

УДК 621.391

## ПРИЕМ УЗКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНО МОДУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ШУМА\*

В. И. Парфенов, С. В. Золотарев

Воронежский государственный университет

Предложена и исследована модель случайно модулированного сигнала, в которой учтены случайные искажения, присущие любым реальным сигналам. Выполнен синтез непараметрического обнаружителя такого сигнала и исследована его эффективность. Анализ полученных характеристик и сравнение их с характеристиками известных алгоритмов свидетельствует о целесообразности использования предложенного алгоритма.

### 1. МОДЕЛЬ СЛУЧАЙНО МОДУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА

В радиофизике модель узкополосного сигнала является классической и наиболее часто используемой при описании сигналов в радиосвязи, радиолокации, навигации и пр. Обычно подобный радиосигнал представляется в следующей форме [1, 2 и др.]:

$$s(t) = a(t) \cos(\omega_0 t) - b(t) \sin(\omega_0 t).$$

Здесь  $a(t)$  и  $b(t)$  — низкочастотные функции времени, которые описывают амплитудную и угловую модуляции сигнала и называются соответственно синфазной и квадратурной амплитудами;  $\omega_0$  — опорная частота.

Однако реальные сигналы не могут быть абсолютно стабильными (это математическое приближение). В реальности синфазная и квадратурная амплитуды обладают некоторой нестабильностью, что может быть учтено введением дополнительных случайных компонент. Представим такой радиосигнал в виде

$$s(t) = a(t)[1 + u(t)] \cos(\omega_0 t) - b(t)[1 + v(t)] \sin(\omega_0 t). \quad (1)$$

Назовем такой сигнал случайно модулированным радиосигналом. В (1)  $u(t)$  и  $v(t)$  — некоторые стационарные центрированные независимые случайные процессы с произвольными распределениями. У этих процессов требуется только существование ограниченных по величине кумулянтов.

Очевидно, что сигналы наблюдаются всегда в присутствии шума. Это может быть как

внутренний шум приемного устройства, так и окружающий аддитивный шум. Представим такой шум в виде

$$N(t) = N_c(t) \cos(\omega_0 t) - N_s(t) \sin(\omega_0 t),$$

где  $N_c(t)$  и  $N_s(t)$  — независимые центрированные стационарные случайные процессы, относительно которых известно существование ограниченных по величине кумулянтов; их распределения априори неизвестны, следовательно, могут быть не гауссовскими.

Таким образом, с учетом изложенного реализацию наблюдаемых данных при наличии в ней как случайно модулированного сигнала, так и шума, представим в виде

$$x(t) = [a(t)(1 + u(t)) + N_c(t)] \cos(\omega_0 t) - [b(t)(1 + v(t)) + N_s(t)] \sin(\omega_0 t). \quad (2)$$

Следует отметить, что случайные искажения сигнала, которые учитываются введенными случайными процессами  $u(t)$  и  $v(t)$ , можно трактовать как дополнительные искажения, полученные сигналом в процессе распространения через неоднородную среду. Особенно ярко подобные искажения проявляются в гидроакустике при распространении сигналов в мелком море [3]. При движении сонара излучаемые импульсы отражаются как от изменяющегося рельефа дна, так и от случайной водной поверхности. В результате, структура импульса искажается [4, 5], что может быть учтено введением в сигнал дополнительных случайных искажений.

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} A(t) \\ B(t) \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} a(t)[1 + u(t)] = a(t) + U(t) \\ b(t)[1 + v(t)] = b(t) + V(t) \end{aligned} \right\}, \quad \begin{aligned} U(t) &= a(t)u(t) \\ V(t) &= b(t)v(t). \end{aligned}$$

© Парфенов В. И., Золотарев С. В., 2005.

\* Работа выполнена при поддержке CRDF и Минобрнауки РФ (проекты VZ-010-0, T02-3.1-71)

На рис. 1 изображена синфазная амплитуда детерминированного радиосигнала  $a(t)$  в предположении, что ее максимальное значение равно 1, а сама функция описывается «колокольной» зависимостью. На рис. 2 и рис. 3 изображены синфазные амплитуды случайно модулированного радиосигнала  $A(t) = a(t)[1 + u(t)]$  в предположении, что среднеквадратическое отклонение процесса  $u(t)$  равно 0.2 и 0.8 соответственно. Очевидно, чем больше дисперсия процесса  $u(t)$ , тем существеннее отклонение амплитуды случайно модулированного сигнала  $A(t)$  от амплитуды  $a(t)$  в отсутствии искажений.

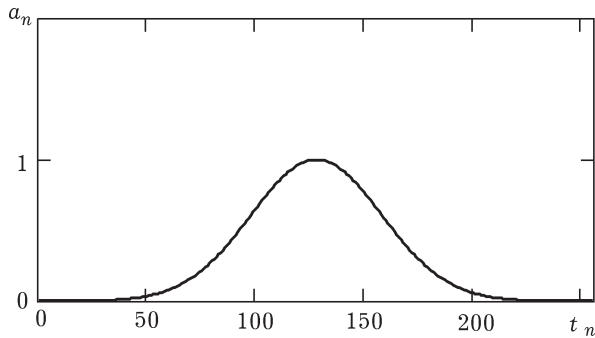


Рис. 1. Синфазная амплитуда детерминированного сигнала

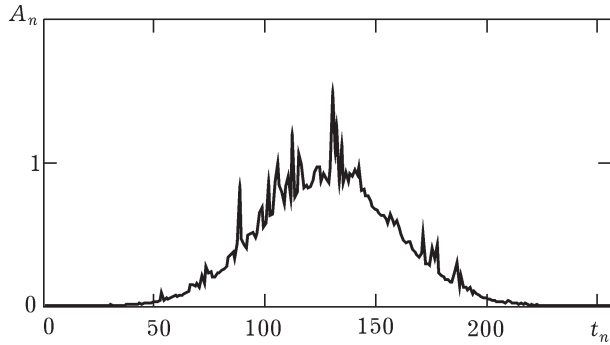


Рис. 2. Синфазная амплитуда случайно модулированного сигнала со среднеквадратическим отклонением 0.2

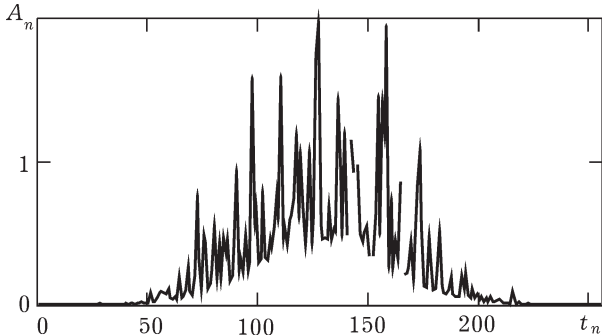


Рис. 3. Синфазная амплитуда случайно модулированного сигнала со среднеквадратическим отклонением 0.8

Если, кроме этого, добавить аддитивный шум  $N_c(t)$  с дисперсией  $\sigma_N^2$ , то искажения сигнала еще больше увеличатся. Это наглядно видно из рис. 4 и рис. 5, на которых изображена одна из возможных реализаций случайного процесса  $A(t) + N_c(t)$  при  $\sigma_N = 1/3$  и  $\sigma_N = 1$  соответственно.

## 2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ СЛУЧАЙНО МОДУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА

Дальнейшая обработка предполагается дискретной, так что в качестве наблюдаемых данных выступают отсчеты квадратур  $X(t) = A(t) + N_c(t)$  и  $Y(t) = B(t) + N_s(t)$ , взятых с шагом  $\Delta$ :

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} X_n \\ Y_n \end{matrix} \right\} &= \left\{ \begin{matrix} A(n\Delta) + N_c(n\Delta) \\ B(n\Delta) + N_s(n\Delta) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} A_n + N_{cn} \\ B_n + N_{sn} \end{matrix} \right\} = \\ &= \left\{ \begin{matrix} a_n + U_n + N_{cn} \\ b_n + V_n + N_{sn} \end{matrix} \right\}, n = \overline{0; N-1}, T = N\Delta. \end{aligned} \quad (3)$$

Количество отсчетов  $N$  считается достаточно большим.

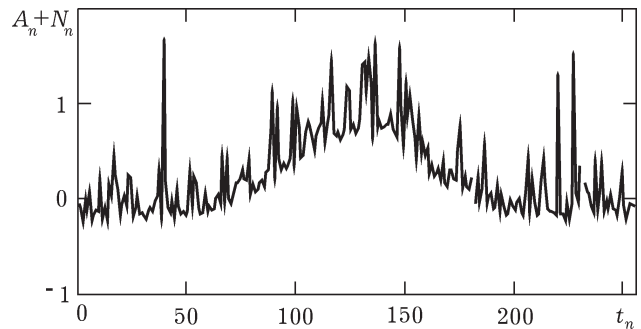


Рис. 4. Аддитивная смесь случайно модулированного сигнала и шума со среднеквадратическими отклонениями 0.2 и 0.3 соответственно

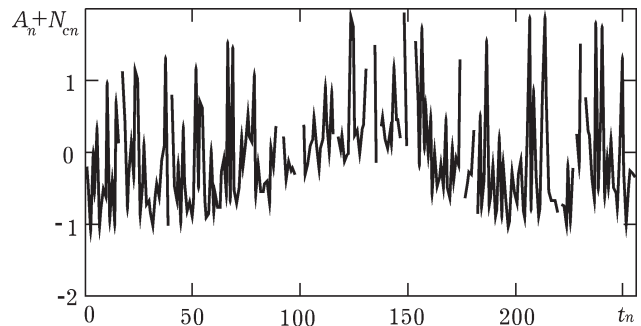


Рис. 5. Аддитивная смесь случайно модулированного сигнала и шума со среднеквадратическими отклонениями 0.2 и 1 соответственно

Учитывая неопределенность относительно распределения случайных величин  $A_n, B_n, N_{cn}$  и  $N_{sn}$ , следует предполагать, что алгоритм обнаружения сигнала должен быть непараметрическим.

Предположим, что шаг дискретизации  $\Delta > 1/(2f_m)$ , где  $f_m$  — максимальная частота в спектрах случайной компоненты сигнала и помехи. При этом  $N_{cn}$  и  $N_{sn}$  будут являться независимыми центрированными случайными величинами с ограниченными по величине моментами  $\mu N_k = \langle N_{cn}^k \rangle = \langle N_{sn}^k \rangle, k = 2, 3, \dots$ . Случайные величины  $U_n$  и  $V_n$  также являются центрированными независимыми случайными величинами с моментами  $\mu U_k(n) = \langle U_n^k \rangle = \langle V_n^k \rangle = a_n^k \mu u_k$ , где  $\mu u_k = \langle u_n^k \rangle = \langle v_n^k \rangle$ . Видно, что эти моменты в общем случае зависят от номера отсчета  $n$ . Однако при синтезе алгоритма обнаружения случайно модулированного сигнала на фоне шума будем предполагать, что эти моменты не зависят от номера отсчета  $n = \overline{0, N-1}$ .

Для синтеза алгоритма обнаружения перейдем от отсчетов во временной области к отсчетам наблюдаемых данных в частотной области. С этой целью введем в рассмотрение дискретное преобразование Фурье (ДПФ) последовательности  $X_n (n = \overline{0, N-1})$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{X}(f_k) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_n \exp(-j2\pi f_k n \Delta) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_n \exp(-j2\pi k n / N), \\ f_k &= k / T, k = \overline{0, N/2}. \end{aligned}$$

Аналогично вводим ДПФ последовательностей  $Y_n, A_n$  и  $B_n$ :  $\dot{Y}(f_k), \dot{A}(f_k)$  и  $\dot{B}(f_k)$ .

Рассмотрим последовательность отсчетов  $P_n = U_n + N_{cn}$ . Очевидно, эти отсчеты являются независимыми центрированными случайными величинами с дисперсиями  $\sigma_p^2 = \mu N_2 + \mu U_2$ . В работе [5] доказана следующая теорема. Для независимых одинаково распределенных случайных величин  $P_n$  введем в рассмотрение последовательность коэффициентов ДПФ  $\dot{P}(f_0), \dots, \dot{P}(f_{N/2})$ . Если  $N \rightarrow \infty$ , то  $\{\dot{P}(f_0), \dots, \dot{P}(f_{N/2})\}$  являются асимптотически независимыми комплексными гауссовскими случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми дисперсиями  $\sigma_p^2$ . Аналогичный вывод можно сде-

лать и для последовательности  $Q_n = V_n + N_{sn}$ , а именно, при  $N \rightarrow \infty$   $\{\dot{Q}(f_0), \dots, \dot{Q}(f_{N/2})\}$  представляет собой последовательность независимых гауссовских величин с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми дисперсиями  $\sigma_Q^2 = \sigma_p^2$ .

Таким образом, при  $N \rightarrow \infty$  совместная плотность вероятности независимых векторов  $(\dot{X}, \dot{Y}) = (\dot{X}(f_0), \dots, \dot{X}(f_{N/2}), \dot{Y}(f_0), \dots, \dot{Y}(f_{N/2}))$  будет иметь вид

$$\begin{aligned} W_1(\dot{X}(f_k), \dot{Y}(f_k), k = \overline{0, N/2}) &= \\ &= W(\dot{X}(f_k))W(\dot{Y}(f_k)) = \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma_p^2)^{N/2+1}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_p^2} \sum_{k=0}^{N/2} \left( |\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + |\dot{Y}(f_k) - \dot{B}(f_k)|^2 \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Используя полученное асимптотическое выражение для совместной плотности вероятности, можно для решения задачи обнаружения сигнала использовать известную статистическую теорию различения, основанную на формировании отношения правдоподобия и сравнении его с некоторым порогом обнаружения. Действительно, плотность вероятности (4) записана для случая, когда наблюдаемые данные представляют собой аддитивную смесь сигнала и внешнего шума, т.е. при выполнении гипотезы  $H_1$ :  $X_n = A_n + U_n + N_{cn}, Y_n = B_n + V_n + N_{sn}, n = \overline{0, N/2}$ . Если же выполняется гипотеза  $H_0$ , согласно которой  $X_n = N_{cn}, Y_n = N_{sn}, n = \overline{0, N/2}$ , то совместная плотность вероятности векторов  $(\dot{X}, \dot{Y})$  равна

$$\begin{aligned} W_0(\dot{X}(f_k), \dot{Y}(f_k), k = \overline{0, N/2}) &= \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma_N^2)^{N/2+1}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} \left( |\dot{X}(f_k)|^2 + |\dot{Y}(f_k)|^2 \right) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\sigma_N^2$  — дисперсия отсчетов окружающего шума.

Логарифм отношения правдоподобия получим, используя выражения (4), (5):

$$\begin{aligned} \Lambda &= \ln \frac{W_1(\dot{X}(f_k), \dot{Y}(f_k))}{W_0(\dot{X}(f_k), \dot{Y}(f_k))} = \\ &= \left( 1 + \frac{N}{2} \right) \ln \frac{\sigma_N^2}{\sigma_p^2} - \frac{1}{2\sigma_p^2} \sum_{k=0}^{N/2} \left( |\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2 + \right. \\ &\quad \left. + |\dot{Y}(f_k) - \dot{B}(f_k)|^2 \right) + \frac{1}{2\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} \left( |\dot{X}(f_k)|^2 + |\dot{Y}(f_k)|^2 \right). \end{aligned} \quad (6)$$

На практике дисперсия отсчетов случай-ной компоненты сигнала  $\mu U_2$  обычно быва-ет не известна. Для ее оценки по наблюдае-мым данным воспользуемся методом макси-мального правдоподобия, согласно которо-му оценка  $\mu U_2$  является решением уравне-

$$\left. \frac{\partial \Lambda}{\partial \mu U_2} \right|_{\mu \hat{U}_2} = 0. \text{ В результате решения это-}$$

го уравнения получаем

$$\begin{aligned} & \mu \hat{U}_2 = \\ & = (N + 2)^{-1} \sum_{k=0}^{N/2} (|\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2 + |\dot{Y}(f_k) - \dot{B}(f_k)|^2) - \mu N_2. \end{aligned}$$

Подставляя найденную оценку в (6) и от-брасывая постоянные составляющие, полу-чаем, что алгоритм обнаружения случайно модулированного сигнала (1), наблюдаемо-го на фоне шума  $N(t)$ , должен заключать-ся в следующем:

$$M \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} h, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{(N + 2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} (|\dot{X}(f_k)|^2 + |\dot{Y}(f_k)|^2) - \\ & - \ln \left[ \frac{1}{(N + 2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} (|\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2 + |\dot{Y}(f_k) - \dot{B}(f_k)|^2) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

$h$  — порог обнаружения;  $H_1$  — гипотеза, в соответствии с которой наблюдаемыми дан-ными являются  $\dot{X}(f_k) = \dot{A}(f_k) + \dot{U}(f_k) + \dot{N}_c(f_k)$ ,  $\dot{Y}(f_k) = \dot{B}(f_k) + \dot{V}(f_k) + \dot{N}_s(f_k)$  (сигнал присут-ствует);  $H_0$  — гипотеза, при выполнении ко-торой наблюдаемые данные имеют вид  $\dot{X}(f_k) = \dot{N}_c(f_k)$ ,  $\dot{Y}(f_k) = \dot{N}_s(f_k)$  (сигнал отсут-ствует). Отметим, что практическая реали-зация алгоритма (7), (8) существенных зат-руднений не вызовет, если использовать специализированные цифровые процессоры, вычисляющие быстрое преобразование Фурье.

### 3. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ СЛУЧАЙНО МОДУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА

Перейдем теперь к расчету характерис-тик обнаружения случайно модулированно-го сигнала при использовании алгоритма (7), (8). Эффективность обнаружения будем ха-

рактеризовать вероятностью ошибки второ-го рода  $\beta$  при фиксированной вероятности ошибки первого рода  $\alpha$  [6]. Точный расчет этих вероятностей затруднителен. Однако достаточно легко могут быть найдены асимп-тотически точные выражения для этих веро-ятностей при  $N \rightarrow \infty$ , учитывая, что в этом

случае случайные величины  $\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k)|^2$  и

$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2$  можно считать асимпто-

тически гауссовскими. В дальнейшем для упрощения расчетов будем рассматривать более простую модель случайно модулиро-ванного сигнала, положив в (1)  $b(t) = 0$ . Тог-да при гипотезе  $H_1$  наблюдаемыми данны-ми являются  $\dot{X}(f_k) = \dot{A}(f_k) + \dot{U}(f_k) + \dot{N}_c(f_k)$ , а при гипотезе  $H_0$ :  $\dot{X}(f_k) = \dot{N}_c(f_k)$ . В результа-те, вместо (8) будем рассматривать случай-ную величину

$$\begin{aligned} M &= \frac{2}{(N + 2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k)|^2 - \\ & - \ln \left[ \frac{2}{(N + 2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2 \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Положим вначале, что верна гипотеза  $H_0$  (сигнал отсутствует) и обозначим

$$L = \frac{2}{(N + 2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2. \quad (10)$$

При  $N \rightarrow \infty$  случайная величина  $L$  являет-ся приближенно гауссовской с математичес-ким ожиданием  $S_0 = \langle L \rangle$  и дисперсией  $D_{L_0} = \langle (L - \langle L \rangle)^2 \rangle$ . Для вычисления  $S_0$  и  $D_{L_0}$  целесообразно перейти обратно из частот-ной области во временную, учитывая, что

$$\sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k)|^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} x_n^2 + |\dot{X}(f_0)|^2 + |\dot{X}(f_{N/2})|^2 \right\}.$$

В результате, нетрудно показать, что  $S_0 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \text{const}(n)$ ,  $D_{L_0} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$ . При этом, если представить (10) как  $L = S_0 + \varepsilon N_0$ , где  $\varepsilon = N^{-1}$ , а  $\langle N_0 \rangle = 0$  и  $\langle N_0^2 \rangle$  — ограниченная величина, то при выполнении гипотезы  $H_0$  получим  $\ln L = \ln(S_0 + \varepsilon N_0)$ . Раскладывая последнее выражение в ряд Маклорена по  $\varepsilon$  до первого члена разложения, зависящего от наблюдаемых данных включительно, по-лучим

$$\begin{aligned} \ln L &= \ln(S_0) + \ln(1 + \varepsilon N_0 / S_0) = \\ &= \ln S_0 - 1 + L / S_0 + O(\varepsilon). \end{aligned}$$

Отбрасывая члены разложения порядка  $\varepsilon$  и менее, случайную величину (9) при выполнении гипотезы  $H_0$  можно переписать в виде

$$\begin{aligned} M &= \frac{2}{(N+2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k)|^2 - \ln S_0 + 1 - \\ &- \frac{2}{S_0(N+2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, при выполнении гипотезы  $H_0$  (при отсутствии сигнала) и при  $N \rightarrow \infty$  случайная величина (11) является асимптотически гауссовской. Если обозначить через  $m_0$  и  $D_0$  — математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины, т.е.  $m_0 = \langle M | H_0 \rangle$ ,  $D_0 = \langle (M - \langle M \rangle)^2 | H_0 \rangle$ , то в предположении о гауссовости вероятность ошибки первого рода определится выражением [6]

$$\alpha = 1 - \Phi\left(\frac{h - m_0}{\sqrt{D_0}}\right). \quad (12)$$

Здесь  $\Phi(\cdot)$  — интеграл вероятности [6].

Рассмотрим теперь случай, когда случайно модулированный сигнал присутствует на входе приемного устройства (верна гипотеза  $H_1$ ). При этом аналогично предыдущему можно показать, что и при выполнении гипотезы  $H_1$  случайная величина (10) может быть представлена в виде  $L = S_1 + \varepsilon N_1$ , где  $S_1 = \langle L | H_1 \rangle$ , а  $N_1$  — случайная центрированная величина с ограниченной дисперсией. Далее, раскладывая в (9) логарифм в ряд Маклорена по малому параметру  $\varepsilon = N^{-1}$  и ограничиваясь одним слагаемым, зависящим от наблюдаемых данных, получим, что при выполнении гипотезы  $H_1$

$$\begin{aligned} M &= \frac{2}{(N+2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k)|^2 - \ln S_1 + 1 - \\ &- \frac{2}{S_1(N+2)\sigma_N^2} \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k) - \dot{A}(f_k)|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Следовательно, и при выполнении гипотезы  $H_1$  случайная величина (13) при  $N \rightarrow \infty$  является асимптотически гауссовской с математическим ожиданием  $m_1 = \langle M | H_1 \rangle$  и дисперсией  $D_1 = \langle (M - \langle M \rangle)^2 | H_1 \rangle$ . В соответ-

ствии с [6] вероятность ошибки второго рода в этом случае запишется как

$$\beta = \Phi\left(\frac{h - m_1}{\sqrt{D_1}}\right). \quad (14)$$

Параметры  $m_0, D_0$  и  $m_1, D_1$  могут быть получены прямым усреднением случайных величин (11) и (13) соответственно с учетом статистических характеристик шума  $N_{cn}$  и сигнала  $U_n$ . Явные выражения для этих величин здесь не приводятся вследствие их чрезвычайной громоздкости.

В соответствии с критерием Неймана—Пирсона [6] зададимся допустимым значением вероятности ошибки первого рода  $\alpha_0$ , выразим из (12) величину порога  $h$  и подставим это значение в (14). В итоге получим, что вероятность ошибки второго рода при обнаружении случайно модулированного сигнала будет описываться следующим приближенным (при конечном  $N$ , а при  $N \rightarrow \infty$  — асимптотически точным) выражением:

$$\beta = \Phi\left(\frac{m_0 - m_1}{\sqrt{D_1}} + \sqrt{\frac{D_0}{D_1}} \Phi^{-1}(1 - \alpha_0)\right). \quad (15)$$

Здесь  $\Phi^{-1}(\cdot)$  — функция, обратная интегралу вероятности  $\Phi(\cdot)$ .

#### 4. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОБНАРУЖЕНИЯ СЛУЧАЙНО МОДУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА

Численный расчет вероятности ошибки второго рода  $\beta$  в соответствии с формулой (15) проведем в следующих условиях. Обозначим  $A_0$  — амплитуду детерминированной составляющей синфазной амплитуды  $a(t)$ , которая сама описывается «колокольной» кривой, т.е.  $a_n = A_0 \tilde{a}_n$ ,  $\tilde{a}_n = \exp[-\gamma^2(2n/N - 1)^2]$ . В дальнейшем при расчетах параметр, характеризующий длительность сигнала, был выбран равным  $\gamma = 3$ . Случайная компонента сигнала  $U(t) = a(t)u(t)$ , причем независимые отсчеты  $u_n = u(t_n)$  формировались из независимых гауссовских случайных величин  $G_n$  с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями по следующему правилу:  $u_n = Q[G_n^2 - 1]/\sqrt{2}$ . При этом требуемые при расчетах статистические характеристики имеют вид:  $\langle u_n \rangle = 0$ ,  $\langle u_n^2 \rangle = Q^2$ ,  $\langle u_n^3 \rangle = Q^3 \sqrt{8}$ ,  $\langle u_n^4 \rangle = Q^4 15$ . Отсчеты внешнего

шума  $N_c(t)$  также формировались из независимых гауссовских случайных величин  $g_n$  как  $N_{cn} = \sigma_N [\exp(g_n) - \sqrt{e}] / \sqrt{e(e-1)}$ . При этом

$$\langle N_{cn} \rangle = 0, \langle N_{cn}^2 \rangle = \sigma_N^2, \quad \langle N_{cn}^3 \rangle = \sigma_N^3 \frac{e^3 - 3e + 2}{(e-1)^{1.5}},$$

$$\langle N_{cn}^4 \rangle = \sigma_N^4 \frac{e^6 - 4e^3 + 6e - 3}{(e-1)^2}.$$

Параметр  $Q$  является среднеквадратическим отклонением случайной компоненты сигнала  $u(t)$ . Кроме этого, было обозначено  $q = A_0 / \sigma_N$  — параметр, характеризующий отношение максимального значения детерминированной составляющей сигнала к среднеквадратическому значению шума. Этот параметр может быть интерпретирован как отношение сигнал/шум при учете только детерминированной составляющей сигнала.

На рис. 6 сплошными линиями приведена зависимость вероятности ошибки второго рода  $\beta$  от параметра  $q$ , рассчитанная по формуле (15), при условии, что  $\alpha_0 = 10^{-3}, N = 2^8$ . Кривая 1 на этом рисунке построена при  $Q = 0.5$ , кривая 2 — при  $Q = 1$ , 3 — при  $Q = 2$ . Анализ зависимости  $\beta(q)$  свидетельствует об уменьшении вероятности ошибки с ростом амплитуды детерминированной составляющей сигнала. На рис. 7 сплошными линиями приведена зависимость  $\beta(Q)$ , рассчитанная также по формуле (15). Кривая 1 на этом рисунке построена при  $q = 1$ , кривая 2 — при  $q = 2.5$ , 3 — при  $q = 5$ . Видно, что увеличение мощности случайной компоненты приводит к увеличению вероятности ошибки до некоторого постоянного значения.

Сравним найденные характеристики с характеристиками обнаружителя, основан-

ного на вычислении периодограммы сигнала. Такой обнаружитель наиболее часто применяется на практике при отсутствии достаточной информации о сигнале и шуме. В этом случае с порогом обнаружения сравнивается величина

$$\tilde{M} = \sum_{k=0}^{N/2} |\dot{X}(f_k)|^2. \quad (16)$$

Характеристики такого обнаружителя (вероятность ошибки второго рода) приведены на рис. 6 и рис. 7 штриховыми линиями. Обозначения полностью соответствуют обозначениям, принятым ранее. Видно, что обнаружитель на основе (16) существенно проигрывает в эффективности обнаружения случайно модулированного сигнала, особенно при не очень больших значениях параметра  $Q$  ( $Q \leq 1$ ) и достаточно больших значениях параметра  $q$  ( $q \geq 3$ ).

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена более адекватная для практических приложений модель узкополосного случайно модулированного сигнала. Показано, что эта модель может описывать как внутренне присущую сигналу нестабильность, так и искажения, возникающие в результате распространения через неоднородную среду. Учитывая, что распределения как сигнала, так и помехи являются априори неизвестными, синтезирован непараметрический алгоритм обнаружения случайно модулированного сигнала, наблюдаемого на фоне шума. Эффективность обнаружения характеризовалась вероятностями ошибок первого и второго рода. При этом удалось выполнить аналитический расчет

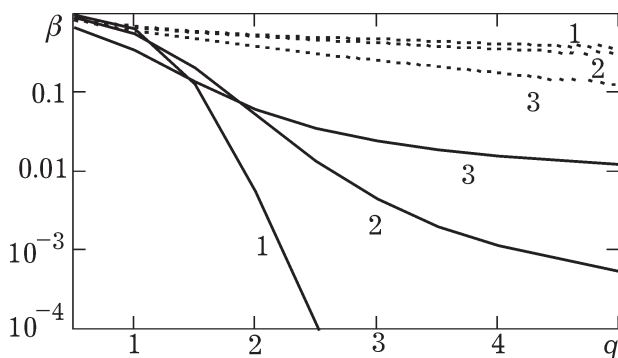


Рис. 6. Зависимость вероятности ошибки второго рода от параметра  $q$ , характеризующего отношение сигнал/шум

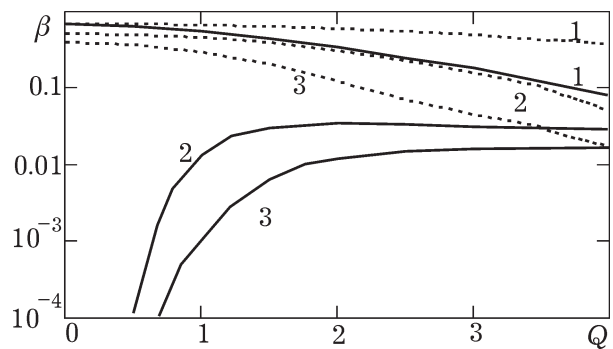


Рис. 7. Зависимость вероятности ошибки второго рода от параметра  $Q$ , характеризующего среднеквадратическое отклонение сигнала

этих характеристик, которые являются асимптотически точными при увеличении числа отсчетов  $N$ . Эффективность обнаружения случайно модулированного сигнала с неизвестной интенсивностью случайной компоненты сигнала оказывается тем выше, чем больше энергия детерминированной составляющей и чем меньше уровень случайной компоненты случайно модулированного сигнала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Радиотехнические системы / Ю. П. Гришин, В. П. Ипатов, Ю. М. Казаринов; под ред. Ю. М. Казаринова. — М.: Высш. шк., 1990. — 496 с.
2. Нефедов В.И. Основы радиоэлектроники и связи. — М.: Высш. шк., 2002. — 510 с.
3. Клей С., Медвин Г. Акустическая океанография. — М.: Мир, 1980. — 580 с.
4. Hinich M.J. A statistical theory of signal coherence // J. Oceanic Engineering. — Vol. 25. — № 2. — 2000. — P. 256—261.
5. Hinich M.J. Detecting randomly modulated pulses in noise // Signal Processing. — 83. — 2003. P. 1349—1352.
6. Теория обнаружения сигналов / П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович и др.; под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.