

УДК 537.86:519.23

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ ФЛУКТУИРУЮЩЕГО РАДИОИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМ ВРЕМЕНЕМ ПРИХОДА*

А. В. Захаров

Воронежский государственный университет

Исследован алгоритм обнаружения быстро флуктуирующего радиоимпульса с известным временем прихода, полученный на основе метода максимального правдоподобия и адаптивного подхода. Показано, что характеристики обнаружения при непрерывно дифференцируемой модулирующей функции сигнала могут быть улучшены с помощью оптимизации длительности весовой функции алгоритма обнаружения. Предложены структурноподобные выражения для весовой функции алгоритма обнаружения, которые обеспечивают улучшение характеристик обнаружения сигнала.

ВВЕДЕНИЕ

В различных областях радиофизики и радиотехники возникает задача обнаружения импульсных флуктуирующих сигналов, представляющих собой реализации случайных процессов. При этом обнаружение обычно производится в условиях априорной неопределенности, когда один или несколько параметров обнаруживаемого сигнала неизвестны. Такая задача встречается в ряде приложений радио и гидролокации, в радиоуправлении, связи, навигации и телеметрии, в технической диагностике, при управлении производственными процессами и др. Проблема обнаружения флуктуирующих сигналов с неизвестными параметрами возникает в радиоастрономии, гидроакустике, в сейсмологии и геологии, в спектроскопии и в других областях физики и техники.

Модель флуктуирующего радиоимпульса. Одним из видов флуктуирующих сигналов является флуктуирующий радиоимпульс

$$s(t) = a(t)f[(t - \lambda_0) / \tau] \cos[v t - \varphi(t)] = \xi(t)f[(t - \lambda_0) / \tau]. \quad (1)$$

Здесь $\xi(t) = a(t) \cos[v t - \varphi(t)]$ — реализация узкополосного стационарного центрированного случайного процесса (стохастическая несущая

сигнала), $f[(t - \lambda_0) / \tau]$ — модулирующая функция, задающая импульсные свойства сигнала и определяющая форму его огибающей при отсутствии флуктуаций, λ_0 — время прихода, τ — длительность импульса, а ν — центральная (несущая) частота сигнала. Случайные процессы $a(t)$ и $\varphi(t)$ описывают амплитудные и фазовые флуктуации импульсного сигнала (1). На практике флуктуирующие сигналы часто являются суперпозицией большого числа элементарных колебаний и, в силу центральной предельной теоремы, удовлетворительно описываются моделью гауссовского случайного процесса [1]. Поэтому считаем, что случайный процесс $\xi(t)$ в (1) является стационарным центрированным гауссовским процессом. При этом амплитудные $a(t)$ и фазовые $\varphi(t)$ флуктуации сигнала (1) имеют соответственно релеевское и равномерное распределения [1].

Спектральную плотность случайного процесса $\xi(t)$ можно представить как

$$G(\omega) = \frac{\gamma}{2} \left[g\left(\frac{\nu - \omega}{\Omega}\right) + g\left(\frac{\nu + \omega}{\Omega}\right) \right], \quad (2)$$

где γ — интенсивность флуктуирующего импульса, ν и Ω — центральная частота и ширина полосы частот спектральной плотности, причем, в силу узкополосности стохастической несущей $\xi(t)$, выполняется условие $\nu \gg \Omega$. Функция $g(x) \geq 0$ описывает форму спектральной плотности (2) и удовлетворяет условиям нормировки

© Захаров А. В., 2005.

* Работа выполнена при поддержке CRDF и Минобрнауки РФ (проект VZ-010-0).

$$\max g(x) = 1, \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x) dx = 1. \quad (3)$$

Аналогично считаем, что модулирующая функция $f(t)$ сигнала (1) нормирована так, что

$$\max f(x) = 1, \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1. \quad (4)$$

Рассмотрим быстро флуктуирующие сигналы, для которых время корреляции $\tau_k = 2\pi / \Omega$ стохастической несущей $\xi(t)$ значительно меньше длительности τ импульса (1), так что выполняется условие

$$\mu = \tau\Omega / 2\pi \gg 1. \quad (5)$$

Примерами флуктуирующих импульсов (1) являются сигналы в радио и гидроакустических каналах со случайными замираниями [2, 3], импульсный радиосигнал, искаженный модулирующей помехой [4] или отраженный от сложного физического объекта с множеством ‘блестящих’ точек [5, 6] и др. Здесь флуктуации принимаемого сигнала обусловлены стохастическими свойствами канала распространения сигналов. Такие флуктуации могут рассматриваться как результат воздействия случайных помех или искажений. Другими примерами флуктуирующих импульсов (1) являются сигналы в радиоастрономии [6, 7], в спектроскопии [8], импульсные шумы в полупроводниковых приборах [9] и др. Здесь случайный характер флуктуаций сигнала отражает стохастическую природу излучающего сигнал объекта.

Постановка задачи обнаружения сигнала. На практике прием и обработка сигналов часто производится в условиях априорной неопределенности, когда неизвестно время их прихода λ_0 (задержка сигнала относительно заданного момента времени). При этом может быть известен лишь интервал $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ возможных значений времени прихода λ_0 , причем нормированная длина $m = (\Lambda_2 - \Lambda_1) / \tau$ этого интервала, характеризующая неопределенность времени прихода сигнала, может быть весьма велика.

В практических приложениях радиофизики и радиотехники обнаружение сигналов обычно производится на фоне случайных помех. Поэтому наблюдению и обработке может быть доступна лишь смесь $x(t)$ сигнала $s(t)$ и шума $n(t)$, либо только шум $x(t) = n(t)$.

Простейшей моделью шумов в приемной радиотехнической аппаратуре является аддитивный гауссовский белый шум [1].

Таким образом, будем считать, что флуктуирующий сигнал $s(t)$ (1) может приниматься в течение интервала наблюдения $t \in [T_1; T_2]$ на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 , причем сигнал и шум статистически независимы. Считаем, что время прихода λ_0 сигнала (1) априори неизвестно, но известен интервал $[\Lambda_1; \Lambda_2]$ его возможных значений. Интервал наблюдения $[T_1; T_2]$ выбирается так, что выполняются условия $T_1 < \Lambda_1 - \tau / 2$, $T_2 > \Lambda_2 + \tau / 2$, т.е. импульсный сигнал (1) при любом времени его прихода полностью располагается в пределах интервала наблюдения.

В результате при наличии сигнала на входе обнаружителя (гипотеза \mathbf{H}_1) обработке доступна аддитивная смесь сигнала и шума

$$x(t) = s(t) + n(t), \quad t \in [T_1; T_2], \quad (6)$$

а при отсутствии сигнала (гипотеза \mathbf{H}_0) — только шум

$$x(t) = n(t), \quad t \in [T_1; T_2]. \quad (7)$$

В процессе обнаружения сигнала (1) необходимо по принятой реализации $x(t)$, $t \in [T_1; T_2]$ и в соответствии с имеющейся априорной информацией о свойствах сигнала и шума вынести решение в пользу одной из гипотез (\mathbf{H}_1 или \mathbf{H}_0) о наличии или отсутствии сигнала (1) в наблюдаемых данных $x(t)$.

1. АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ ФЛУКТУИРУЮЩЕГО РАДИОИМПУЛЬСА

Общая схема алгоритма обнаружения.

Для синтеза алгоритма обнаружения флуктуирующего сигнала (1) с неизвестным временем прихода используем метод максимального правдоподобия (МП) [6, 13] и адаптивный подход [11, 14]. Применение этих методов позволяет получить относительно простые и весьма эффективные алгоритмы обнаружения сигналов, требующие минимального количества априорной информации и умеренных аппаратурных затрат.

Для обнаружения сигнала, согласно методу МП и адаптивному подходу, необходимо по наблюдаемой реализации $x(t)$ (6), (7) сформировать решающую статистику — логарифм функционала отношения правдоподобия

бия (ФОП) $L(\lambda)$, как функцию значений λ неизвестного времени прихода сигнала из априорного интервала $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$. Затем следует определить величину $L^* = \sup L(\lambda)$ абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП $L(\lambda)$ в пределах интервала $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$ и сравнить величину L^* с заданным порогом обнаружения h . Если порог h превышен, то принимается решение в пользу гипотезы \mathbf{H}_1 о наличии сигнала в наблюдаемых данных, в противном случае принимается решение в пользу гипотезы \mathbf{H}_0 об отсутствии сигнала. Таким образом, МП алгоритм обнаружения в общем виде запишется как [11, 14]

$$L^* = \sup_{\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]} L(\lambda) > h \Rightarrow \mathbf{H}_1, L^* \leq h \Rightarrow \mathbf{H}_0. \quad (8)$$

Величина порога h , определяется в соответствии с выбранным критерием оптимальности обнаружения [6, 11, 13, 14 и др.].

Таким образом, синтез МП алгоритма обнаружения флуктуирующего сигнала (1) с неизвестным временем прихода сводится к отысканию решающей статистики $L(\lambda)$ алгоритма (8) — логарифма ФОП или его аппроксимации.

Решающая статистика алгоритма обнаружения. В [10] найдено выражение для логарифма ФОП $L(\lambda)$ при приеме быстро флуктуирующего радиоимпульса (1) с прямоугольной модулирующей функцией $f(x) = I(x)$, где $I(x) = 1$ при $|x| \leq 1/2$ и $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$. При $f(x) = I(x)$ и при выполнении (5) логарифм ФОП (с точностью до несущественного постоянного слагаемого) можно представить в виде [10, 11]

$$L(\lambda) = \frac{1}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} y^2(t) dt, \quad (9)$$

где $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t')h(t-t')dt'$ — отклик линейного

фильтра с импульсной характеристикой $h(t)$ на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$, причем передаточная функция $H(\omega)$ этого фильтра, удовлетворяет условию:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{qg[(v-\omega)/\Omega]}{1+qg[(v-\omega)/\Omega]} + \frac{qg[(v+\omega)/\Omega]}{1+qg[(v+\omega)/\Omega]}. \quad (10)$$

Здесь $q = \gamma / N_0$ — отношение интенсивности сигнала (1) к величине односторонней спектральной плотности аддитивного шума $n(t)$, которое можно интерпретировать как входное отношение сигнал-шум (ОСШ).

В общем случае форма модулирующей функции $f(x)$ импульса (1) может отличаться от прямоугольной. Однако расчет выражения для логарифма ФОП в случае произвольной модулирующей функции флуктуирующего сигнала (1) наталкивается на существенные трудности. В частности, для нахождения логарифма ФОП в этом случае необходимо решить интегральное уравнение Фредгольма с нестационарным ядром. Это является серьезной математической проблемой, так как общих методов аналитического решения таких уравнений в настоящее время не известно.

В [12] рассмотрен алгоритм обнаружения флуктуирующего радиоимпульса (1) с неизвестным временем прихода и с произвольной модулирующей функцией. Этот алгоритм использует общую процедуру обнаружения (8) и асимптотическую аппроксимацию логарифма ФОП

$$L(\lambda) = \frac{1}{N_0} \int_{T_1}^{T_2} f^2\left(\frac{t-\lambda}{\tau}\right) y^2(t) dt. \quad (11)$$

Эта аппроксимация получена в [12] в предположении, что модулирующая функция $f(x)$ импульса (1) произвольна, но близка к прямоугольной. Выражение (11) переходит в (9) при $f(x) = I(x)$.

Вопрос об оптимальности предложенной в [12] аппроксимации (11) логарифма ФОП для непрямоугольной модулирующей функции сигнала (1) остается открытым. Анализ характеристик алгоритма обнаружения (8), использующего аппроксимацию (11), указывает на возможность повышения эффективности обнаружения сигналов с непрямоугольной модулирующей функцией при оптимизации параметров и структуры выражения (11). Поэтому запишем решающую статистику $L(\lambda)$ алгоритма обнаружения (8) в общем виде

$$L(\lambda) = \frac{1}{N_0} \int_{T_1}^{T_2} F\left(\frac{t-\lambda}{\tau}\right) y^2(t) dt, \quad (12)$$

где $F(x)$ — обобщенная весовая функция (ВФ) алгоритма обнаружения. Форма и па-

параметры ВФ $F(x)$ могут выбираться из условия минимума вероятностей ошибок обнаружения согласно критериям Неймана—Пирсона, “идеального” наблюдателя и т.п. [6, 11, 13, 14].

Обобщенная блок-схема алгоритма обнаружения. Устройство обнаружения, построенное на основе алгоритма (8), (12) можно представить в виде блок-схемы, показанной на рис. 1. Здесь 1 — входной линейный фильтр, передаточная функция $H(\omega)$ которого удовлетворяет условию (10), 2 — квадрататор, 3 — сглаживающий фильтр, осуществляющий усреднение (скользящее сглаживание) с весовой функцией $F(x)$, 4 — пиковый детектор, фиксирующий величину абсолютного (наибольшего) максимума входного сигнала на интервале времени $[\Lambda_1; \Lambda_2]$, 5 — пороговое устройство, осуществляющее в момент времени $t > \Lambda_2$ сравнение величины входного сигнала с порогом h и выносящее решение о наличии сигнала, если порог превышен, либо — решение об отсутствии сигнала, если порог не превышен.

Согласно [10], при прямоугольной модулирующей функции $f(x) = I(x)$ весовая функция $F(x)$ принимает вид

$$F(x) = I(x). \quad (13)$$

Согласно [12] в общем случае ВФ $F(x)$ рекомендуется выбирать как

$$F(x) = f^2(x), \quad (14)$$

причем при $f(x) = I(x)$ выражение (14) переходит в (13). Однако, вопрос об оптимальности аппроксимации (14) ВФ $F(x)$ для прямоугольной модулирующей функции сигнала остается открытым. Выражение (12) с ВФ (14) можно рассматривать в качестве логарифма ФОП лишь при $f(x) = I(x)$. Нахождение оптимальной ВФ $F(x)$ в случае, когда

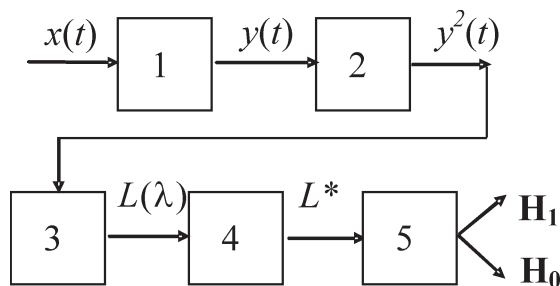


Рис. 1. Обобщенная блок-схема алгоритма обнаружения

$f(x) \neq I(x)$, является сложной математической задачей, аналитических методов решения которой не известно. Поэтому на практике целесообразно оптимизировать характеристики устройства обнаружения (рис. 1), варьируя форму или параметры весовой функции $F(x)$ (14) в зависимости от требуемых характеристик обнаружения сигнала.

В данной работе показано, что характеристики алгоритма обнаружения (8), (12) могут быть улучшены методом оптимизации длительности весовой функции $F(x)$ (14) (согласование по длительности). Предложены несколько других ВФ, обеспечивающих лучшие, чем (14), характеристики обнаружения флуктуирующего импульса (1) с неизвестным временем прихода и с непрерывно дифференцируемой модулирующей функцией.

Для анализа возможностей оптимизации формы и параметров ВФ $F(x)$ запишем характеристики алгоритма обнаружения (8), (12) при произвольной ВФ $F(x)$ сглаживающего фильтра 3 (рис. 1). Учитывая, что при $f(t) = I(t)$ в оптимизации ВФ нет необходимости, ограничимся случаем [12], когда модулирующая функция $f(x)$ флуктуирующего сигнала (1) и весовая функция $F(x)$ сглаживающего фильтра 3 (рис. 1) непрерывно дифференцируемы хотя бы дважды.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЕ ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ

Как известно, эффективность обнаружения сигналов на фоне помех характеризуют вероятностями ошибок обнаружения: вероятностью ошибки 1-го рода (ложной тревоги) и вероятностью ошибки 2-го рода (пропуска сигнала). Согласно определению, вероятность ложной тревоги (ВЛТ) α определяется как вероятность вынесения решения в пользу гипотезы \mathbf{H}_1 о наличии сигнала в наблюдаемых данных при справедливости гипотезы \mathbf{H}_0 об отсутствии сигнала. Вероятность пропуска сигнала (ВПС) β определяется как вероятность вынесения решения в пользу гипотезы \mathbf{H}_0 об отсутствии сигнала в наблюдаемых данных при справедливости гипотезы \mathbf{H}_1 о наличии сигнала. Таким образом, ВЛТ α и ВПС β можно записать как

$$\alpha = P[L^* > h | \mathbf{H}_0], \quad \beta = P[L^* < h | \mathbf{H}_1]. \quad (15)$$

Согласно (8), случайная величина L^* является величиной абсолютного (наибольшего) максимума функционала $L(\lambda)$ на интервале $\lambda \in [\Lambda_1; \Lambda_2]$. Следовательно, характеристики (15) алгоритма обнаружения (8) однозначно определяются свойствами решающей статистики $L(\lambda)$ (12) алгоритма. Рассмотрим статистические характеристики функционала (12) при произвольной ВФ $F(x)$.

Характеристики решающей статистики. Обозначим $S_R(l) = \langle L(\lambda) | \mathbf{H}_R \rangle$ — регулярные, а $N_R(l) = L(\lambda) - \langle L(\lambda) | \mathbf{H}_R \rangle$ — флуктуационные составляющие функционала (12) при справедливости каждой из гипотез \mathbf{H}_R , $R = 0, 1$, а $l = \lambda / \tau$ — нормированное время прихода сигнала. Здесь $\langle \rangle$ означает усреднение по реализациям наблюдаемых данных $x(t)$ при фиксированном λ_0 . Из [11] следует, что функционал $L(\lambda)$ (12) является асимптотически (при $\mu \rightarrow \infty$) гауссовским случайным процессом. Статистические характеристики гауссовского случайного процесса полностью определяются его первыми двумя моментами: математическим ожиданием и корреляционной функцией [1, 6, 8]. Поэтому, аналогично [10—12, 14] при выполнении (5) ограничимся рассмотрением первых двух моментов функционала (12) при обеих гипотезах: регулярных составляющих $S_R(l)$ и корреляционных функций $\langle N_R(l_1) N_R(l_2) \rangle$ флуктуационных составляющих $N_R(l)$, $R = 0, 1$.

Если обнаруживаемый сигнал (1) *отсутствует* в наблюдаемых данных (верна гипотеза \mathbf{H}_0) и выполняется условие (5), то первые два момента функционала (12), аналогично [11, 12], запишутся как

$$S_0(l) = A_0, K_0(l_1 - l_2) = \langle N_0(l_1) N_0(l_2) \rangle = D_0 R_0(l_1 - l_2), \quad (16)$$

$$A_0 = \mu q \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(x) dx}{1 + qg(x)}, \quad D_0 = \mu q^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{[1 + qg(x)]^2},$$

$$R_0(l_1 - l_2) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x - l_1) F(x - l_2) dx,$$

где $l_j = \lambda_j / \tau$, $j = 0, 1, 2$ — нормированные значения времени прихода сигнала.

Из (16) следует, что при отсутствии сигнала решающая статистика (12) является стационарным случайным процессом с постоянным математическим ожиданием A_0 , дисперсией

$$\sigma_0^2 = K_0(0) = D_0 R_0(0) \quad (17)$$

и с корреляционной функцией $K_0(l_1 - l_2)$, зависящей только от разности $l_1 - l_2$. При этом реализации решающей статистики непрерывны с вероятностью 1. Так как ВФ $F(x)$ является непрерывно дифференцируемой функцией, то корреляционная функция $K_0(l)$ непрерывно дифференцируема по параметру l . Следовательно, при отсутствии сигнала статистика (12) дифференцируема в среднеквадратическом [1].

Если обнаруживаемый сигнал (1) *присутствует* в наблюдаемых данных (верна гипотеза \mathbf{H}_1) и выполняется условие (5), то первые два момента функционала (12), аналогично [11, 12], запишутся в виде

$$S_1(l) = A_0 + A_1 C(l, l_0), \quad A_1 = \mu q^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{1 + qg(x)}, \quad (18)$$

$$C(l, l_0) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x - l) f^2(x - l_0) dx,$$

$$K_1(l_1, l_2) = \langle N_1(l_1) N_1(l_2) \rangle = D_0 R_0(l_1 - l_2) + D_1 R_1(l_1, l_2, l_0) + D_2 R_2(l_1, l_2, l_0),$$

$$D_1 = 2\mu q^3 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^3(x) dx}{[1 + qg(x)]^2}, \quad D_2 = \mu q^4 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^4(x) dx}{[1 + qg(x)]^2},$$

$$R_1(l_1, l_2) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x - l_1) F(x - l_2) f^2(x - l_0) dx,$$

$$R_2(l_1, l_2) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x - l_1) F(x - l_2) f^4(x - l_0) dx.$$

Из (18) следует, что при наличии сигнала решающая статистика (12) является нестационарным случайным процессом. При этом реализации решающей статистики непрерывны с вероятностью 1. Регулярная составляющая $S_1(l)$ (18) достигает абсолютного максимума в точке $l = l_0$ ($\lambda = \lambda_0$) истинного значения времени прихода обнаруживаемого сигнала. При этом дисперсия $\sigma_1^2(l) = K_1(l, l)$ флуктуационной составляющей $N_1(l)$ также достигает максимума при $l = l_0$. Тогда выходное отношение сигнал-шум (ОСШ) обнаружителя определяется как [11, 14]

$$z = A_s / \sigma_s = \frac{A_1 C(l_0, l_0)}{\sqrt{D_0 R_0(0) + D_1 R_1(l_0, l_0, l_0) + D_2 R_2(l_0, l_0, l_0)}}, \quad (19)$$

где $A_s = S_1(l_0) - A_0 = A_1 C(l_0, l_0)$ — амплитуда регулярной составляющей $S_1(l)$ в точке максимума $l = l_0$, а

$$\sigma_s^2 = K_1(l_0, l_0) = D_0 R_0(0) + D_1 R_1(l_0, l_0, l_0) + D_2 R_2(l_0, l_0, l_0) \quad (20)$$

— дисперсия флуктуационной составляющей $N_1(l)$ при $l = l_0$.

При непрерывно дифференцируемых функциях $F(x)$ и $f(x)$ моменты (18) функционала (12) непрерывно дифференцируемы по параметрам l (l_j). Следовательно, при наличии сигнала решающая статистика (12) также дифференцируема в среднеквадратическом [1].

Отметим, что выражения (16), (18) для моментов решающей статистики (12) алгоритма обнаружения (8) совпадают с соответствующими выражениями моментов решающей статистики (11) алгоритма обнаружения [12] при $F(x) = f^2(x)$. При этом аналитические свойства решающих статистик (11) и (12) совпадают. Это позволяет воспользоваться методикой [14] вычисления характеристик (15) и результатами их расчета из [12] с учетом необходимых обобщений на случай произвольной ВФ $F(x)$.

Характеристики обнаружения сигнала. Следуя [10—12, 14], будем считать, что неопределенность времени прихода сигнала (1) велика, так что выполняется условие

$$m = (\Lambda_2 - \Lambda_1) / \tau \gg 1. \quad (21)$$

Параметр m имеет смысл нормированной длины априорного интервала возможных значений неизвестного времени прихода флуктуирующего сигнала (1). Воспользовавшись (16) и результатами [11, 14] при выполнении (5), (21) находим выражение для вероятности ложной тревоги

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \exp \left[-\frac{\zeta}{2\pi} \exp \left(-\frac{u^2}{2} \right) \right], & \text{при } u \geq 0; \\ 1, & \text{при } u < 0; \end{cases} \quad (22)$$

где

$$\zeta = m \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} [dF(x) / dx]^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} F^2(x) dx}$$

— приведенная длина априорного интервала возможных значений времени прихода сигнала [14], а

$$u = (h - A_0) / \sigma_0 = (h - A_0) / \sqrt{D_0 R_0(0)} \quad (23)$$

— нормированный порог обнаружения.

Выражение (22) для ВЛТ α является приближенным, точное выражение для ВЛТ неизвестно [14]. Однако, точность выражения (22) возрастает с увеличением параметров μ (5), m (21) и u (23) [11,14]. Анализ погрешности формулы (22), выполненный методом статистического моделирования на ЭВМ, показывает, что асимптотическое выражение (22) обладает удовлетворительной точностью уже при $m > 5.7$, $\mu \geq 30 \dots 40$ и при таких значениях u , когда $\alpha < 0.1$.

При вычислении ВПС β , следуя [10—12, 14], будем считать, что выходное ОСШ (19) обнаружителя велико, т.е. выполняется условие

$$z \gg 1. \quad (24)$$

Воспользовавшись (18) и результатами [11, 12, 14] при выполнении (5), (21), (24) находим выражение для вероятности пропуска сигнала

$$\beta = (1 - \alpha) \Phi(\vartheta u - z), \quad (25)$$

где α — вероятность ложной тревоги, определяемая из (22), $\vartheta = \sigma_0 / \sigma_s$ — отношение среднеквадратичных отклонений σ_0 (17) и σ_s (20) флуктуационных составляющих решающей статистики в точке $\lambda = \lambda_0$ при отсутствии и наличии сигнала (1) в наблюдаемых данных, u — нормированный порог обнаружения (23), а

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2 / 2) dt$$

— специальная функция — интеграл вероятности [15].

Выражение (25) является асимптотически точным, его точность возрастает с увеличением μ (5), z (19), m (21) и с уменьшением α [11, 14]. Анализ погрешности формулы (22), выполненный методом статистического моделирования на ЭВМ, показывает, что асимптотическое выражение (25) обладает удовлетворительной точностью уже при $\mu \geq 30 \dots 40$, $z \geq 1.5 \dots 2$, $m \geq 5 \dots 7$ и $\alpha \leq 0.1$.

Отметим, что выражения (22), (25) для вероятностей ошибок обнаружения (15) совпадают с соответствующими выражениями для алгоритма [12], если положить $F(x) = f^2(x)$.

Приведенные здесь выражения для вероятностей ошибок α и β , справедливые при произвольной непрерывно дифференцируемой ВФ $F(x)$, позволяют сделать обосно-

ванный выбор формы и параметров ВФ по минимуму вероятностей ошибок обнаружения.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ

Как отмечалось в п. 1, алгоритм обнаружения (8),(12) при использовании весовой функции (14) является МП алгоритмом только для прямоугольной модулирующей функции сигнала $f(x) = I(x)$. При отклонении модулирующей функции от прямоугольной характеристики такого алгоритма могут быть далеки от оптимальных. Поэтому рассмотрим возможность использования в алгоритме различения (8), (12) других весовых функций, отличных от (14).

Одним из методов оптимизации ВФ является подбор параметров функции по минимуму вероятностей ошибок обнаружения при неизменной форме ВФ. Рассмотрим возможность использования в (12) вместо ВФ (14) функции вида

$$F(x) = f^2(x/\eta), \quad (26)$$

где $\eta = \tau_q / \tau$, а $\tau_q = \eta\tau$ — эквивалентное время усреднения (скользящего сглаживания) сигнала в сглаживающем фильтре 3 (рис. 1). Параметр η характеризует длительность ВФ (26). При $\eta = 1$ функция (26) переходит в ВФ (14).

Отношение η (длительность ВФ) в (26) будем выбирать так, чтобы вероятности ошибок обнаружения сигнала в соответствии с заданным критерием качества были минимальны. Такая процедура выбора длительности ВФ (26) называется согласованием с принимаемым сигналом по длительности. Алгоритм обнаружения (8),(12) с ВФ (26), согласуемой с сигналом по длительности, будем называть оптимизируемым. Значение $\eta = \eta_{\text{опт}}$, при котором достигается минимум вероятности ошибок обнаружения, назовем оптимальным.

В качестве критерия качества обнаружения рассмотрим критерий Неймана—Пирсона [6, 11, 13, 14]. Согласно этому критерию эффективность обнаружения характеризуется вероятностью пропуска сигнала β при заданном максимально допустимом значении вероятности ложной тревоги $\alpha = \alpha_0$.

Вероятности ошибок обнаружения α и β при использовании алгоритма (8), (12) с ВФ

(26) находим из (22), (25) подстановкой туда ВФ (26). Анализ полученных выражений показывает, что, подбирая (оптимизируя) длительность η ВФ (26), можно улучшить характеристики обнаружения флуктуирующего импульса по сравнению с неоптимизированным алгоритмом (8), (12) с ВФ (14).

В качестве примера на рис.2 показаны зависимости выигрыша $\chi = \beta_0 / \beta_E$ в эффективности обнаружения для рассматриваемого алгоритма (8),(12) с ВФ (26) по сравнению с неоптимизированным алгоритмом с ВФ (14) при обнаружении по критерию Неймана—Пирсона. Здесь β_0 — ВПС для неоптимизированного алгоритма (8), (12) с ВФ (14) [12], а β_E — ВПС для оптимизируемого алгоритма (8), (12) с ВФ (26). При этом, согласно критерию Неймана—Пирсона, порог обнаружения h выбирался по фиксированной вероятности ложной тревоги $\alpha = \alpha_0$ с использованием формулы (22). Кривые на рис. 2 получены при $m = 20$, $\alpha_0 = 0.001$ и $f(x) = \exp(-\pi x^2 / 2)$. Сплошные линии соответствуют значениям $\mu = 600$, а штриховые линии — $\mu = 350$. Кривые 1 на рис. 2 получены при $q = 1.4$, кривые 2 — при $q = 1.0$, а кривые 3 — при $q = 0.7$.

Из рис. 2 видно, что в некотором диапазоне значений $\eta > 1$ имеется выигрыш $\chi > 1$ в эффективности оптимизируемого алгоритма (8), (12) с ВФ (26), который может достигать значительных величин. Для каждого q и μ существует оптимальное значение дли-

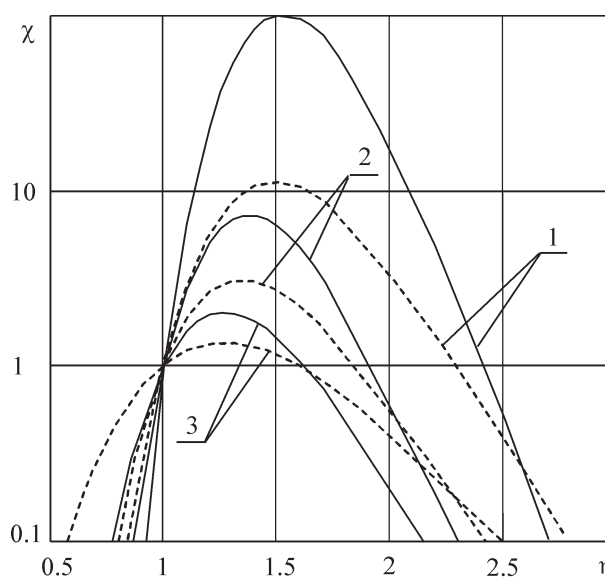


Рис. 2. Выигрыш в эффективности обнаружения при различных длительностях ВФ

тельности ВФ $\eta = \eta_{\text{опт}} > 1$, при котором выигрыш максимален. С ростом q оптимальное значение $\eta = \eta_{\text{опт}}$ все больше отличается от значения $\eta = 1$, рекомендуемого согласно [12].

На рис. 3 сплошными линиями показан выигрыш χ в эффективности алгоритма (8), (12) с ВФ (26) при оптимальном выборе $\eta = \eta_{\text{опт}}$ по сравнению с неоптимизированным алгоритмом (8), (12) с ВФ (14). Результаты получены при $\alpha_0 = 0.001$, $m = 20$ и $f(x) = \exp(-\pi x^2 / 2)$. Кривая 1 соответствует значению $\mu = 600$, кривая 2 — $\mu = 350$, а кривая 3 — $\mu = 200$. Из рис. 3 видно, что выигрыш в эффективности алгоритма (8), (12) с ВФ (26) при оптимальном выборе длительности ВФ растет с увеличением q и μ и может достигать значительных величин. Это позволяет рекомендовать рассмотренную здесь оптимизацию алгоритма обнаружения (8), (12) по длительности ВФ (14) для повышения эффективности обнаружения флуктуирующего радиопульса (1) с неизвестным временем прихода и с непрерывно дифференцируемой модулирующей функцией.

4. АНАЛИЗ СТРУКТУРНО-ПОДОБНЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

Возможность оптимизации алгоритма обнаружения (8), (12), (14) по длительности весовой функции $F(x)$ указывает на его неоптимальность при непрямоугольной модулирующей функции сигнала. Следовательно, можно искать другую ВФ, обеспечивающую

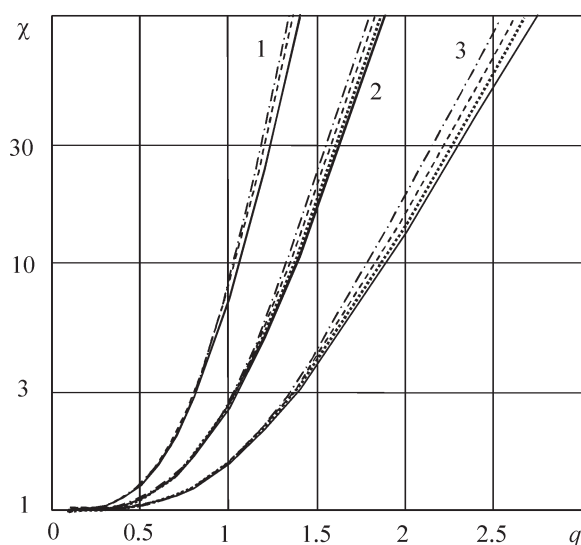


Рис. 3. Выигрыш в эффективности обнаружения при использовании различных ВФ

лучшие характеристики обнаружения сигналов. Однако найти аналитически такую ВФ, которая обеспечивает минимум вероятностей ошибок обнаружения сигнала (1) с непрямоугольной модулирующей функцией, в настоящее время не представляется возможным. Поэтому целесообразным является поиск выражений для ВФ на основе различных “эвристических” подходов.

Рассмотрим далее возможность использования ВФ, полученных “эвристически” на основе анализа подобия обработки флуктуирующего сигнала (1) в частотной и временной области.

Структурно-подобная ВФ. Как отмечалось в п. 3, оптимальная длительность весовой функции $F(x)$ (26) возрастает с увеличением отношения q , которое можно интерпретировать как входное ОСШ. Это обеспечивает оптимальное соотношение между мощностями флуктуирующего сигнала и шума на выходе сглаживающего фильтра 3 устройства обнаружения (рис.1) и максимальное значение выходного ОСШ z при различных значениях q .

С другой стороны, полоса пропускания входного фильтра 1 устройства обнаружения на рис.1 также возрастает с увеличением q . Это обеспечивается зависимостью (10) формы квадрата модуля передаточной функции $H(\omega)$ входного фильтра от отношения q . Анализ характеристик обнаружения при отклонениях передаточной функции $H(\omega)$ от (10) показывает, что условие (10) обеспечивает форму передаточной функции, гарантирующую близкое к максимальному значению выходного ОСШ z .

Поэтому в качестве ВФ $F(x)$ в алгоритме обнаружения (8), (12) предлагается вместо (14) использовать весовую функцию, структурно-подобную квадрату модуля (10) передаточной функции $H(\omega)$, т.е.

$$F(x) = q^2 f^2(x) / [1 + qf(x)]^2. \quad (27)$$

Весовую функцию (27) будем называть структурно-подобной. При $q \rightarrow 0$ структурно-подобная ВФ (27), с точностью до несущественного постоянного множителя q^2 , переходит в ВФ (14).

Вероятности ошибок обнаружения α и β при использовании алгоритма (8), (12) с ВФ (27) получаем из (22), (25) подстановкой туда

этой ВФ. Анализ полученных выражений показывает, что использование структурно-подобной ВФ (27) в алгоритме обнаружения (8), (12) обеспечивает заметное улучшение характеристик обнаружения флуктуирующего импульса по сравнению с неоптимизированным алгоритмом с ВФ (14). При этом эффективность алгоритма обнаружения с ВФ (27) по критерию Неймана—Пирсона близка к эффективности алгоритма обнаружения с ВФ (26) при оптимальном выборе длительности ВФ.

В качестве примера пунктирными линиями на рис. 3 показаны зависимости выигрыша $\chi = \beta_0 / \beta_s$ в эффективности обнаружения для рассматриваемого алгоритма (8),(12) с ВФ (27) по сравнению с неоптимизированным алгоритмом с ВФ (14) при обнаружении по критерию Неймана—Пирсона. Здесь β_0 — ВПС для неоптимизированного алгоритма (8), (12) с ВФ (14), а β_s — ВПС для алгоритма (8), (12) с ВФ (27). Результаты на рис. 3 получены при $\alpha_0 = 0.001$, $m = 20$ и $f(x) = \exp(-\pi x^2 / 2)$. Кривая 1 соответствует значению $\mu = 600$, кривая 2 — $\mu = 350$, а кривая 3 — $\mu = 200$. Пунктирная линия 1 на рис. 3 сливается со сплошной линией 1 и на рисунке не видна.

Из рис. 3 видно, что выигрыш в эффективности алгоритма обнаружения с ВФ (27) по сравнению с алгоритмом, использующим ВФ (14), растет с увеличением значений параметров q и μ и может достигать значительных величин. Это позволяет рекомендовать структурно-подобную ВФ (27) для повышения эффективности алгоритма (8), (12) обнаружения флуктуирующего радиоп импульса (1) с неизвестным временем прихода и с непрерывно дифференцируемой модулирующей функцией.

Обобщенная и модифицированная структурно-подобные ВФ. Выражение для структурно-подобной ВФ (27) можно обобщить, записав его в виде

$$F(x) = q^K f^K(x) / [1 + qf(x)]^K, \quad (28)$$

где K — степенной коэффициент, который в общем случае может отличаться от 2. Значение коэффициента K влияет на длительность ВФ (28) и может выбираться так, чтобы вероятности ошибок обнаружения сигнала в соответствии с заданным критерием

качества были минимальны. Весовую функцию (28) будем называть обобщенной структурно-подобной ВФ. При $K=2$ обобщенная ВФ (28) переходит в структурно-подобную ВФ (27). Другой перспективной формой ВФ является ВФ вида

$$F(x) = q^K f^K(x) / [1 + q^K f(x)^K], \quad (29)$$

представляющая собой модификацию обобщенной ВФ (28). Весовую функцию (29) будем называть модифицированной структурно-подобной ВФ.

Рассмотрим возможность использования ВФ (28),(29) для повышения эффективности алгоритма обнаружения (8), (12). Вероятности ошибок обнаружения α и β при использовании алгоритма (8), (12) с ВФ (28) или (29) получаем из (22), (25) подстановкой туда этих ВФ.

Анализ полученных выражений показывает, что эффективность алгоритмов обнаружения с ВФ (28) и (29) зависит от значения степенного коэффициента K . Оптимальное значение коэффициента K , обеспечивающее минимальные вероятности ошибок обнаружения, зависит от отношения q . Однако, характеристики обнаружения оказываются мало критичными к небольшим (15—20 %) отклонениям коэффициента K от его оптимального значения в широком диапазоне изменений параметра q . Поэтому, на основе анализа характеристик обнаружения, можно рекомендовать некоторое фиксированное квазиоптимальное значение $K_{\text{КО}}$ степенного коэффициента K .

Например, при обнаружении сигнала по критерию Неймана—Пирсона рекомендуется выбирать значение $K = K_{\text{КО}} = 1.8$ при использовании ВФ (28) и $K = K_{\text{КО}} = 1.5$ при использовании ВФ (29). Эти значения обеспечивают близкие к минимальным ВПС β при фиксированной ВЛТ $\alpha = \alpha_0 = 10^{-1} \dots 10^{-3}$ в диапазоне значений $q < 2 \dots 3$. Отметим, что квазиоптимальное значение $K_{\text{КО}} = 1.8$ степенного коэффициента K для ВФ (28) меньше 2. Это обеспечивает несколько лучшие характеристики обнаружения с ВФ (28) при $K = K_{\text{КО}}$, чем с ВФ (27).

Анализ выражений для ВЛТ и ВПС показывает, что использование обобщенной ВФ (28) и модифицированной ВФ (29) в алгоритме обнаружения (8), (12) обеспечивает улучшение характеристик обнаружения

флуктуирующего импульса по сравнению с неоптимизированным алгоритмом (8), (12) с ВФ (14).

В качестве примера штриховыми линиями на рис. 3 показаны зависимости выигрыша $\chi = \beta_0 / \beta_{G_0}$ в эффективности алгоритма (8), (12) с обобщенной ВФ (28) и $K = K_{\text{КО}} = 1.8$ по сравнению с неоптимизированным алгоритмом с ВФ (14) при обнаружении по критерию Неймана—Пирсона. Там же штрих-пунктирными линиями показаны соответствующие зависимости выигрыша $\chi = \beta_0 / \beta_{M_0}$ в эффективности алгоритма (8), (12) с модифицированной ВФ (29) и $K = K_{\text{КО}} = 1.5$ по сравнению с неоптимизированным алгоритмом с ВФ (14). Здесь β_0 — ВПС для неоптимизированного алгоритма (8), (12) с ВФ (14), β_{G_0} — ВПС для алгоритма (8), (12) с ВФ (28) и $K = K_{\text{КО}} = 1.8$, а β_{M_0} — ВПС для этого алгоритма с ВФ (29) и $K = K_{\text{КО}} = 1.5$. Результаты на рис. 3 получены при $\alpha_0 = 0.001$, $m = 20$ и $f(x) = \exp(-\pi x^2 / 2)$. Кривая 1 на рис. 3 соответствует значению $\mu = 600$, кривая 2 — $\mu = 350$, а кривая 3 — $\mu = 200$.

На рис. 4 показаны зависимости проигрыша $\varepsilon = \beta_G / \beta_{G_0}$ в эффективности алгоритма (8), (12) с обобщенной ВФ (28) при неоптимальном коэффициенте K по сравнению с этим алгоритмом при квазиоптимальном значении $K = K_{\text{КО}} = 1.8$. Здесь β_G — ВПС для алгоритма (8), (12) с ВФ (28) при неоптимальном значении K . Сплошные линии на рис. 4 соответствуют $K = 1.0 < K_{\text{КО}}$, а штриховые — $K = 2.5 > K_{\text{КО}}$. На рис. 5 показаны зависимости проигрыша $\varepsilon = \beta_M / \beta_{M_0}$ в эффек-

тивности алгоритма (8), (12) с модифицированной ВФ (29) при неоптимальном коэффициенте K по сравнению с этим алгоритмом при квазиоптимальном значении $K = K_{\text{КО}} = 1.5$. Здесь β_M — ВПС для алгоритма (8), (12) с ВФ (29) при неоптимальном значении K . Сплошные линии на рис. 5 соответствуют неоптимальному значению $K = 2.3 > K_{\text{ОПТ}}$, а штриховые — $K = 0.8 < K_{\text{ОПТ}}$. Результаты на рис. 4, 5 получены при обнаружении сигнала по критерию Неймана—Пирсона с $\alpha_0 = 0.001$, $m = 20$ и $f(x) = \exp(-\pi x^2 / 2)$. Кривые 1 на рис. 4, 5 соответствуют $\mu = 600$, кривые 2 — $\mu = 350$, а кривые 3 — $\mu = 200$.

Из рис. 3 видно, что выигрыш в эффективности алгоритма обнаружения с ВФ (28) или (29) при $K = K_{\text{ОПТ}}$, по сравнению с ВФ (14), растет с увеличением значений параметров q и μ и может достигать значительных величин. Это позволяет рекомендовать обобщенную ВФ (28) и модифицированную ВФ (29) при квазиоптимальном выборе степенного коэффициента K для повышения эффективности алгоритма (8),(12) обнаружения флуктуирующего радиоимпульса (1) с неизвестным временем прихода и с непрерывно дифференцируемой модулирующей функцией.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе исследован алгоритм обнаружения быстро флуктуирующего радиоимпульса с неизвестным временем прихода, полученный на основе метода максимального правдоподобия и адаптивно-

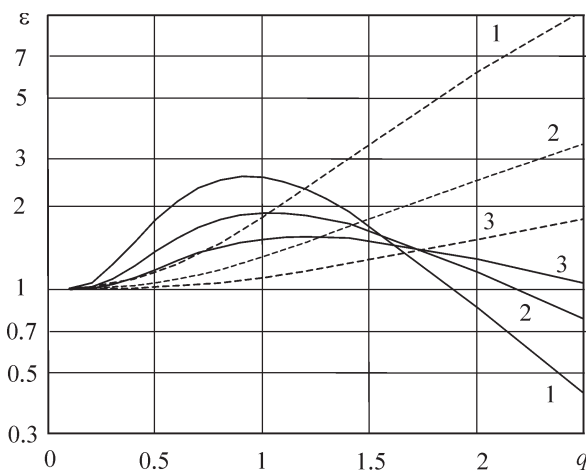


Рис. 4. Проигрыш в эффективности обнаружения при неоптимальном выборе степенного коэффициента обобщенной ВФ

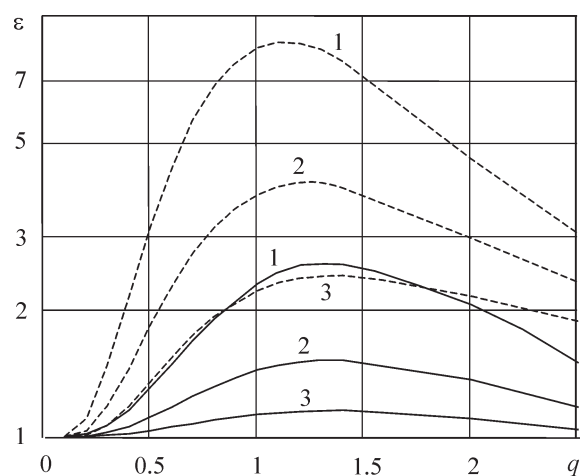


Рис. 5. Проигрыш в эффективности обнаружения при неоптимальном выборе степенного коэффициента модифицированной ВФ

го подхода. Показано, что характеристики алгоритма обнаружения при непрерывно дифференцируемых модулирующей функции сигнала и весовой функции сглаживающего фильтра могут быть заметно улучшены с помощью оптимизации длительности весовой функции. Предложены структурно-подобные выражения для весовой функции алгоритма обнаружения, которые также обеспечивают улучшение характеристик алгоритма при непрерывно дифференцируемой модулирующей функции сигнала. Выигрыш в эффективности обнаружения при использовании предложенных в работе весовых функций возрастает с увеличением отношения сигнал-шум.

Автор благодарит профессора А. П. Трифонова за конструктивные замечания, сделанные при обсуждении данного материала на конференции “Радиолокация, навигация, связь”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
2. Кириллов Н.Е. Помехоустойчивая передача сообщений по линейным каналам со случайно изменяющимися параметрами. М.: Связь, 1971. 256 с.
3. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М.: Радио и связь, 1982. 304 с.
4. Кремер И.Я., Владимиров В.И., Карпухин В.И. Модулирующие помехи и прием радиосигналов. М.: Сов. радио, 1972. 480 с.
5. Вопросы статистической теории радиолокации / П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др.; Под ред. Г. П. Тартаковского. М.: Сов. радио, 1963. Т. 1. 426 с.
6. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Сов. радио, 1972. Т.1. 744 с.; 1977. Т. 3. 644 с.
7. Манчестер Р., Тейлор Дж. Пульсары. М.: Мир, 1980.
8. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Э., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
9. Hsu S.T., Whittier R.J., Mead C.A. Physical Model for Burst Noise in Semiconductor Devices // Solid-State Electron. 1970. V. 13. July.
10. Трифонов А.П., Захаров А.В. Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986, Т. 29. № 4. С. 36—41.
11. Трифонов А.П., Нечаев Е.П., Парфенов В.И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. Воронеж: ВГУ, 1991. 246 с.
12. Трифонов А.П., Парфенов В.И. Теоретическое и экспериментальное исследования приемника максимального правдоподобия случайного импульса с неизвестным временем прихода // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 7. С. 828—834.
13. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
14. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984. 440 с.
15. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.