

УДК 539.374

## ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

Н. Д. Вервейко, А. В. Купцов

*Воронежский государственный университет*

В статье приведен итерационный метод решения задач теории пластичности. Линеаризация условий пластичности приводит к системе уравнений гиперболического типа. Характеристики данной системы совпадают с характеристиками основной нелинейной задачи. Поле напряжений вычисляется итерационно по параметру  $\Delta k/k$  при  $\Delta k/k \rightarrow 0$  где  $k$  — предел пластичности.

### ВВЕДЕНИЕ

Используются известные экспериментальные факты возникновения зуба пластичности или прерывистой пластичности для линеаризации условия пластичности Мизеса. Это осуществляется таким способом, что само условие пластичности как огибающая линейных элементов в пространстве напряжений заменяется на касательные линии, точка пересечения которых отстоит на расстоянии  $\Delta k$  от поверхности текучести, где  $k$  — предел пластичности.

Линеаризованное условие пластичности приводит к задаче рассмотрения системы уравнений гиперболического типа с характеристиками, представленными в однородном виде для любых областей, причем построенные характеристики совпадают с характеристиками основной нелинейной задачи. Поле напряжений вычисляется итерационно по параметру  $\Delta k/k$  при  $\Delta k/k \rightarrow 0$ .

В многочисленных экспериментах, описанных в [3] по доведению деформированных материалов до пластического состояния отмечаются три существенных момента: 1) при очень медленных нагружениях мягких материалов на кривой нагружения в плоскости  $\sigma - \varepsilon$  — “напряжение — деформация” имеет место гладкий постепенный переход к пластическому течению, а сама площадка текучести слабо выражена; 2) при умеренных скоростях нагружения в плоскости  $\sigma - \varepsilon$  отмечается наличие зуба текучести — некоторого превышения предела пластичности по дости-

жению которого происходит быстрое падение напряжений и пластическое течение материала характеризуется явно выраженной площадкой текучести; 3) при использовании “жестких” машин для построения экспериментальных диаграмм  $\sigma - \varepsilon$  отмечается прерывистость пластического течения, то есть на осредненной площадке текучести имеет место возникновение последовательного ряда зубьев текучести. В ряде работ [1], [2] приводится модельное физическое обоснование появления зуба текучести или прерывистой пластичности, а гладкость экспериментальных диаграмм  $\sigma - \varepsilon$  объясняется осреднением напряжений и деформаций самими экспериментальными установками, их “мягкостью”.

### МЕТОДИКА

Известные экспериментальные факты и их объяснения требуют построение такого условия пластичности в пространстве напряжений, которое в каждой точке представлялось бы гипотетической кривой с угловыми точками (рис. 1), аналитическое выражение которой к сожалению невозможно.

Одним из вариантов огибающей такого семейства является условие пластичности Мизеса, приведенные выше соображения являются основанием для построения итерационного процесса расчета пластического течения материала при котором гладкие нелинейные условия пластичности Мизеса или какое-либо другое может быть заменено на касательные плоскости или прямые, при этом линия пересечения этих плоскостей (прямых) полагается находящейся на расстоянии  $\Delta k$ , так что в ка-

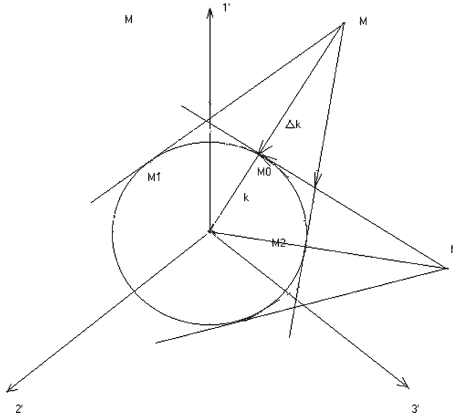


Рис. 1. Схема замены условия пластичности Мизеса на множество касательных линий

честве безразмерного итерационного параметра может быть взята величина  $\Delta k / k$ . Ниже для случая плоского напряженного состояния будет приведена процедура итерационного алгоритма линеаризации условия пластичности Мизеса — заменой его двумя касательными плоскостями (линиями в случае плоской задачи) в пространстве  $\sigma - \varepsilon$ . Это позволяет осуществить пластическое деформирование в пространстве напряжений находясь на одном или другом из линейных участков условия пластичности.

Однако результирующее изменение напряжений может рассматриваться как ортогональное невозмущенной поверхности текучести (рис. 1).

Условие пластичности Мизеса для случая начала пластического течения представим в следующем виде:

$$\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2 = k^2, \tag{1}$$

где  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  — главные касательные напряжения:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (\sigma_1 - \sigma_2) / 2, \tau_2 = (\sigma_2 - \sigma_3) / 2, \\ \tau_3 &= (\sigma_3 - \sigma_1) / 2. \end{aligned} \tag{2}$$

Запишем уравнения касательных к поверхности текучести Мизеса в таких точках  $M_1$  и  $M_2$ , чтобы их точка пересечения находилась на расстоянии  $\Delta k$  от поверхности текучести (рис. 1). Используя свойство равенства нулю суммы главных касательных напряжений получим следующие уравнения касательных к поверхности текучести (1):

$$\begin{cases} (2\tau_1^{(1)} + \tau_2^{(1)})\tau_1 + (2\tau_2^{(1)} + \tau_1^{(1)})\tau_2 = k^2; \\ (2\tau_1^{(2)} + \tau_2^{(2)})\tau_1 + (2\tau_2^{(2)} + \tau_1^{(2)})\tau_2 = k^2, \end{cases} \tag{3}$$

Выражая параметры  $\tau_i^{(1)}$  и  $\tau_i^{(2)}$  ( $i = 1, 2$ ), характеризующие положение точек  $M_1(\tau_1^{(1)}, \tau_2^{(1)}, \tau_3^{(1)})$  и  $M_2(\tau_1^{(2)}, \tau_2^{(2)}, \tau_3^{(2)})$ , через угол  $\varphi$  и расстояние  $\Delta k$  (рис. 1), определяющие положение точки  $M$ , получаем следующие уравнения касательных к поверхности текучести:

$$\begin{aligned} (2 + (3k' + 1) \operatorname{tg} \varphi)\tau_1 + (2 \operatorname{tg} \varphi + (1 - 3k'))\tau_2 &= \\ &= (k + \Delta k)\sqrt{2(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)}; \\ (2 + (1 - 3k') \operatorname{tg} \varphi)\tau_1 + (2 \operatorname{tg} \varphi + (3k' + 1))\tau_2 &= \\ &= (k + \Delta k)\sqrt{2(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)}. \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$k' = \sqrt{\frac{2k\Delta k + \Delta k^2}{3k^2}}, \operatorname{tg} \varphi = \frac{\tau_2^*}{\tau_1^*} = \frac{\tau_2^{(0)}}{\tau_1^{(0)}}, i = 1, 2$$

При  $\Delta k \rightarrow 0$  видно, что  $k' \rightarrow 0$  и два уравнения переходят в одно уравнение касательной к поверхности текучести (1) в точке  $M_0(\tau_1^{(0)}, \tau_2^{(0)}, \tau_3^{(0)})$ :

$$\begin{aligned} (2 + \operatorname{tg} \varphi)\tau_1 + (2 \operatorname{tg} \varphi + 1)\tau_2 &= \\ &= (k + \Delta k)\sqrt{2(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)}. \end{aligned} \tag{5}$$

Координаты точки пересечения прямых определяются из (4):

$$\begin{aligned} \tau_1^* &= \frac{(k + \Delta k)}{\sqrt{2(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)}}, \\ \tau_2^* &= \frac{(k + \Delta k) \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{2(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)}}. \end{aligned} \tag{6}$$

Подставив соотношения (6) в уравнения равновесия [4], предварительно перейдя везде к главным напряжениям, получим систему 9 уравнений для  $\sigma_3, \varphi, c_{ij}$ :

$$\begin{cases} \frac{1}{(k + \Delta k)\sqrt{2}} \delta_{ij} \cdot \sigma_{3,j}^* + \left[ \frac{1}{(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{1/2}} \times \right. \\ \left. \times (c_{i1} \cdot c_{j1} + \operatorname{tg} \varphi \cdot (\delta_{ij} - c_{i2} \cdot c_{j2})) \right]_{,j} = 0, \\ c_{ik} \cdot c_{jk} = \delta_{ij}. \end{cases} \tag{7}$$

Система 9 уравнений относительно 11 неизвестных в случае плоского напряженного состояния является замкнутой, гиперболической и имеет две вещественные характеристики следующего вида [5]:

$$\beta_1 = \mp \frac{1}{\sqrt{3}} (2 + \operatorname{tg} \varphi)^{1/2} \cdot \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}, \tag{8}$$

где  $\alpha_i$  — координаты вектора градиента к характеристической поверхности  $f$ , а  $\beta_1$  — величина, равная скалярному произведению градиента характеристической поверхности  $f$  на вектор направления главного напряжения  $\sigma_1^*$ , т.е.  $\beta_1 = (c_{i1} \cdot \alpha_i)$ . Соотношения вдоль этих характеристик запишутся в виде:

$$\begin{cases} \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} d \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} (2 + \operatorname{tg} \varphi)^{1/2} c_{11} \right) + \\ \quad + \sqrt{3} \alpha_1 d \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} \right) = 0; \\ \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} d \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} (2 + \operatorname{tg} \varphi)^{1/2} c_{21} \right) + \\ \quad + \sqrt{3} \alpha_2 d \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} \right) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Введем новые обозначения для простоты вычислений:

$$\begin{cases} \cos \theta = c_{11}, \quad \sin \theta = c_{21}, \\ \cos \delta = \alpha_1 / \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}, \quad \sin \delta = \alpha_2 / \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}. \end{cases} \quad (10)$$

В этом случае уравнения характеристик запишутся следующим образом:

$$\delta - \theta = \arccos \left( \mp \frac{1}{\sqrt{3}} (2 + \operatorname{tg} \varphi)^{1/2} \right). \quad (11)$$

Соотношения (9) вдоль характеристик будут иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} (2 + \operatorname{tg} \varphi)^{1/2} \cos \theta \right)}{\partial \xi} + \\ \quad + \sqrt{3} \cos \delta \frac{\partial \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} \right)}{\partial \xi} = 0; \\ \frac{\partial \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} (2 + \operatorname{tg} \varphi)^{1/2} \sin \theta \right)}{\partial \eta} + \\ \quad + \sqrt{3} \sin \delta \frac{\partial \left( (1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2} \right)}{\partial \eta} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Для определения параметров  $\varphi$  и  $\theta$  следует присоединить уравнения характеристик (11) к соотношениям полученным на них, чтобы определить направляющие косинусы нормали к характеристической поверхности. После преобразования частных производных в системе (12) получим:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \left( (F_1(\varphi) \operatorname{ctg} \theta + F_2(\varphi)) \right) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 0; \\ \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \left( (F_1(\varphi) \operatorname{tg} \theta + F_2(\varphi)) \right) \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0, \end{cases} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} F_1(\varphi) &= \frac{(4 \operatorname{tg}^2 \varphi + 10 \operatorname{tg} \varphi + 7)(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)}{2(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)(\operatorname{tg} \varphi + 2)}; \\ F_2(\varphi) &= \frac{\sqrt{(\operatorname{tg} \varphi + 2)(1 - \operatorname{tg} \varphi)}(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)}{2(1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi)}, \end{aligned}$$

Запишем разностную схему для системы уравнений (13) в виде:

$$\begin{cases} \theta_{n+1}^m = \frac{k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) [\theta_n^{m+1} \cos \theta_n^{m+1} + k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \varphi_n^{m+1}] + k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}}{k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}} + \\ \quad + \frac{k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) [\theta_n^{m-1} \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \varphi_n^{m-1}]}{k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}}; \\ \varphi_{n+1}^m = \frac{[\theta_n^{m+1} \cos \theta_n^{m+1} + k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \varphi_n^{m+1}] \sin \theta_n^{m-1}}{k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}} - \\ \quad - \frac{[\theta_n^{m-1} \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \varphi_n^{m-1}] \cos \theta_n^{m+1}}{k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}}, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} k_1^*(\varphi, \theta) &= F_1(\varphi) \cos \theta + F_2(\varphi) \sin \theta; \\ k_2^*(\varphi, \theta) &= F_1(\varphi) \sin \theta + F_2(\varphi) \cos \theta. \end{aligned} \quad (15)$$

Рассмотрим граничные условия в общем виде для плоской задачи. Пусть на тело действуют следующие нагрузки  $p_1, p_2, \tau$ . Причем две из них  $p_1, p_2$  будут растягивать (сжимать) тело вдоль главных направлений  $x_1, x_2$  соответственно, а третья  $\tau$  будет направлена по касательной. Тогда граничные условия запишутся в виде:

$$\sigma_{11} = p_1; \sigma_{22} = p_2; \sigma_{12} = \tau. \quad (16)$$

В этом случае можно записать:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left( \frac{2\tau}{p_1 - p_2} \right) + \frac{\pi k}{2}; \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \left( \frac{p_2 \cos^2 \theta - p_1 \sin^2 \theta}{p_1 - p_2} \right) + \pi k. \end{aligned} \quad (17)$$

Система (17) служит для определения граничных значений для  $\varphi$  и  $\theta$  при известных значениях нагрузок  $p_1, p_2, \tau$ . Таким образом получили разностную схему (14) с граничными условиями (17), позволяющую находить поле напряжений и его ориентацию. Из данной разностной схемы определяются параметр напряженного состояния  $\varphi_{u+1}^m$  и ори-

ентация главных напряжений  $\theta_{u+1}^m$ . Для нахождения главных напряжений в узлах сетки следует воспользоваться формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{1n+1}^m &= \frac{(k + \Delta k)\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \varphi_{n+1}^m + \operatorname{tg}^2 \varphi_{n+1}^m}}; \\ \sigma_{2n+1}^m &= \frac{(k + \Delta k)(1 + \operatorname{tg} \varphi_{n+1}^m)\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \varphi_{n+1}^m + \operatorname{tg}^2 \varphi_{n+1}^m}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Уменьшая  $\Delta k$  за конечное число итераций находим искомое поле напряжений с точностью  $\Delta k/k$ .

Рассмотрим задачу о растяжении полосы под действием усилия  $p = k\sqrt{2}$ , где  $k$  — предел текучести. Будем растягивать полосу вдоль оси  $x_2$ , тогда разностная схема с граничными условиями запишется в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \theta_n^m &= \frac{k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1})[\theta_n^{m+1} \cos \theta_n^{m+1} + k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1})\varphi_n^{m+1}] + k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}}{k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}}; \\ \varphi_{n+1}^m &= \frac{[\theta_n^{m+1} \cos \theta_n^{m+1} + k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1})\varphi_n^{m+1}] \sin \theta_n^{m-1} - k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}}{[\theta_n^{m-1} \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1})\varphi_n^{m-1}] \cos \theta_n^{m+1} - k_2^*(\varphi_n^{m+1}, \theta_n^{m+1}) \sin \theta_n^{m-1} + k_1^*(\varphi_n^{m-1}, \theta_n^{m-1}) \cos \theta_n^{m+1}}; \\ \theta_0^{m-1} &= \frac{\pi}{2}; \theta_0^{m+1} = \frac{\pi}{2}; \\ \varphi_0^{m-1} &= -\frac{\pi}{4}; \varphi_0^{m+1} = -\frac{\pi}{4}. \end{aligned} \right. \quad (19)$$

Определим значения  $\varphi$  и  $\theta$  на первом слое, считая что на нулевом они известны.

$$\left\{ \begin{aligned} \theta_1^m &= \frac{k_1^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\left[\frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + k_2^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\frac{-\pi}{4}\right] + k_2^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + k_1^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{k_2^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\left[\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + k_1^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\frac{-\pi}{4}\right]} = \frac{\pi}{2}; \\ \varphi_1^m &= \frac{\left[\frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + k_2^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\frac{-\pi}{4}\right] \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - k_2^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + k_1^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left[\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + k_1^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\frac{-\pi}{4}\right] \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - k_2^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + k_1^*\left(\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)} = -\frac{\pi}{4}. \end{aligned} \right.$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Таким образом, получили, что на первом слое такие же значения как и на нулевом в случае простого растяжения, т.е.

$$\left\{ \begin{aligned} \theta_0^{m-1} &= \theta_1^{m-1} = \frac{\pi}{2}; \theta_0^{m+1} = \theta_1^{m+1} = \frac{\pi}{2}; \\ \varphi_0^{m-1} &= \varphi_1^{m-1} = -\frac{\pi}{4}; \varphi_0^{m+1} = \varphi_1^{m+1} = -\frac{\pi}{4}. \end{aligned} \right.$$

Аналогично для второго и n-го слоев мы получим такие же значения угла ориентирующего главные напряжения и параметра напряженного состояния. Тогда можно записать, что во всей области:  $\theta = \frac{\pi}{2}$  и

$\varphi = -\frac{\pi}{4}$ . В этом случае получаем, что главные напряжения во всей области будут постоянными:  $\sigma_1 = (k + \Delta k) \cdot \sqrt{2}$  и  $\sigma_2 = 0$ . Точное решение данной задачи запишется:  $\sigma_1 = k \cdot \sqrt{2}$  и  $\sigma_2 = 0$ . Сравнивая точное решение с приближенным, получаем, что последнее отличается от первого на малую величину  $\varepsilon = \Delta k/k$ .

Была также рассмотрена задача о растяжении полосы ослабленной вырезами с углом выреза  $2\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq \pi/2$ ). Характеристики и поле напряжений представлены на (рис. 2—4). Полученное решение найдено с точностью  $\varepsilon = \Delta k/k$ .

Была также рассмотрена задача о растяжении полосы ослабленной вырезами с углом выреза  $2\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq \pi/2$ ). Характеристики и поле напряжений представлены на (рис. 2—4). Полученное решение найдено с точностью  $\varepsilon = \Delta k/k$ .

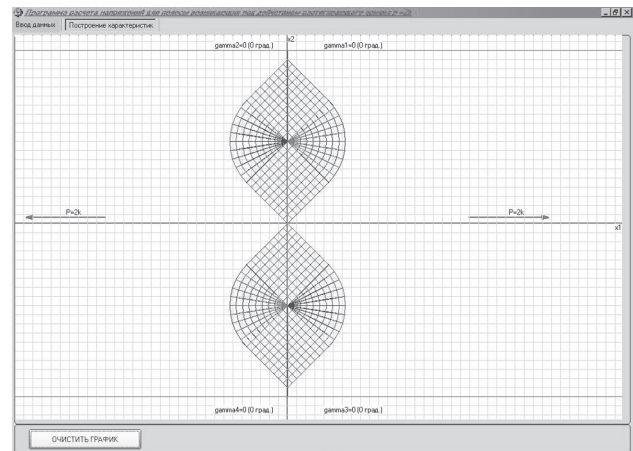


Рис. 2. Характеристические кривые для полосы с идеальными бесконечно тонкими вырезами ( $\gamma = 0^\circ$ )

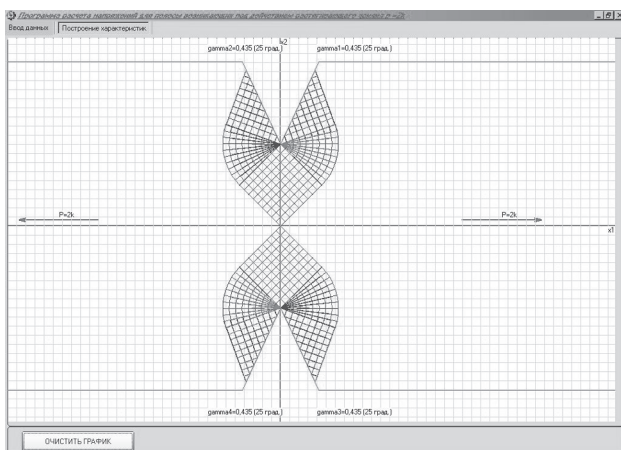


Рис. 3. Характеристические кривые для полосы с углом разреза  $\gamma = 20^\circ$

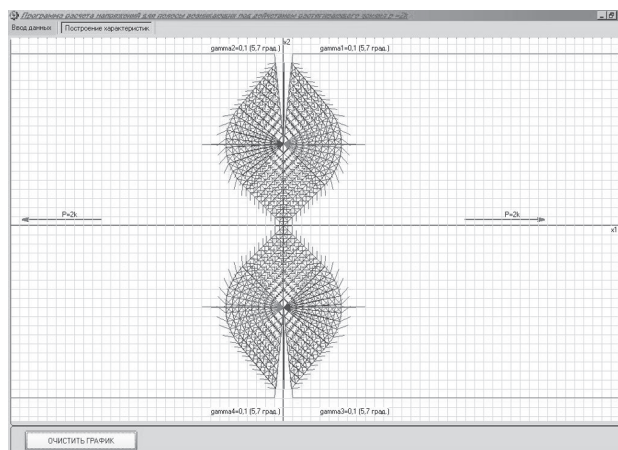


Рис. 4. Направления главных напряжений в узлах сетки характеристик для полосы с углом разреза  $\gamma = 5,7^\circ$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивлев Д.Д. Механика пластических сред. М.: Физмат. 2001. Т.1. 448 с.
2. Ивлев Д.Д. Механика пластических сред. М.: Физмат. 2002. Т.2. 448 с.
3. Криштал М.М. Физическая мезомеханика. 2004 Т. 7. № 5. С. 31—45.

4. Радаев Ю.Н. Механика твердого тела. 2003. № 5. С. 103—120.
5. Станюкович К.П. Неустановившееся движение сплошной среды. М.: Наука. 1971.