 и γ_0 (q_0) и при справедливости соответствующей гипотезы H_R . Из [4] следует, что функционал $M_C(\lambda)$ (19) является асимптотически (при $\mu_0 \rightarrow \infty$) гауссовским случайным процессом. Статистические характеристики гауссовского случайного процесса опре-

деляются его первыми двумя моментами: математическим ожиданием и корреляционной функцией [3]. Поэтому при выполнении (3) достаточно анализировать лишь первые два момента функционала (19): регулярные составляющие $S_R(\lambda)$ и корреляционные функции $K_R(\lambda_1, \lambda_2) = \langle N_R(\lambda_1)N_R(\lambda_2) \rangle$ флуктуационных составляющих $N_R(\lambda)$ при обеих гипотезах H_R , $R = 0, 1$.

Если обнаруживаемый сигнал отсутствует в наблюдаемых данных (верна гипотеза H_0) и выполняется условие (3), то первые два момента функционала (19), аналогично [4, 5], запишутся как

$$S_0(\lambda) = A_0, \quad K_0(\lambda_1, \lambda_2) = D_0 C(\lambda_1 - \lambda_2), \quad (21)$$

$$A_0 = \mu_0 N_0 \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx, \quad D_0 = \mu_0 N_0^2,$$

$$C(t) = \max(0; 1 - |t|/\tau_0).$$

Из (21) следует, что при отсутствии сигнала решающая статистика (19) является стационарным случайным процессом с постоянным математическим ожиданием A_0 и дисперсией $\sigma_0^2 = D_0$.

Если обнаруживаемый сигнал присутствует в наблюдаемых данных (верна гипотеза H_1) и выполняется условие (3), то первые два момента функционала (19), аналогично [4, 5], можно представить в виде

$$S_1(\lambda) = A_1 C(\lambda - \lambda_0) + A_0, \quad A_1 = \mu_0 q_0 N_0, \\ K_1(\lambda_1, \lambda_2) = D_1 R(\lambda_1 - \lambda_0, \lambda_2 - \lambda_0) + D_0 C(\lambda_1 - \lambda_2), \quad (22)$$

$$D_1 = \mu_0 q_0 N_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} g^3(x) [2 + q_0 g(x)] dx,$$

$$R(t_1, t_2) = \max[0; 1 - \max(|t_1|, |t_2|, |t_2 - t_1|)]/\tau_0,$$

где $C(t)$, A_0 и D_0 определяются из (21). Из (22) следует, что при наличии сигнала решающая статистика (19) является нестационарным случайным процессом. Регулярная составляющая $S_1(\lambda)$ (22) достигает абсолютного максимума в точке $\lambda = \lambda_0$ истинного значения времени прихода обнаруживаемого сигнала. При этом дисперсия $\sigma_1^2(\lambda) = K_1(\lambda, \lambda)$ флуктуационной составляющей $N_1(\lambda)$ также достигает максимума при $\lambda = \lambda_0$. Тогда выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) обнаружителя определяется как [4, 5, 13]

$$z^2 = A_S^2 / \sigma_S^2 = A_1^2 / (D_1 + D_0) = \\ = \mu_0 q_0^2 / \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x) [1 + q_0 g(x)]^2 dx, \quad (23)$$

где $A_s = S_1(\lambda_0) - A_0 = A_1$ — амплитуда регулярной составляющей $S_1(\lambda)$ в точке максимума $\lambda = \lambda_0$, а $\sigma_s^2 = \sigma_1^2(\lambda_0) = D_1 + D_0$ — дисперсия флуктуационной составляющей $N_1(\lambda)$ при $\lambda = \lambda_0$.

Точные выражения для вероятностей ошибок обнаружения флуктуирующего импульса (1) найти не удается [4, 9, 10, 12]. Выражения (21), (22) для моментов функционала (19) позволяют воспользоваться результатами [4, 5] и записать асимптотически точные выражения для вероятностей ошибок обнаружения при использовании АО алгоритма (20).

Следуя [4, 5, 13] будем полагать, что выходное ОСШ (23) велико, т. е. $z^2 \gg 1$. При этом величина q_0 , которую можно интерпретировать как входное отношение сигнал/шум, может быть мала. Будем считать [4, 5, 13], что неопределенность $\Lambda_2 - \Lambda_1$ времени прихода случайного импульса (1) значительно больше его длительности τ_0 , т. е. $m = (\Lambda_2 - \Lambda_1) / \tau_0 \gg 1$. Кроме того, полагаем, что порог обнаружения h_0 достаточно большой и обеспечивает малое значение ВЛТ α [4, 13]. Тогда, используя (21), (22) и результаты [4, 5], получаем асимптотически точные выражения для ВЛТ α и ВПС β при АО обнаружении импульса (1) с неизвестными временем прихода и интенсивностью:

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{mu}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right], & \text{при } u \geq 1; \\ 1, & \text{при } u < 1; \end{cases} \quad (24)$$

$$\beta = (1 - \alpha) \left\{ \Phi\left(\frac{u}{\eta} - z\right) - 2 \exp\left[\frac{\psi^2 z^2}{2} + \psi z \left(z - \frac{u}{\eta}\right)\right] \Phi\left[\frac{u}{\eta} - z(1 + \psi)\right] + \exp\left[2\psi^2 z^2 + 2\psi z \left(z - \frac{u}{\eta}\right)\right] \Phi\left[\frac{u}{\eta} - z(1 + 2\psi)\right] \right\}. \quad (25)$$

Здесь $u = (h_0 - A_0) / \sqrt{D_0}$ — нормированный порог обнаружения, ОСШ z^2 определяется из (23), $\eta^2 = (D_1 + D_0) / D_0$, $\psi = 2\eta^2 / (1 + \eta^2)$, D_1 и D_0 определяются из (21), (22), а $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2 / 2) dt / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности.

Точность выражения (24) возрастает с увеличением параметров μ_0 , m и u , а точность выражения (25) — с увеличением μ_0 , m , z^2 и с уменьшением ВЛТ α [4, 5]. Анализ границ

применимости асимптотических формул (24), (25) выполнен методом статистического моделирования ошибок обнаружения на ЭВМ. Некоторые результаты этого моделирования, полученные автором для случая полосового сигнала, приведены в [4]. Из результатов моделирования следует, что выражение (24) для ВЛТ α обладает удовлетворительной точностью уже при $m \geq 5 \dots 7$, $\mu_0 \geq 30 \dots 40$ и при таких значениях u , когда $\alpha \leq 0.1$. Выражение (25) для ВПС β обладает удовлетворительной точностью уже при $\mu_0 \geq 30 \dots 40$, $z \geq 1.5 \dots 2$, $m \geq 5 \dots 7$ и $\alpha \leq 0.1$.

Если время прихода λ_0 сигнала (1) априори известно, то в (20) следует положить $\Lambda_2 = \Lambda_1 = \lambda_0$. Тогда $m = 0$ и формулы (24), (25) неприменимы, так как получены при $m \gg 1$. Запишем характеристики алгоритма обнаружения (20) при известном времени прихода сигнала (1).

Согласно (21), (22), математическое ожидание случайной величины M_0 при $\Lambda_2 = \Lambda_1 = \lambda_0$ равно $S_1(\lambda_0) = A_0 + A_1$ (при наличии сигнала в наблюдаемых данных) или $S_0(\lambda_0) = A_0$ (при отсутствии сигнала). При этом дисперсия случайной величины M_0 равна $\sigma_0^2 = D_0$ (при отсутствии сигнала) или $\sigma_s^2 = \sigma_1^2(\lambda_0) = D_1 + D_0$ (при наличии сигнала). Учтем, что случайная величина M_0 (20) при $\Lambda_2 = \Lambda_1$ является асимптотически гауссовской при $\mu_0 \rightarrow \infty$ [4]. Тогда, аналогично [4], получаем асимптотические выражения для ВЛТ α и ВПС β при АО обнаружении импульса (1) с априори известным временем прихода (при $m = 0$):

$$\alpha = 1 - \Phi(u), \quad \beta = \Phi(u\zeta - z). \quad (26)$$

Здесь $\zeta = \sigma_0 / \sigma_s = \sqrt{D_0 / (D_1 + D_0)}$, $u = (h_0 - A_0) / \sqrt{D_0}$ — нормированный порог обнаружения, а ОСШ $z^2 = A_1^2 / (D_1 + D_0)$ определяется из (23).

Точность выражений (26) возрастает с увеличением μ_0 (3). Анализ границ применимости формул (26), выполненный методом статистического моделирования на ЭВМ, показывает, что эти формулы обладают удовлетворительной точностью уже при $\mu_0 \geq 25 \dots 30$.

Анализ эффективности алгоритма обнаружения. Расчеты по формулам (24)–(26) показывают, что эффективность АО алгоритма (20) возрастает с увеличением параметров q_0 , μ_0 (z). В качестве примера на рис. 4 нанесены значения ВПС β (24), (26) при обнаружении импульса (1) с лоренцевской формой $g(x) = [1 + (\pi x / 2)^2]^{-1}$ спектральной плотности (2). Кривые на рис. 4 соответствуют фиксированной ВЛТ $\alpha = 0.001$, а нормированный порог u рассчитывается для

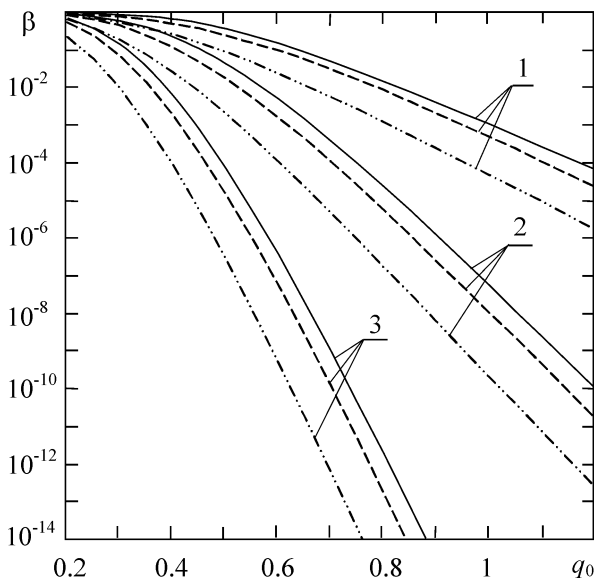


Рис. 4. Вероятность пропуска сигнала для АО обнаружителя при фиксированной вероятности ложной тревоги

заданной ВЛТ α по формулам (24), (26). Сплошные линии на рис. 4 соответствуют $m = 100$, штриховые линии — $m = 10$, а штрих-пунктирные — $m = 0$. Кривые 1 на рис. 4 построены для случая $\mu_0 = 100$, кривые 2 — $\mu_0 = 200$, а кривые 3 — $\mu_0 = 400$. Из рис. 4 видно, что ВПС β при фиксированной ВЛТ α быстро уменьшается с ростом параметров q_0 , $\mu_0(z)$, достигая при $q_0 > 1$ достаточно малых величин.

Алгоритм обнаружения (20) является асимптотически оптимальным и переходит в МП алгоритм (6) при $q_0 \rightarrow 0$. Если отношение q_0 велико, то характеристики алгоритма (20) могут быть хуже, чем для МП алгоритма (6). Характеристики МП алгоритма (6) аналитически найти не удастся. Поэтому сравним характеристики АО алгоритма (20) с характеристиками МП алгоритма [4, 5] при известной интенсивности сигнала (1). Из общих соображений ясно, что эффективность МП алгоритма (6) не может быть выше, чем эффективность МП алгоритма [4, 5]. Поэтому проигрыш в эффективности АО алгоритма (20) по сравнению с МП алгоритмом [4, 5] при известной интенсивности сигнала можно рассматривать как верхнюю границу проигрыша в эффективности АО алгоритма (20) по сравнению с МП алгоритмом (6).

Характеристики МП алгоритма обнаружения [4, 5] при известной интенсивности импульса (1) можно рассчитать по формулам (24)–(26), положив там [4, 5]

$$A_0 = \mu_0 q_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(x) dx}{1 + q_0 g(x)},$$

$$A_1 = \mu_0 q_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{1 + q_0 g(x)},$$

$$D_0 = \mu_0 q_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{[1 + q_0 g(x)]^2},$$

$$D_1 = \mu_0 q_0^3 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^3(x) [2 + q_0 g(x)]}{[1 + q_0 g(x)]^2} dx.$$

На рис. 5 нанесены значения проигрыша X_A в эффективности АО алгоритма (20) по сравнению с МП алгоритмом [4, 5]. Проигрыш вычисляется как отношение ВПС β для АО и МП алгоритмов при $g(x) = [1 + (\pi x / 2)^2]^{-1}$ и фиксированном значении ВЛТ $\alpha = 0.001$. Сплошные линии на рис. 5 соответствуют $m = 100$, штриховые — $m = 10$, а штрих-пунктирные — $m = 0$. Кривые 1 на рис. 4 построены при $\mu_0 = 100$, кривые 2 — при $\mu_0 = 200$, а кривые 3 — при $\mu_0 = 400$. Из рис. 5 следует, что проигрыш в эффективности АО алгоритма (20) возрастает с увеличением $q_0(\gamma_0)$. Однако, согласно рис. 4, с увеличением отношения q_0 возрастает и эффективность АО алгоритма обнаружения, так что характеристики АО алгоритма при больших q_0 могут оказаться приемлемыми. При малых значениях $q_0(\gamma_0)$ эффективности АО и МП обнаружителей практически совпадают.

Таким образом, при обнаружении «слабого» сигнала можно использовать более простой АО алгоритм обнаружения (20) вместо значительно более сложного МП алгоритма (6).

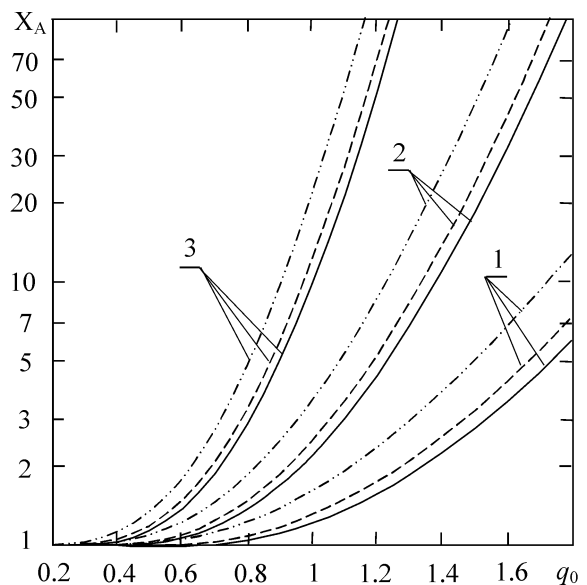


Рис. 5. Проигрыш в эффективности АО обнаружителя

3. ОПТИМИЗАЦИЯ АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ ПРИ СИЛЬНОМ СИГНАЛЕ

Причиной проигрыша в эффективности АО алгоритма (20) при больших отношениях q_0 является отличие ПФ $H_C(\omega)$ (17) от оптимальной ПФ $H(\omega, q)$ (9). Это отличие возрастает с увеличением отношения q . В частности, с ростом q увеличивается ширина оптимальной ПФ $H(\omega, q)$ (9), при этом ширина ПФ $H_C(\omega)$ (17) не зависит от отношения q . Поэтому для повышения эффективности АО обнаружителя (рис. 3) при больших отношениях q_0 можно расширить полосу пропускания его входного фильтра Φ_0 . Тогда вместо входного фильтра с ПФ $H_C(\omega)$ (17) в АО обнаружителя (рис. 3) следует использовать фильтр с ПФ, удовлетворяющей условию

$$|H_C(\omega)|^2 = g\left(\frac{\nu_0 - \omega}{\Omega_M}\right) + g\left(\frac{\nu_0 + \omega}{\Omega_M}\right), \quad \Omega_M > \Omega_0. \quad (27)$$

Алгоритм обнаружения (20) при использовании ПФ (27) вместо ПФ (17) будем называть *модифицированным АО алгоритмом*. Блок-схема соответствующего модифицированного АО обнаружителя совпадает с показанной на рис. 3, где в качестве входного фильтра Φ_0 следует использовать линейный фильтр с ПФ $H_C(\omega)$ (27). Величина $\Omega_M > \Omega_0$ характеризует полосу пропускания входного фильтра. Обоснованный выбор значения Ω_M может быть сделан на основе анализа характеристик модифицированного АО алгоритма при различных Ω_M .

Характеристики обнаружения и их анализ. Запишем вероятности ошибок обнаружения для АО алгоритма (20) с модифицированной ПФ (27). При использовании ПФ (27) и выполнении (3) для регулярных составляющих и корреляционных функций флуктуационных составляющих функционала (19) получаем выражения (21), (22), где следует использовать коэффициенты

$$\begin{aligned} A_0 &= \mu_0 N_0 \kappa \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx, \\ A_1 &= \mu_0 q_0 N_0 \int_{-\infty}^{\infty} g(x) g(x/\kappa) dx, \\ D_0 &= \mu_0 N_0^2 \kappa, \\ D_1 &= \mu_0 q_0 N_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x/\kappa) g(x) [2 + q_0 g(x)] dx, \end{aligned} \quad (28)$$

а $\kappa = \Omega_M / \Omega_0$ — коэффициент расширения полосы пропускания входного фильтра. Тогда

ВЛТ α и ВПС β при использовании модифицированного АО алгоритма обнаружения определяются из (24) — (26) с учетом коэффициентов (28).

Полученные выражения для ВЛТ и ВПС позволяют оценить эффективность модифицированного АО алгоритма обнаружения при различных значениях κ и q_0 . На рис. 6 показаны значения проигрыша X_M в эффективности модифицированного АО алгоритма (20), (27) по сравнению с МП алгоритмом [4, 5]. Проигрыш вычисляется как отношение ВПС β для этих алгоритмов обнаружения при фиксированном значении ВЛТ $\alpha = 0.001$. Кривые на рис. 6 построены при $\mu_0 = 200$ и $g(x) = [1 + (\pi x / 2)^2]^{-1}$. Сплошные линии соответствуют случаю $m = 100$, штриховые — $m = 10$, а штрих-пунктирные — $m = 0$. Кривые 1 на рис. 6 построены при $\kappa = \Omega_M / \Omega_0 = 1.3$, кривые 2 — при $\kappa = 1.6$, а кривые 3 — при $\kappa = 2.2$. Для сравнения кривыми 4 на рис. 6 показаны соответствующие зависимости проигрыша X_A для АО алгоритма обнаружения (20) с ПФ (17) ($\kappa = 1$).

Из рис. 6 видно, что расширение полосы пропускания входного фильтра модифицированного АО обнаружителя приводит к заметному уменьшению проигрыша в эффективности обнаружения при больших отношениях $q_0 = \gamma_0 / N_0$. При этом проигрыш при малых отношениях q_0 несколько возрастает. Интервал значений параметра q_0 , при котором наблюдается уменьшение проигрыша, сдвигается в область больших значений q_0 с ростом отношения

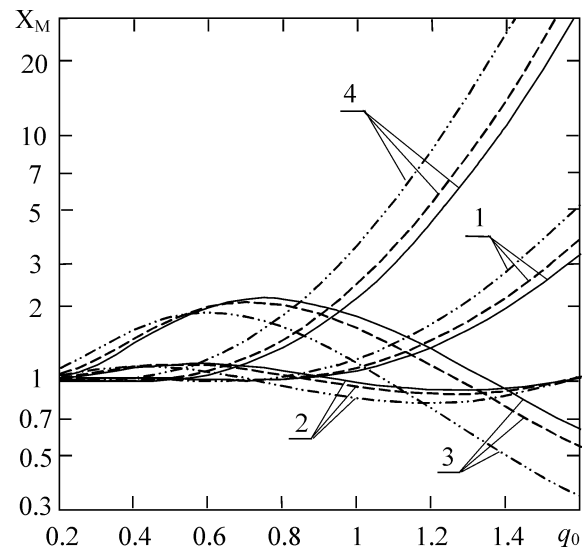


Рис. 6. Проигрыш в эффективности модифицированного АО обнаружителя

$\kappa = \Omega_M / \Omega_0$. Наличие выигрыша в эффективности модифицированного АО алгоритма ($X_M < 1$) при больших значениях q_0 и κ (кривая 3 на рис. 6) указывает на возможность оптимизации МП алгоритма обнаружения [4, 5] при больших отношениях q_0 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе АО обнаружитель (рис. 3) может быть рекомендован вместо более сложного МП обнаружителя (рис. 1, 2) при приеме «слабого» сигнала, когда отношение интенсивности сигнала к спектральной мощности шума мало. При больших интенсивностях принимаемого сигнала рекомендуется расширить полосу пропускания входного фильтра АО обнаружителя, оптимизируя ее по минимуму вероятностей ошибок обнаружения в заданном диапазоне изменения интенсивности сигнала. Полученные в работе результаты позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма обнаружения в зависимости от требований, предъявляемых к эффективности алгоритма и к степени простоты его аппаратной или программной реализации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радиотехнические системы / Под ред. Ю. М. Казаринова. — М. : Высшая школа, 1990. — 496 с.
2. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. — М. : Радио и связь, 1983. — 320 с.

3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. — М. : Радио и связь, 1989. — 656 с.

4. Трифонов А.П. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами / А. П. Трифонов, Е. П. Нечаев, В. И. Парфенов. — Воронеж : ВГУ, 1991. — 246 с.

5. Трифонов А.П. Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи / А. П. Трифонов, А. В. Захаров // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 1986. — Т. 29, № 4. — С. 36—41.

6. Кириллов Н.Е. Помехоустойчивая передача сообщений по линейным каналам со случайно изменяющимися параметрами / Н. Е. Кириллов. — М. : Связь, 1971. — 256 с.

7. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам / Д. Д. Кловский. — М. : Радио и связь, 1982. — 304 с.

8. Кремер И.Я. Модулирующие помехи и прием радиосигналов / И. Я. Кремер, В. И. Владимиров, В. И. Карпунин. — М. : Сов. радио, 1972. — 480 с.

9. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции : в 3-х тт. — Т. 3. / Пер. с англ. ; под ред. В. Т. Горяинова. — М. : Сов. радио, 1977. — 644 с.

10. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Г. П. Тартаковского. — М. : Сов. радио, 1963. — Т. 1. — 426 с.

11. Харкевич А.А. Передача сигналов, модулированных шумом. Избранные труды / А. А. Харкевич. — М. : Наука, 1973. — Т. 2. — С. 524—529.

12. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов / Ю. Г. Сосулин. — М. : Сов. радио, 1978. — 320 с.

13. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. — М. : Радио и связь, 1984. — 440 с.