ВЕСТНИК ВГУ, Серия: Физика. Математика, 2005, № 2

УДК 517.946

ОБ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ГИДРОДИНАМИКИ С РАЗРЫВНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

А. В. Глушко, С. А. Баева

Воронежский государственный университет

В работе содержится теорема о разрешимости и асимптотические при $t \to \infty$ формулы решения начально-краевой задачи для системы уравнений, описывающих малые колебания вязкой сжимаемой жидкости в случае разрывного граничного условия. Основное внимание уделяется проверке начальных и граничных условий.

В работе изучается вопрос о разрешимости начально-краевой задачи для линеаризованной системы Навье—Стокса в случае разрывных граничных условий. При этом основное внимание уделяется проверке начальных и граничных условий. Утверждения доказывается с использованием методов, развитых в [1] для задач с гладкими граничными условиями.

На множестве $R^3_{++} = \{(x,t) : x_1 \in R^1, x_2 > 0, t > 0\}$ рассмотрим систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t} - \nu\left(\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}\right) + \dfrac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0; \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t} - \nu\left(\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}\right) + \dfrac{\partial u_3}{\partial x_2} = 0; \\ \alpha^2 \dfrac{\partial u_3}{\partial t} + \dfrac{\partial u_1}{\partial x_1} + \dfrac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\alpha \neq 0,\ \nu > 0$ — некоторые постоянные числа.

Задача состоит в нахождении решения системы (1), удовлетворяющего начальным условиям

$$u_1(x_1, x_2, +0) = 0,\ \ u_2(x_1, x_2, +0) = 0, \quad u_3(x_1, x_2, +0) = 0, \tag{2}$$

и граничным условиям

$$u_1(x_1, +0, t) = 0,\ \ u_3(x_1, +0, t) = w_3(x_1, t). \tag{3}$$

Предположим, что функция $w_3(x_1, t)$ удовлетворяет следующему условию:

Условие 1. Функция $w_3(x_1, t)$ имеет вид $w_3(x_1, t) = p_1(x_1) p_2(t)$, где $p_1(x_1)$ — характеристическая функция отрезка [-1;1], а функция $p_2(t) \in C^\infty(0; +\infty)$ и имеет компактный носитель, причем $p_2(0) = 0$.

В работе доказано следующее утверждение:

Теорема 1. Пусть выполнено условие 1. Тогда существует обобщенное решение $U = (u_1, u_2, u_3)$ задачи (1)—(3) такое, что

$$u_1(x,t) = \int_0^t B_1(x, t-\tau) f_2(\tau) d\tau, \tag{4}$$

где $x = (x_1, x_2)$,

$$f_2(t) = 2p_2(t) + 2\alpha^2 \nu p_2'(t), \tag{5}$$

$$\begin{aligned} B_1(x,t) &= \frac{1}{2\pi} F^{-1}_{s\to x}[e^{-\nu|s|^2 t}] \underset{x_1, x_2}{*} g_1(x_1, x_2) - \\ &- \frac{1}{2\pi} e^{t\alpha^{-2}\nu^{-1}} F^{-1}_{s\to x}[e^{-\nu|s|^2 t}] \underset{x_1, x_2}{*} g_1(x_1, x_2) + \\ &+ B_1^1(x,t) e^{t\alpha^{-2}\nu^{-1}} + B_1^2(x,t), \end{aligned} \tag{6}$$

$$g_1(x,t) = \frac{x_2}{x_2^2 + (x_1+1)^2} - \frac{x_2}{x_2^2 + (x_1-1)^2}, \tag{7}$$

причем функции $B_1^1(x,t), B_1^2(x,t)$ — непрерывные и ограниченные по совокупности переменных функции при всех $x_1 \in R^1, x_2 > 0, t > 0$, $F^{-1}_{s\to x}$ — обратное преобразование Фурье;

$$\begin{aligned} u_2(x,t) &= \int_0^t B_{2,1}(x, t-\tau) f_2(\tau) d\tau + \\ &+ \int_0^t B_{2,2}(x, t-\tau)(f_2'(\tau) - f_2(0)) d\tau, \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$B_{2,1}(x,t) = \frac{1}{2\pi} F^{-1}_{s\to x}[e^{-\nu|s|^2 t}] \underset{x_1,x_2}{*} g_1(x_1,x_2) - \\ -\frac{1}{2\pi} e^{-t\alpha^{-2}\nu^{-1}} F^{-1}_{s\to x}[e^{-\nu|s|^2 t}] \underset{x_1,x_2}{*} g_1(x_1,x_2) + \\ +B^1_{2,1}(x,t)e^{t\alpha^{-2}\nu^{-1}} + B^2_{2,1}(x,t)te^{t\alpha^{-2}\nu^{-1}} + B^3_{2,1}(x,t), \tag{9}$$

причем функции $B^j_{2,1}(x,t), j=1,2,3$ есть непрерывные и ограниченные функции по совокупности переменных при всех $x_1 \in R^1$, $x_2 > 0, t > 0$; $B_{2,2}(x,t)$ есть непрерывная и ограниченная по совокупности переменных функция при всех $x_1 \in R^1, x_2 > 0, t > 0$;

$$u_3(x,t) = \int_0^t B_3(x,t-\tau) f_2(\tau)d\tau, \tag{10}$$

где

$$B_3(x,t) = \frac{-1}{2\alpha^2\nu} e^{t\alpha^{-2}\nu^{-1}} F^{-1}_{s\to x}[e^{-\nu|s|^2 t}] \underset{x_1,x_2}{*} g_2(x_1,x_2) + \\ +\frac{1}{2\alpha^2\nu} e^{-t\alpha^{-2}\nu^{-1}} F^{-1}_{s\to x}[e^{-\nu|s|^2 t}] \underset{x_1,x_2}{*} g_2(x_1,x_2) + \\ +B^1_3(x,t)e^{t\alpha^{-2}\nu^{-1}} + B^2_3(x,t)te^{t\alpha^{-2}\nu^{-1}} + B^3_3(x,t), \tag{11}$$

$$g_2(x_1,x_2) = \frac{1}{\pi}\left(\operatorname{arctg}\frac{x_1+1}{x_2} - \operatorname{arctg}\frac{x_1-1}{x_2}\right), \tag{12}$$

причем функции $B^j_3, j=1,2,3$ есть непрерывные и ограниченные по совокупности переменных при всех $x_1 \in R^1, x_2 > 0, t > 0$.

Следствие 1. При выполнении условий теоремы 1 существует обобщенное решение задачи (1)—(3) такое, что функции $u_j(x_1,x_2,t)$, $j=1,2,3$ есть непрерывные ограниченные по совокупности переменных при всех $x_1 \in R^1, x_2 > 0, t \in (0;T]$, где $T > 0$ — любое число.

Доказательство этих утверждений содержится в работе [2].

Теорема 2. Пусть выполнено условие 1. Тогда для решения $(u_1(x,t),u_2(x,t),u_3(x,t))$ задачи (1)—(3) справедливы формулы (4), (8), (10).

При этом для функций $B_1; B_{2,1}; B_{2,2}; B_3$ справедливы при $t\to\infty$ асимптотические формулы

$$B_1(x,t) = O(t^{-1,5}); \tag{13}$$

$$B_{2,1}(x,t) = \frac{1}{2\pi\nu} t^{-1} + O(t^{-1,5}); \tag{14}$$

$$B_{2,2}(x,t) = \frac{1}{\pi} t^{-1} + O(t^{-2}); \tag{15}$$

$$B_3(x,t) = O(t^{-3}) + \frac{1}{2\alpha^2\nu} e^{-\alpha^{-2}\nu^{-1}t} g_2(x_1,x_2), \tag{16}$$

где функция $g_2(x_1,x_2)$ определена в (12).

Эти асимптотические оценки равномерны по всем $x_1 \in R^1, x_2 > 0$.

Следствие 1. При выполнении условий теоремы 1 справедлива асимптотическая при $t\to+\infty$ формула $B_3(x,t) = O(t^{-3})$, которая равномерна по всем $x_1 \in R^1, x_2 > 0$.

Доказательство теоремы 2 следствия 2 содержится в работе [3].

Теорема 3. Пусть выполнено условие 1. Тогда для решения $(u_1(x,t),u_2(x,t),u_3(x,t))$ задачи (1)—(3) справедливы соотношения:

$$\lim_{t\to+0} u_1(x_1,x_2,t) = 0 \text{ при всех } x_1 \in R^1, x_2 \ge 0; \tag{17}$$

$$\lim_{t\to+0} u_2(x_1,x_2,t) = 0 \text{ при всех } x_1 \in R^1, x_2 > 0; \tag{18}$$

$$\lim_{t\to+0} u_3(x_1,x_2,t) = 0 \text{ при всех } x_1 \in R^1, x_2 \ge 0; \tag{19}$$

Замечание 1. Выполнение условия (18) нарушается, если $x_2 = 0, x_1 = 1$ или $x_2 = 0, x_1 = 1$.

Теорема 4. Пусть выполнено условие 1. Тогда для решения $(u_1(x,t),u_2(x,t),u_3(x,t))$ задачи (1)—(3) справедливы соотношения:

$$\lim_{x_2\to+0} u_1(x_1,x_2,t) = 0 \text{ при всех } x_1 \in R^1, t > 0 \tag{20}$$

$$\lim_{x_2\to+0} u_3(x_1,x_2,t) = w_3(x_1,t) \text{ при всех } \\ x_1 \in R^1, x_1 \ne \pm1, t > 0; \tag{21}$$

$$\lim_{x_2\to+0} u_3(\pm1,x_2,t) = \frac{1}{2} w_3(\pm1,t) \text{ при всех } x_2 \ge 0; \tag{22}$$

Замечание 2. Выполнение граничных условий (20)—(22) нарушается при $t = 0$.

Изложим кратко схему доказательства теорем 3 и 4.

По функции $U(x,t) = (u_1(x,t),u_2(x,t),u_3(x,t))$, заданной при всех $x_1 \in R^1, x_2 > 0, t > 0$ построим вектор-функцию $V(x,t)$, заданную при всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1, t \in R^1$ следующим образом:

$$V(x,t) = (v_1(x,t),v_2(x,t),v_3(x,t)) = \\ = (l_0u_1(x,t), l_1u_2(x,t), l_0u_3(x,t)),$$

где l_0 — оператор продолжения функции нечетным образом при $x_2 < 0$ и нулем при $t < 0$, а l_1 — оператор продолжения функции четным образом при $x_2 < 0$ и нулем при $t < 0$.

Тогда функция $V(x,t)$ в обобщенном смысле является решением следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v_1}{\partial t} - \nu\left(\dfrac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2}\right) + \dfrac{\partial v_3}{\partial x_1} = 0; \\ \dfrac{\partial v_2}{\partial t} - \nu\left(\dfrac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2}\right) + \dfrac{\partial v_3}{\partial x_2} = G(x,t); \\ \alpha^2 \dfrac{\partial v_3}{\partial t} + \dfrac{\partial v_1}{\partial x_1} + \dfrac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0, \end{cases} \qquad (23)$$

где

$$G(x,t) = 2w_{3,0}(x_1,t)\delta(x_2) + 2\alpha^2\nu \frac{\partial w_{3,0}(x_1,t)}{\partial t}\delta(x_2).$$

Функция $w_{3,0}(x_1,t)$ есть функция $w_3(x_1,t)$, продолженная нулем при $t < 0$.

Применим к обеим частям уравнений системы (23) преобразование Фурье $F_{x\to s}$ и преобразование Лапласа $L_{t\to\gamma}$, получим систему алгебраических уравнений. Решая эту систему и применяя к полученному решению обратные преобразования Фурье и Лапласа, получим

$$v_j(x,t) = F^{-1}_{x\to s}L^{-1}_{\gamma\to t}[b_j(s,\gamma)F_{x\to s}L_{t\to\gamma}[G(x,t)]], \quad j = 1,2,3, \qquad (24)$$

где

$$b_1(s,\gamma) = \frac{-s_1 s_2}{P(s,\gamma)};$$

$$b_2(s,\gamma) = \frac{\alpha^2\gamma(\gamma + \nu|s|^2) + s_1^2}{P(s,\gamma)};$$

$$b_3(s,\gamma) = \frac{-is_2(\gamma + \nu|s|^2)}{P(s,\gamma)};$$

$$P(s,\gamma) = (\alpha^2\gamma(\gamma + \nu|s|^2) + |s|^2)(\gamma + \nu|s|^2).$$

Формулы (24) можно записать в виде

$$v_j(x,t) = B_j(x,t) \underset{t}{*} f_2(x,t), \quad j = 1,3;$$

$$v_2(x,t) = B_{2,1}(x,t) \underset{t}{*} f_2(x,t) + B_{2,2}(x,t) \underset{t}{*} L^{-1}_{\gamma\to t}[\gamma L_{\gamma\to t}[f_2(x,t)]],$$

где функция $f_2(t)$ определена выше;

$$B_j(x,t) = F^{-1}_{s\to x}L^{-1}_{\gamma\to t}[b_j(s,\gamma)\hat{p}_1(s_1)], \quad j = 1,2,3;$$

$$B_{2,1}(x,t) = F^{-1}_{s\to x}L^{-1}_{\gamma\to s}\left[\frac{s_1^2\hat{p}_1(s_1)}{P(\gamma,s)}\right];$$

$$B_{2,2}(x,t) = F^{-1}_{s\to x}L^{-1}_{\gamma\to s}\left[\frac{\alpha^2(\gamma + |s|^2)\hat{p}_1(s_1)}{P(\gamma,s)}\right];$$

$$\hat{p}_1(s_1) = F_{x_1\to s_1}[p_1(x_1)].$$

Далее устанавливаются предельные при при $t \to +0$ и при $x_2 \to +0$ свойства функций B_j, $j = 1,3$; $B_{2,1}, B_{2,2}$ из которых выводятся равенства (17)—(22).

Рассмотрим функцию $B_1(x,t)$. Эту функцию можно представить в виде

$$B_1(x,t) = B_{1,1}(x,t) + B_{1,2}(x,t) + B_{1,3}(x,t), \qquad (25)$$

где

$$B_{1,j}(x,t) = \frac{1}{(2\pi)^2\alpha^2}\int_{\Omega_j} e^{i(x,s)}(-s_1 s_2\hat{p}_1(s_1)) \times \left(\frac{e^{\gamma_1 t}}{(\gamma_1-\gamma_2)(\gamma_1-\gamma_3)} + \frac{e^{\gamma_2 t}}{(\gamma_2-\gamma_1)(\gamma_2-\gamma_3)} + \frac{e^{\gamma_3 t}}{(\gamma_3-\gamma_1)(\gamma_3-\gamma_2)}\right)ds, \quad j = 1,2,3, \qquad (26)$$

где $\Omega_1 = \{s : |s| < \delta\}$, $\Omega_2 = \{s : \delta < |s| < N\}$, $\Omega_3 = \{s : |s| > N\}$, причем $\delta > 0$ — достаточно малое число, а $N > 0$ — достаточно большое число; $(x,s) = x_1 s_1 + x_2 s_2$; $\gamma_j, j = 1,2,3$ — корни уравнения

$$P(s,\gamma) = 0. \qquad (27)$$

Справедливы следующие утверждения:

Лемма 1. Для корней уравнения (27) справедливы при $|s| \to 0$ асимптотические формулы

$$\gamma_1 = -\nu|s|^2 + O(|s|^{N_1}) \text{ для любого } N_1 > 0;$$

$$\gamma_j = -\frac{\nu|s|^2}{2} + (-1)^j\frac{i|s|}{\alpha} + O(|s|^3), \quad j = 2,3.$$

При $|s| \to \infty$ справедливы асимптотические формулы

$$\gamma_1 = -\nu|s|^2 + O(|s|^{-N_1}) \text{ для любого } N_1 > 0;$$

$$\gamma_2 = -\nu|s|^2 + \alpha^{-2}\nu^{-1} + O(|s|^{-2});$$

$$\gamma_3 = -\alpha^{-2}\nu^{-1} + O(|s|^{-2}).$$

С помощью леммы 1 доказаны утверждения:

Лемма 2. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{1,1}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1$.

Лемма 3. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{1,2}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1$.

Лемма 4. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{1,3}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1$.

Из лемм 2—4 при выполнении условия 1 вытекает справедливость первого из начальных условий (2) при $x_1 \in R^1, x_2 > 0$.

Рассмотрим теперь функцию $B_{2,1}(x,t)$. Эту функцию можно представить в виде

$$B_{2,1}(x,t)=B_{2,1,1}(x,t)+B_{2,1,2}(x,t)+B_{2,1,3}(x,t), \quad (28)$$

где

$$B_{2,1,j}(x,t)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\Omega_j} e^{i(x,s)}(|s|^2\,\hat{p}_1(s_1))\times$$
$$\times\left(\frac{e^{\gamma_1 t}}{(\gamma_1-\gamma_2)(\gamma_1-\gamma_3)}+\frac{e^{\gamma_2 t}}{(\gamma_2-\gamma_1)(\gamma_2-\gamma_3)}+\right.$$
$$\left.+\frac{e^{\gamma_3 t}}{(\gamma_3-\gamma_1)(\gamma_3-\gamma_2)}\right)ds,\ j=1,2,3,$$

где области Ω_j определены выше.

Справедливы следующие утверждения:

Лемма 5. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{2,1,1}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1$.

Лемма 6. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{2,1,2}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1$.

Лемма 7. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{2,1,3}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 > 0$.

Замечание. Утверждение леммы 7 не имеет места, если $x_1=1, x_2=0$, или $x_1=-1, x_2=0$.

Рассмотрим функцию $B_{2,2}(x,t)$. Эту функцию можно представить в виде

$$B_{2,2}(x,t)=B_{2,2,1}(x,t)+B_{2,2,2}(x,t)+B_{2,2,3}(x,t),$$

где

$$B_{2,2,j}(x,t)=\frac{1}{(2\pi)^2\alpha^2}\times$$
$$\times\int_{\Omega_j} e^{i(x,s)}\hat{p}_1(s_1)\frac{e^{\gamma_2 t}-e^{\gamma_3 t}}{\gamma_2-\gamma_3}ds,\ j=1,2,3;$$

области Ω_j определены выше.

Справедливы следующие утверждения:

Лемма 8. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{2,2,1}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1$.

Лемма 9. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{2,2,2}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 \in R^1$.

Лемма 10. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{2,2,3}(x,t)=0$$

для всех $x_1 \in R^1, x_2 > 0$.

Из (28), (30) и лемм 5—10 при выполнении условия 1 следует выполнение второго начального условия (2).

Рассмотрим функцию $B_3(x,t)$. Эту функцию можно представить в виде

$$B_3(x,t)=B_{3,1}(x,t)+B_{3,2}(x,t)+B_{3,3}(x,t),$$

где

$$B_{3,j}(x,t)=\frac{1}{(2\pi)^2\alpha^2}\times$$
$$\times\int_{\Omega_j} e^{i(x,s)}(-is_2)\hat{p}_1(s_1)\frac{e^{\gamma_2 t}-e^{\gamma_3 t}}{\gamma_2-\gamma_3}ds,\ j=1,2,3; \quad (32)$$

области Ω_j определены выше.

Справедливы следующие утверждения:

Лемма 11. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{3,1}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, x_2\in R^1$.

Лемма 12. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{3,2}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, x_2\in R^1$.

Лемма 13. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{t\to+0} B_{3,3}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, x_2>0$.

Из лемм 11—13 при выполнении условия 1 следует выполнение третьего начального условия (2).

Лемма 14. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{x_2\to+0} B_{1,1}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, t>0$.

Лемма 15. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{x_2\to+0} B_{1,2}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, t>0$.

Лемма 16. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{x_2\to+0} B_{1,3}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, t>0$.

Из лемм 14—16 при выполнении условия 1 вытекает справедливость первого граничного условия (3).

Лемма 17. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{x_2\to+0} B_{3,1}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, t\in R^1$, где функция $B_{3,1}(x,t)$ определена в (32).

Лемма 18. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{x_2\to+0} B_{3,2}(x,t)=0$$

для всех $x_1\in R^1, t\in R^1$, где функция $B_{3,2}(x,t)$ определена в (32).

Лемма 19. Пусть функция $p_1(x_1)$ удовлетворяет условию 1. Тогда справедливо равенство

$$\lim_{x_2\to+0} B_{3,3}(x,t)=\frac{e^{-\alpha^{-2}\nu^{-1}t}}{2\alpha^2\nu}\lim_{x_2\to+0} g_2(x_1,x_2), \qquad (33)$$

для всех $x_1\in R^1, t>0$, где функция $g_2(x_1,x_2)$ определена в (12), функция $B_{3,2}(x,t)$ определена в (32).

Из лемм 17—19 при выполнении условия 1 следует, что

$$\lim_{x_2\to+0} B_3(x,t)=\frac{e^{-\alpha^{-2}\nu^{-1}t}}{2\alpha^2\nu}\lim_{x_2\to+0} g_2(x_1,x_2). \qquad (34)$$

Из (12) следует, что если $x_1\in(-\infty,-1)\cup$ $\cup(1,+\infty)$, то при всех $t>0$

$$\lim_{x_2\to+0} B_3(x,t)=0. \qquad (35)$$

Если $x_1\in(-1,1)$, то при всех $t>0$

$$\lim_{x_2\to+0} B_3(x,t)=\frac{e^{-\alpha^{-2}\nu^{-1}t}}{2\alpha^2\nu}. \qquad (36)$$

Если $x_1=1$ или $x_1=-1$, то при всех $t>0$

$$\lim_{x_2\to+0} B_3(x,t)=\frac{e^{-\alpha^{-2}\nu^{-1}t}}{4\alpha^2\nu}. \qquad (37)$$

Из (34)—(37) следует, что

$$\lim_{x_2\to+0} u_3(x_1,x_2,t)=w_3(x_1,t)$$

при всех $x_1\in R^1, x_1\neq\pm1, t>0$,

$$\lim_{x_2\to+0} u_3(\pm1,x_2,t)=w_3(\pm1,t) \text{ при всех } x_2\geq 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глушко Ф. И.* Асимптотические методы в задачах гидродинамики. Воронеж: Воронежский гос. университет, 2003. — 300 с.

2. *Баева С. А.* Теорема о существовании решения начально-краевой задачи для системы уравнений Навье—Стокса в случае разрывного граничного условия. // Вестник ВГУ, Серия «Физика, математика», 2004, № 2, С. 117—120.

3. *Баева С. А.* Асимптотические при $t\to\infty$ формулы решения начально-краевой задачи для системы уравнений Навье—Стокса в случае разрывного граничного условия // Вестник ВГУ, Серия «Физика, математика», 2004, № 1, С. 67—70.